

DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS DE EDIFICACIÓN

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA

ESTRUCTURA: TAMAÑO, FORMA, Y PROPORCIÓN.

Los estudios teóricos y empíricos sobre peso propio a lo largo de la historia.

Esclarecimiento de las variables del problema. Hacia una revisión de las herramientas y elementos del diseño de estructuras.

AUTOR: JOSÉ LUIS FERNÁNDEZ CABO; Arquitecto.

DIRECTOR: RICARCO AROCA HERNÁNDEZ-ROS; Dr. Arquitecto,

1998

Tribunal nombrado por el Mgfco. y Excmo. Sr. Rector de la Universidad
Politécnica de Madrid, el día.....de.....de 19.....

Presidente: D.

Vocal: D.

Vocal: D.

Vocal: D.

Secretario: D.

Realizado el acto de defensa y lectura de la tesis el día.....
de.....de 19.....; en.....

Calificación:.....

EL PRESIDENTE.

LOS VOCALES.

EL SECRETARIO.

A mis Padres

Agradecimientos

En primer lugar, me parece necesario agradecer al *Ministerio de Educación y Ciencia* la confianza depositada en mí al concederme una beca de investigación entre los años 90 a 94. Sin ella no hubiese podido realizar este trabajo.

Pero aparte de ese imprescindible apoyo logístico; la mayor deuda, sin lugar a dudas, la tengo con *D. Ricardo Aroca*. Ha mostrado conmigo una paciencia y afecto tan grandes como su capacidad en la dirección del trabajo. Y desde luego, para mí lo primero es aún más importante que lo segundo. Por otra parte, esta tesis recoge largos años de trabajo suyos que son parte indispensable de esta tesis; sin lugar a dudas la parte más novedosa.

Agradezco a mi *hermano Miguel* el apoyo logístico de estos últimos años, que ha sido pieza importante para poder ejercer nuestro oficio; pudiendo con ello finalizar la investigación.

Mi *hermana Maribel* ha sufrido, por segunda vez, la lectura de un manuscrito de tesis.

Tengo también mucho que agradecer a *Santiago Huerta*. Él ha sido quién me inició en los métodos de organización y búsqueda de documentación; y a él debo muchas referencias bibliográficas. Pero sobre todo; agradezco su aliento en este maratón.

La estancia de tres meses en Chicago en 1992, en el *Civil Engineering Department* del IIT, fue un elemento clave en todo esto. Desde allí, en Chicago y Nueva York, accedí a multitud de documentación en un breve plazo de tiempo; que sin duda constituye la base del Capt. 3. La financiación fue del MEC, pero he de agradecer al jefe del departamento del IIT, *David Arditti*, las facilidades prestadas y su gran amabilidad. Además, gracias a él y al profesor *Guralnik*, pude realizar gratuitamente un curso de doctorado que no hubiese podido costearme. Las clases de Guralnik fueron, por encima de todo, una lección de rigor y amor a la docencia. Gracias en gran parte a ellos mi estancia en la *ciudad del viento* es algo que siempre recordaré. Agradezco también a los profesores *Myron Goldsmith*, *David Sharpe* y *Mahjoub El Nimeiri*, la atención y la documentación prestada.

Debo también agradecer a varias personas el haberme facilitado referencias bibliográficas y documentación. Entre ellos, y aunque seguramente me olvido de alguien, están los profesores de la ETSAM *Jaime Cervera*, *Juan G. Cárcelos*, *José Miguel Ávila* y *Francisco G. de Posada*. Gracias a cursos organizados por éste último me fue más sencillo el estudio del Análisis Dimensional. Debo también varias importantes referencias sobre materiales al profesor *José Calavera* y a otros compañeros suyos de la ETSICCP de Madrid. También debo agradecer a *Gema López Manzanares* alguna referencia suministrada sobre cúpulas. De la biblioteca de esta escuela he sacado gran información; con el magnífico apoyo de la encargada de la misma: *Conchita*.

Ramón Sanz Redondo me ha sacado de muchos líos informáticos; y ha sido de gran ayuda en la organización de la base de datos que contiene la bibliografía. Él y *Santiago Hernández* han evitado que me convirtiese en un "megatorpe"; ayuda que estimo en mucho.

A muchos otros amigos y algunas novias debo el hecho de no haberme vuelto loco a estas alturas (o al menos eso creo); además de auxilio táctico en la etapa final. Vaya para todos ellos mi más sincero afecto.

Pero además, creo sinceramente que el trabajo de uno siempre es en un 99% el fruto de muchos otros; y a muchos vivos y muertos debo yo este.

PRÓLOGO

La línea de investigación sobre la que se asienta este trabajo nace hace más de veinte años. La magnífica tesis del profesor *José Luis de Miguel*¹, dirigida por *Ricardo Aroca*, será una de las primeras materializaciones de esos trabajos.

Desde entonces, y de un modo continuado a través del curso de doctorado -Estructura: Geometría y Proporción- de la ETSAM, el profesor *Ricardo Aroca* ha seguido trabajando en el tema. Es decir, más de veinte años de trabajo.

Mi incorporación a ésta empresa es de principios de 1990; desarrollando un proyecto de investigación que habría de convertirse en esta tesis. Como podrá observarse por las fechas dadas, mi trabajo es sólo una pequeña parte del todo. Sin todos esos años de trabajo anterior y simultáneo de *Ricardo Aroca*, hubiera sido imposible llegar a puerto; y desde luego, cualquier rasgo brillante que la investigación pueda tener a él pertenece. Es imposible avanzar en cualquier investigación sin olfatear de antemano lo que se busca. Y yo no tenía (ni sé si tengo) ese -sentido- tan desarrollado. Tardé años en descubrir la potencia del método y las herramientas que *Ricardo Aroca* estaba empleando; y así inicié otras búsquedas paralelas a las suyas. No diré que dichos trabajos fueran infructuosos, pues han sacado a la luz una gran cantidad de información de carácter práctico y han utilizado las técnicas de análisis dimensional para sacar conclusiones teóricas generales. Además, poder cotejar los resultados teóricos con los datos reales era algo necesario. Así mismo, el desvelar y analizar las investigaciones teóricas pasadas sobre el tema ha hecho posible formar todo un cuerpo compacto. Por otra parte, nadie te evita volver a rehacer los procesos mentales que otros tienen claros.

No obstante, me parece necesario decir que la formulación y esclarecimiento de las relaciones de las variables teóricas por los métodos de cálculo clásicos es fruto exclusivo de su trabajo. Mi trabajo teórico se ha centrado mucho más en el Análisis Dimensional; y sólo he completado en algunos casos aspectos teóricos desarrollados inicialmente por él.

La investigación consta de diversas líneas que llevan a un mismo sitio. Algunas de ellas constituyen procesos no cerrados que inician modos complementarios de abordar el problema. No obstante, se entiende que se ha creado un cuerpo compacto inédito y de aplicación práctica evidente.

Las herramientas estructurales del arquitecto para las primeras etapas de diseño son muy escasas, y como veremos, este trabajo cubre un campo abandonado hace casi medio siglo y hoy casi vacío; y no sólo por el arquitecto sino también por el ingeniero. El poder establecer a priori que tipo estructural es más adecuado y/o factible para un determinado problema es algo que puede evitar mucho gasto de tiempo y dinero.

Con este trabajo además se reivindica la posibilidad de realizar otras líneas de investigación distintas a las habituales en el campo de las estructuras en ésta segunda mitad de siglo.

Esto desde luego no quiere decir que los trabajos de detalle no sean necesarios e importantes. El desarrollo completo de una estructura de grandes luces o de gran complejidad necesita de esos otros estudios. No obstante, quizás exista una desproporción entre estudios generales y estudios de detalle; y esto a veces hace que se pierdan conceptos básicos que son necesarios para poder proyectar con rigor y optimar de un modo global.

En ese sentido, la recuperación de los modos de pensar anteriores a la explosión informática es sin duda una de las lecciones de más valor aprendidas en este trabajo.

¹De Miguel Rodríguez, José Luis. "Trabajo Estructural. Un Nuevo Escalar de las Estructuras". Ph. D. ETSAM, Madrid. 1974. BAM (25.398).

ÍNDICE.

| | |
|--|------------|
| ÍNDICE | ii |
| RESUMEN | vii |
| CAPÍTULO 1 MÉTODO Y LÉXICO. | |
| 1.1 NOMENCLATURA DE PARÁMETROS NUMÉRICOS. | 2 |
| 1.2 CONVERSIONES DE UNIDADES DE UTILIDAD | 4 |
| 1.3 NOTAS VARIAS SOBRE MÉTODO Y NOMENCLATURA. | 5 |
| 1.3.1 ABREVIATURAS y CLAVES DE RECOPIACIÓN DE DATOS. | 5 |
| 1.3.1.1 CLAVES DE BIBLIOTECAS. | 6 |
| 1.3.1.2 REFERENCIAS TEMÁTICAS. | 7 |
| 1.4 ANOTACIONES SOBRE LA BÚSQUEDA DE INFORMACIÓN. | 11 |
| CAPÍTULO 2 INTRODUCCIÓN | 1 |
| 2.1 ÁMBITO DE LA TESIS. | 2 |
| 2.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA. TEORÍA VERSUS PRÁCTICA. | 5 |
| 2.2.1 TEORÍA. | 5 |
| 2.2.2 PRÁCTICA | 5 |
| CAPÍTULO 3 DESARROLLO HISTÓRICO Y ESTADO DEL ARTE DE LAS INVESTIGACIONES SOBRE FORMA, TAMAÑO, Y PROPORCIÓN. | 1 |
| 3.1 DE LA ANTIGÜEDAD A GALILEO. | 3 |
| 3.2 DE GALILEO A LA SEGUNDA MITAD DEL XIX. | 9 |
| 3.3 DE LA SEGUNDA MITAD DEL XIX A LA SEGUNDA MITAD DEL XX. | 12 |
| 3.3.1 LOS MANUALES DE LA PRIMERA MITAD DEL XX. | 107 |
| 3.4 DE LA SEGUNDA MITAD DEL XX A LA ACTUALIDAD. | 156 |
| 3.4.1 EL EDIFICIO EN ALTURA en la segunda década del s. XX. | 211 |
| 3.4.2 LOS MANUALES DE LA SEGUNDA MITAD DEL XX. | 224 |
| 3.4.2.1 EL EDIFICIO EN ALTURA en los manuales de la segunda mitad del XX. | 239 |
| CAPÍTULO 4 LAS HERRAMIENTAS y SUS ÁMBITOS DE APLICACIÓN. | 1 |
| 4.1 ANÁLISIS DIMENSIONAL. | 4 |
| 4.2 ANÁLISIS CLÁSICO. | 6 |
| 4.2.1 Resistencia. | 6 |
| 4.2.2 Rigidez. | 6 |
| 4.2.3 Estabilidad. | 6 |
| 4.2.3.1 Estabilidad como sólido rígido. Estabilidad de primer orden. | 7 |
| 4.2.3.2 Estabilidad como sólido deformable. Estabilidad de segundo orden. | 7 |
| CAPÍTULO 5 DEFINICIÓN DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA. | 1 |
| 5.1 ANOTACIONES PREVIAS: Estructuras Continuas versus Discontinuas. | 2 |
| 5.2 MATERIAL | 4 |
| 5.3 FORMA | 5 |
| 5.3.1 Esquema | 5 |
| 5.3.2 Condiciones de contorno | 6 |
| 5.3.3 Proporción | 6 |

| | | |
|-------------------|--|----------|
| 5.4 | GRUESO O DIMENSIONADO. | 6 |
| 5.5 | TAMAÑO | 7 |
| 5.6 | ACCIONES. | 7 |
| 5.6.1 | Definición del sistema de cargas | 7 |
| 5.6.2 | Magnitud de las acciones. | 7 |
| CAPÍTULO 6 | ELEMENTOS. | 1 |
| 6.1 | CONCEPTO GENERAL DE SIMILITUD. | 3 |
| 6.1.1 | TIPOS DE SIMILITUD MECÁNICA. | 4 |
| 6.1.1.1 | Similitud ESTÁTICA. | 4 |
| 6.1.1.2 | Similitud MATERIAL. | 4 |
| 6.1.1.3 | Similitud DINÁMICA. | 4 |
| 6.1.1.4 | Similitud CINEMÁTICA. | 4 |
| 6.1.2 | APLICACIÓN DEL TEOREMA π : EL "PRINCIPIO DE SIMILITUD". | 5 |
| 6.2 | TEOREMA DE MAXWELL. | 7 |
| 6.3 | TEOREMA DE MICHELL. | 9 |
| 6.4 | TEOREMA DE LA MÁXIMA RIGIDEZ | 11 |
| 6.5 | TEOREMA DE LAS PROYECCIONES PARALELAS. | 11 |
| CAPÍTULO 7 | RELACIONES ENTRE LAS VARIABLES. | 1 |
| 7.1 | ANÁLISIS DIMENSIONAL. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE SIMILITUD. | 2 |
| 7.1.1 | TRANSFORMACIONES <u>SEMEJANTES</u> . | 2 |
| 7.1.1.1 | CONDICIÓN DE RESISTENCIA. | 4 |
| 7.1.1.2 | CONDICIÓN DE RIGIDEZ. | 12 |
| 7.1.1.3 | CONDICIÓN DE ESTABILIDAD . | 16 |
| 7.1.1.3.1 | ESTABILIDAD DE PRIMER ORDEN. | 16 |
| 7.1.1.3.1.1 | ESTRUCTURAS VERTICALES. | 17 |
| 7.1.1.3.1.2 | ARCOS DE FÁBRICA. | 19 |
| 7.1.1.3.2 | ESTABILIDAD DE SEGUNDO ORDEN | 21 |
| 7.1.1.3.2.1 | ESTABILIDAD LOCAL. | 21 |
| 7.1.1.3.2.1.1 | cargas del tipo $F=F(L^2)$. | 22 |
| 7.1.1.3.2.1.2 | cargas del tipo $F=F(L^3)$. | 22 |
| 7.1.1.4 | LOS INTERVALOS DE PROPORCIONALIDAD EN ESTRUCTURAS DE EDIFICACIÓN. Galileo y las reglas proporcionales. | 23 |
| 7.1.1.5 | LA REPERCUSIÓN DEL COSTE DE LAS UNIONES CON EL CAMBIO DE TAMAÑO. | 26 |
| 7.1.1.5.1 | Caso de $F=F(L^3)$ | 27 |
| 7.1.1.5.2 | Caso de $F=F(L^2)$ | 27 |
| 7.1.1.6 | ANÁLISIS DIMENSIONAL Y DATOS EMPÍRICOS. | 27 |
| 7.1.2 | TRANSFORMACIONES AFINES NO SEMEJANTES. | 28 |
| 7.2 | ANÁLISIS CLÁSICO. | 30 |
| 7.2.1 | DATOS INICIALES. | 30 |
| 7.2.2 | RELACIÓN ENTRE CANTIDAD DE ESTRUCTURA Y MÍNIMOS. | 31 |
| 7.2.2.1 | VARIACIÓN DE LA CANTIDAD DE ESTRUCTURA CON EL CAMBIO DE PROPORCIÓN (cambio de geometría afin). | 31 |
| 7.2.2.2 | EXPRESIÓN GENERAL DEL PESO PROPIO. RELACIÓN CON EL TAMAÑO MÁXIMO. VARIACIONES DE PROPORCIÓN. | 33 |
| 7.2.2.3 | VARIACIONES EN FUNCIÓN DE LAS COMPROBACIONES DE RESISTENCIA, RIGIDEZ O ESTABILIDAD. | 34 |
| 7.2.2.3.1 | CONSIDERACIÓN DE LA RESISTENCIA | 35 |
| 7.2.2.3.2 | CONSIDERACIÓN DE LA ESTABILIDAD LOCAL GEOMÉTRICA. | 35 |
| 7.2.2.3.3 | CONSIDERACIÓN DE LA RIGIDEZ. | 37 |

| | | |
|--------------------|--|----------|
| CAPÍTULO 8 | DESARROLLO DEL PROBLEMA EN ALGUNOS TIPOS. | 1 |
| 8.1 | <i>TAMAÑOS MÁXIMOS Y LUCES HORIZONTALES</i> | 2 |
| 8.1.1 | UNIDIRECCIONALES. | 2 |
| 8.1.1.1 | VIGAS TRIANGULADAS | 2 |
| 8.1.1.1.1 | VIGAS TRIANGULADAS de CORDONES PARALELOS CON DIMENSIONADO ESTRICTO. | 2 |
| 8.1.1.1.2 | VIGAS TRIANGULADAS de CORDONES PARALELOS CON DIMENSIONADO CONSTANTE. | 5 |
| 8.1.1.2 | ARCOS de trazado parabólico. | 6 |
| 8.1.1.2.1 | TABLERO INFERIOR | 6 |
| 8.1.1.2.2 | TABLERO SUPERIOR | 7 |
| 8.1.1.2.3 | TABLERO INTERMEDIO | 8 |
| 8.1.1.2.4 | ESTUDIO COMPARATIVO de sus TAMAÑOS. | 8 |
| 8.1.1.2.4.1 | COMBINACIONES DE MATERIALES DENTRO DE UN TIPO. | 9 |
| 8.1.1.2.4.2 | CONSIDERACIÓN DE LA PENALIZACIÓN POR ESTABILIDAD. | 11 |
| 8.1.2 | BIDIRECCIONALES | 12 |
| 8.1.2.1 | MEMBRANAS DE REVOLUCIÓN. | 12 |
| 8.1.2.1.1 | Cúpula semiesférica | 13 |
| 8.1.2.1.1.1 | Carga de nieve | 13 |
| CAPÍTULO 9 | COMPARACIÓN CON DATOS EMPÍRICOS | 1 |
| 9.1 | <i>TEORÍA versus REALIDAD.</i> | 2 |
| 9.1.1 | El tamaño. | 2 |
| 9.1.2 | El dimensionado. | 3 |
| 9.1.3 | El Material. | 3 |
| 9.1.4 | La configuración topológica y la forma. | 3 |
| 9.1.5 | El modelo de cargas. | 4 |
| 9.2 | <i>ESTUDIO COMPARATIVO.</i> | 6 |
| CAPÍTULO 10 | CONCLUSIONES | 1 |
| Apéndice A. | DESCRIPCIÓN DE MATERIALES PARA USO ESTRUCTURAL. | 1 |
| A.1. | <i>INTRODUCCIÓN.</i> | 2 |
| A.2. | <i>PARÁMETROS RELEVANTES DE LOS MATERIALES ESTRUCTURALES.</i> | 2 |
| A.2.1. | ANOTACIONES SOBRE EL TIPO DE RELACIÓN TENSIÓN-DEFORMACIÓN. | 2 |
| A.2.1.1. | LINEALIDAD Y NO-LINEALIDAD. | 2 |
| A.2.1.2. | COMPORTAMIENTO EN TRACCIÓN Y EN COMPRESIÓN | 3 |
| A.2.1.3. | DUCTILIDAD. | 4 |
| A.2.1.4. | FRAGILIDAD. | 5 |
| A.2.1.5. | ENERGÍA DE DEFORMACIÓN Y RESILIENCIA. | 7 |
| A.2.2. | ISOTROPÍA Y ANISOTROPÍA. | 8 |
| A.2.3. | COMPORTAMIENTO REOLÓGICO. | 9 |
| A.2.4. | DURABILIDAD. | 9 |
| A.2.5. | MATERIALES BÁSICOS versus COMPUESTOS. | 9 |
| A.3. | <i>DESCRIPCIÓN DE MATERIALES DE USO ESTRUCTURAL.</i> | 12 |
| A.3.1. | MADERAS. | 12 |
| A.3.2. | FÁBRICAS. | 13 |
| A.3.3. | HORMIGONES. | 17 |
| A.3.3.1. | Hormigones convencionales. | 17 |
| A.3.3.2. | Hormigones ligeros. | 18 |
| A.3.3.3. | Hormigones de alta resistencia. | 19 |
| A.3.3.4. | Hormigones de polímeros. | 21 |
| A.3.3.5. | Hormigones reforzados con fibras metálicas (Microreforzados). | 22 |
| A.3.4. | HIERROS Y ACEROS. | 22 |

| | |
|--|----------|
| A.3.4.1. Nuevas aleaciones para piezas de fundición en hierro y en acero. | 23 |
| A.3.5. ALUMINIOS. | 25 |
| A.3.6. FIBRAS Y COMPOSITES. | 26 |
| A.3.7. OTROS MATERIALES. | 37 |
| A.4. TABLAS RESUMEN. | 37 |
| Apéndice B TIPOS DE TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS. | 1 |
| B.1 Transformaciones <i>TOPOLÓGICAS</i> . | 4 |
| B.2 Transformaciones <i>DIFERENCIALES</i> . | 5 |
| B.3 Transformaciones <i>CONFORMALES</i> . | 6 |
| B.3.1.1 Transformaciones <i>CONFORMALES LINEALES</i> | 7 |
| B.3.1.1.1 Transformaciones <i>LINEAL FRACCIONAL</i> . | 7 |
| B.3.1.2 Transformaciones <i>CONFORMALES INVERSAS</i> . | 8 |
| B.4 Transformaciones <i>PROYECTIVAS</i> . | 8 |
| B.5 Transformaciones <i>AFINES</i> . | 10 |
| B.5.1.1 Transformaciones <i>CONGRUENTES</i> . | 10 |
| B.5.1.1.1 <i>TRASLACIONES</i> | 10 |
| B.5.1.1.2 <i>ROTACIONES</i> | 10 |
| B.5.1.1.3 <i>REFLEXIONES</i> | 10 |
| B.5.1.2 Transformaciones <i>SEMEJANTES</i> . | 10 |
| B.5.1.3 Transformaciones <i>PARALELAS</i> . | 11 |
| BIBLIOGRAFÍA | 1 |
| Anotaciones. | 1 |
| Clasificación | 1 |
| Grado 5 | 2 |
| Grado 4 | 4 |
| Grado 3 | 10 |
| Grado 2 | 16 |
| Grado 1 | 21 |

RESUMEN

La tesis presenta una revisión de los datos e investigaciones sobre peso propio de estructuras a lo largo de la historia; tanto de estructuras de edificación como de muchos tipos de puentes. Este trabajo, organizado de manera cronológica, muestra la existencia de un período muy fructífero entre finales del XIX y mediados del XX. A partir de ese momento, las investigaciones orientadas a las primeras etapas del diseño de estructuras prácticamente cesan.

Los trabajos empíricos existentes son de gran riqueza y muchos de ellos son aún perfectamente utilizables como herramientas de diseño. A través de ellos es posible determinar a priori (para distintos tipos, luces, y materiales) el peso de una estructura. Los estudios teóricos no han estado, sin embargo, tan desarrollados como los empíricos. Es más, cara a esas primeras etapas del diseño de estructuras, volvemos a encontrar más riqueza en los trabajos anteriores a mediados de este siglo.

Se hace una apuesta por las variables del problema de peso propio; enlazando con planteamientos que tienen una antigua tradición en la literatura científica y técnica; y que ahora han caído casi en desuso. De acuerdo con ello se plantean las relaciones fundamentales de dichas variables.

Además de las aplicaciones directas del trabajo; la investigación revela el escaso trabajo actual con relación a esas primeras fases del diseño de estructuras. Se intenta que esta investigación cubra ese espacio existente entre pasado y presente; recuperando datos y aspectos que no han debido ser abandonados.

1 MÉTODO Y LÉXICO.

1.1 NOMENCLATURA DE PARÁMETROS NUMÉRICOS.

NOMBRE DEL PARÁMETRO.

DIMENSIÓN. (base L,M,T)

| Coefficientes variables | |
|--|-----------------|
| $L = Luz^2$ | L |
| $\rho = \text{peso específico}$ | $L^{-2}MT^{-2}$ |
| $\sigma = \text{tensión normal}$ | $L^{-1}MT^{-2}$ |
| $\sigma_{adm} = \text{tensión normal admisible}^3$ | $L^{-1}MT^{-2}$ |
| $\tau = \text{tensión tangencial}$ | $L^{-1}MT^{-2}$ |
| $\varepsilon = \text{deformación longitudinal unitaria}$ | L^0 |
| $w = \text{Cantidad de Estructura total (suma de las partes comprimida y traccionada)}$ | L^2MT^{-2} |
| $w_O = \text{Idem. óptima.}$ | L^2MT^{-2} |
| $w_T \text{ —} = \text{Cantidad de Estructura de la parte traccionada por fuerzas horizontales}$ | L^2MT^{-2} |
| $w_T = \text{Cantidad de Estructura de la parte traccionada por fuerzas verticales}$ | L^2MT^{-2} |
| $w_C \text{ —} = \text{Cantidad de Estructura de la parte comprimida por fuerzas horizontales}$ | L^2MT^{-2} |
| $w_C = \text{Cantidad de Estructura de la parte comprimida por fuerzas verticales}^4$ | L^2MT^{-2} |
| $\phi = \text{Peso total}$ | LMT^{-2} |
| $\phi_m = \text{Peso total debido a cargas muertas}$ | LMT^{-2} |
| $\phi_{ext} = \text{Cargas exteriores totales}$ | LMT^{-2} |
| $F = \text{cargas puntuales o fuerzas}^5$ | LMT^{-2} |
| $q_L = \text{carga unitaria lineal}$ | MT^{-2} |
| $q_s = \text{carga unitaria superficial}$ | $L^{-1}MT^{-2}$ |
| $p_L = \text{peso unitario lineal}$ | MT^{-2} |
| $p_s = \text{peso unitario superficial.}$ | $L^{-1}MT^{-2}$ |
| $z = \text{brazo de palanca}^6$ | L |
| $d = \text{canto}^7$ | L |
| $\lambda = (\text{esbeltez}) L/d \text{ en continuas y } L/z \text{ en las de barras}^8$ | L^0 |
| $\lambda_O = \text{esbeltez óptima}$ | L^0 |
| $s = \text{separación horizontal entre elementos similares}$ | L |
| $h = \text{separación vertical entre elementos similares}$ | L |
| $b = \text{ancho de viga o pilar}^9$ | L |

²Dimensión máxima de la estructura, horizontal o vertical, en dirección perpendicular a la de las fuerzas condicionantes de diseño.

³el subíndice -adm- se usará siempre con el mismo sentido; o igual le sucederá a cualquiera de los otros subíndices o símbolos añadidos a los parámetros.

⁴Los símbolos — y | se podrán usar también con otro parámetro de fuerza o de tensión con el mismo significado.

⁵Los subíndices P y Q pueden también aplicarse con este parámetro.

⁶Distancia a ejes en las estructuras discontinuas y brazo de palanca virtual efectivo en las continuas (hormigón, perfiles, madera,...)

⁷En madera será el canto total, en hormigón será el canto útil, en las estructuras de barras el canto se medirá a eje de barra y coincidirá con -z-.

Introduciremos un subíndice para diferenciar cantos de elementos de cantos generales de estructura; que no llevarán subíndice.

⁸Relación luz/canto; en relación a su modo de trabajo, de modo que en las estructuras horizontales la luz es horizontal y el canto vertical; y en las verticales sucede justo lo contrario. El que cambie de unas a otras no es contradictorio; ya que siempre la dirección de la luz es perpendicular a la dirección de las fuerzas más condicionantes, y el canto entonces es a su vez perpendicular a la luz.

⁹dimensión perpendicular al canto; según lo establecido.

| | |
|---|-----------------|
| α = coeficiente de distorsión lineal | L^0 |
| β = coeficiente de distorsión angular | L^0 |
| Λ = alcance = σ_{adm}/ρ | L |
| A = área | L^2 |
| | |
| | |
| | |
| Coefficientes constantes | |
| | |
| g = aceleración de la gravedad | LT^{-2} |
| E = módulo longitudinal de elasticidad | $L^{-1}MT^{-2}$ |
| G = módulo transversal de elasticidad. | $L^{-1}MT^{-2}$ |
| ν = módulo de poisson | L^0 |
| | |
| | |
| | |
| | |

Dicha nomenclatura no se ha utilizado en el capítulo 2 al recoger trabajos de otros autores, en los que se ha preferido, utilizar en general su propia nomenclatura (lógicamente, aclarada en cada caso); intentando con ello no cometer errores en la transcripción.

1.2 CONVERSIONES DE UNIDADES DE UTILIDAD

Dado que muchas de las tablas y figuras originales aportadas utilizan otras unidades distintas a las habituales en España, he creído conveniente añadir a título orientativo algunas de las conversiones más utilizados por mí durante el proceso.

LONGITUD

| | |
|---------|------------|
| 10 feet | = 3,048m. |
| 1 inch | = 2,54 cm. |

PESO

| | |
|-----------------------------------|--------------|
| 1 pound | = 0,4536 kp. |
| 1 p.l.f. (pounds per linear foot) | = 1,48 kp/m |

PRESIÓN

| | |
|--|--------------------------|
| 1 Ksi (=10 ³ psi)(=10 ³ Lb/(sq.in.)) | = 70 Kp/cm ² |
| 1 ton/(sq.in.) | = 155 Kp/cm ² |
| 1 N/mm ² (=1 MPa)(=MN/m ²) | = 10 Kp/cm ² |
| 1 psf | =4,9 Kp/m ² |

1.3 NOTAS VARIAS SOBRE MÉTODO Y NOMENCLATURA.

1.3.1 ABREVIATURAS y CLAVES DE RECOPIACIÓN DE DATOS.

La bibliografía se describe con el sistema habitual de éste tipo de trabajos; primero el autor, después el título y el lugar donde se publica o recoge, y a continuación los datos referentes a la localidad donde se publica y su editorial y año de publicación o producción; así como el número de páginas. Lógicamente, cada tipo de trabajo (dependiendo de si es artículo, libro, capítulo de libro, manuscrito, etc.) tiene unas reglas concreta de citarse que son usadas en la gran mayoría de los trabajos de investigación de cualquier campo; y a ellas nos adaptamos. Puede que alguna de las citas falte algún dato. Ello se debe a pequeños errores cometidos al comienzo de la investigación y que son de difíciles de subsanar más tarde. No obstante, creo que en ningún caso suponen una imposibilidad para la localización correcta de la fuente citada.

Pero además de estas referencias obligadas y necesarias para localizar; se añaden tres tipos más de datos.

El primero de ello es una abreviatura no convencional de la **biblioteca** donde se localizó. Lógicamente, ello no implica que sólo pueda localizarse allí dicha información; aunque en muchos de los casos eso sí sucede. La información facilitada puede ahorrar mucho tiempo en los casos en que hay que solicitar documentación a otras bibliotecas.

El segundo fue una clave muy útil para poder clasificar la información que se recogía, de modo que no fuese necesario tener cerrado un índice (que con seguridad se iría alterando a medida que se desarrollase el trabajo). Es decir, es **una clave temática**; y nos informa de las características principales del trabajo. Esta agrupación no está totalmente cerrada o depurada; pero fue de utilidad al trabajar, y entiendo que es de utilidad para un primer chequeo de su utilidad a terceros.

El tercero es una clave numérica, entre 1 y 5, que nos indica el **grado interés** de la cita en relación con nuestro tema. Un número alto indica gran interés. Como ya indico, el interés es relativo a nuestro trabajo, y no hace en absoluto mención a la calidad intrínseca de la cita.

Estos dos últimos datos nos han servido para confeccionar las agrupaciones bibliográficas temáticas, subagrupadas además por orden de interés. A pesar de ello, en la agrupación alfabética pueden ser de gran apoyo.

Como es lógico, en todo este proceso se ha utilizado una base de datos. Además de los campos que hacen referencia a todo lo dicho, se han introducido otros auxiliares para localizar de varios modos la información en la base y su referencia al almacenamiento físico. Esto, como es lógico, no aparece en las citas; si bien creo que la indicación puede ser de ayuda a doctorandos noveles.¹⁰

¹⁰En este sentido, creo necesario recomendar algunos libros no demasiado conocidos en España; y que pueden ser de gran utilidad al iniciar la tesis. También me gustaría recordar que la metodología viene condicionada por el tipo de proyecto; al igual que la localización de fuentes; con lo que quiero indicar que dichos textos se tomen sólo como referencia. De nuevo, un buen consejero puede ser el sistema más rápido y útil.

1.3.1.1 CLAVES DE BIBLIOTECAS.

| | |
|------|---|
| BNE | Biblioteca Nacional de España, Madrid. |
| BAM | Biblioteca de la ETS de Arquitectura de Madrid. |
| BCM | Biblioteca de la ETS de Ingenieros de Caminos C. y P. de Madrid. |
| BCDX | Biblioteca del CEDEX; Madrid. |
| BITM | Biblioteca del INTEMAC; Madrid. |
| BET | Biblioteca del Instituto Eduardo Torroja; Madrid. |
| BPG | Biblioteca Paul Galvin del -Illinois Institute of Technology-; Chicago; Illinois. |
| BIUC | Biblioteca de la Univ. de -Illinois At Urbana Champaign-, Urbana; Illinois. |
| BUI | Biblioteca de la Univ. de -Univ. of Illinois-, Chicago; Illinois. |
| BES | Biblioteca de la -American Society of Civil Engineers-, New York. |
| BAVL | Biblioteca -Avery- de la -Columbus Univ.-; New York. |

1.3.1.2 REFERENCIAS TEMÁTICAS.

CLAVE TEMÁTICA PROVISIONAL PARA LA CLASIFICACIÓN DE LA INFORMACIÓN DE LA TESIS DOCTORAL.

Las siguientes palabras claves y “especificadores” han sido utilizados como medio de clasificación de la información bibliográfica antes de tener una organización por capítulos definitiva. De esto modo se puede obtener información temática de la base de datos a través de las claves contenidas en el campo -CLAVE-TEMÁTICA TESIS-. Con éste sistema, puede al final revertirse toda la información en sus correspondientes capítulos finales de la tesis.

Algunos de los apartados son tangenciales a nuestro tema, pero se introdujeron por ir clasificando información recibida con poco interés posterior (en muchas ocasiones, el título del trabajo hacía concebir esperanzas que luego no se cumplían; y no obstante parecía necesario clasificar dicha información).

En el caso de los especificadores, al final se ha prescindido casi totalmente de ellos al usar un campo con palabras clave en inglés (el mayor porcentaje de la documentación está en esa lengua) que hace más lógico el proceso; y que evita un excesivo tiempo de introducción y datos y unas clasificaciones arbitrarias de un tamaño excesivo. Quizás la única excepción está en el especificador para diferenciar estructuras de barras de continuas.

CLAVE DESCRIPCIÓN.

MD Metodología

Metodología de investigación y archivo, y Manuales de Estilo para trabajos de Investigación.

- MD1 Metodología de investigación
- MD2 Metodología de almacenamiento de documentación.
- MD3 Manuales de Estilo para trabajos de investigación.
- MD4 Metodología de estudio y exposición oral.

G General (Planteamiento del Problema)

- G1 Histórico (Anterior a la fundación de las Escuelas Técnicas francesas)
- G2 Contemporáneo (resto)

H Herramientas generales de trabajo.

- H1 Análisis Dimensional. (Dimensional Analysis)
 - H11 Análisis teórico (sin la ayuda de modelos) (Theory)
 - H12 Análisis o diseño a través de modelos.(Model Analogy)
 - H13 Diseño por comparación con estructuras naturales.(Nature Analogy)

- H2 Métodos Elásticos. Algoritmos de cálculo relacionados con la obtención de peso mínimo.(Elasticity, Minimun Weight Design)

- H3 Métodos Plásticos. Algoritmos de cálculo relacionados con la obtención de peso mínimo.(Plasticity, Minimun Weight Design)

L Leyes y Principios de Aplicación.

- L1 Teoría General de transformaciones y Principio de Similitud. (Similitude Priniple)
- L2 Teorema de las Fuerzas Recíprocas. (Reciprocal Force Theorem)
- L3 Relacionado con los teoremas sobre Cantidad de Estructura (Maxwell, Michell, Cox,...)

P Parámetros. Definiciones y Relaciones.

- P1 Definiciones y Leyes de interés general.
- P2 Relaciones Paramétricas.

| | | |
|------------|-----|---|
| (Graphics) | P21 | Reglas geométricas con base teórica. (Geometric Rules) ¹¹ |
| | P22 | Gráficos paramétricos; tipo Luz-Peso Propio,...etc.; con base experimental |
| | P23 | Relaciones Matemáticas Generales. (Mathematic Relationships) |
| TO | | Relaciones topológicas . Estruct. continuas/discontinuas. (Topology) |
| | TO1 | Consideraciones Matemáticas generales. (General Mathematic Relationships) |
| | TO2 | Consideraciones Estructurales Generales. (Structural Mathematic Relationships) |
| | TO3 | Clasificaciones topológicas.-(Organization Topology) |
| M | | Materiales. (Los correspondientes especificadores determinan el tipo concreto) |
| | M1 | Estudios del material aislado. |
| | M2 | Estudios comparativos de materiales. |
| C | | Calculo de Solicitaciones. |
| | C1 | Diseño preliminar. Fórmulas aproximadas para fases de diseño. |
| | C2 | Teorías generales en primer orden |
| | C3 | Teorías de segundo orden |
| | | C31-No linealidad mecánica. |
| | | C32-No linealidad geométrica. |
| TP | | Información tipológica teórica o experimental ¹² |
| | TP1 | Generales y de Clasificación. |
| | | TP11 Estructuras de luz Horizontal. |
| | | TP12 Estructuras Verticales. |
| | TP2 | Estructuras que salvan luces Horizontales. |
| | | TP21 Estructuras Planas (Todas las fuerzas son coplanares). Cuando la estructura tiene varios ordenes, pero se van transmitiendo de manera consecutiva a estructuras planas, la estructura se considera plana. |
| | | TP211 Vigas y Estructuras Porticadas ¹³ |
| | | TP2111 Vigas. |
| | | TP2112 Pórticos. |
| | | TP212 Estructuras próximas al funicular/antifunicular. |

¹¹La P21 la distinguimos de la P23, en cuanto que en muchas ocasiones nos encontramos que supuestamente tienen una base teórica; pero no se nos da información del proceso seguido.

¹²No hay una única manera de clasificar las estructuras. En este caso, se ha optado por una primera división inicial que diferencie claramente los tipos (aún cuando el tipo de esfuerzos y el modo de trabajo pueda ser similar): las estructuras que salvan una luz horizontal; y la estructura vertical. La gran diferencia es obvia, matices aparte.

No obstante, a partir de aquí la cosa se hacía más compleja. Hay muchos tipos con un nombre ya acuñado en la literatura científico. El tipo agrupa una serie de características que no son sólo mecánicas, sino también topológicas, materiales y de proceso constructivo. Por ello se ha optado por una clasificación mixta, pero que no perdiese las referencias de palabras ya acuñadas. De este modo, se intenta convinar una clasificación que en unos en el caso de las estructuras horizontales parte del modo de trabajo de la estructura a nivel finito (funicular, viga, placa, ...) con otras clasificaciones en el edificio en altura donde la primera subdivisión se hace desde el tipo acuñado (aunque dos tipos tengan el mismo mecanismo interno de transmisión de esfuerzos). Es decir, el tipo acuñado manda sobre cualquier otra clasificación de tipo mecánico o que agrupa un sólo parámetro.

En las horizontales también se subdivide inicialmente entre planas y espaciales; pues son problemas inicialmente de gran diferencia (independientemente del modo de trabajo).

¹³11hablamos del elemento viga por excelencia, sea continuo o en celosía. Se excluyen las láminas plegadas u curvadas unidireccionales. Y lo mismo sucede con los pórticos.

- TP2121 Arcos
- TP2122 Puentes Colgantes.¹⁴
- TP2123 Mixtos

- TP213 Estructuras Atirantadas.¹⁵
 - TP2131 Trazado Radial (Radiating)
 - TP2132 T. en arpa (Harp)
 - TP2133 T. en abanico (Fan)
 - TP2134 T. en estrella (Star)

- TP22 Estructuras Espaciales (Todas las fuerzas no son coplanares)¹⁶
 - TP221 Emparrillados y Placas planos, o de una sola curvatura.
 - TP222 Emparrillados y Láminas de doble curvatura.
 - TP223 Estructuras tipo membrana o funicular/antifuncular.
 - TP2231 Estructura con diseño de membrana pero dotadas de cierta rigidez a flexión/torsión.
 - TP2232 Cúpulas de Piedra. (Esta puede ser plana en muchos casos)
 - TP2233 Estructuras Tensadas
 - TP2234 Estructuras Inflables.
 - TP224 Láminas plegadas o dobladas con comportamiento tipo viga..
 - TP225 Láminas de tipo helicoidal.

- TP3 Estructuras Verticales.¹⁷
 - TP31 Tubulares o en cajón.
 - TP311 Bundled Tube (torre Sears)
 - TP312 Vierendeel Tube
 - TP313 Trussed Tube
 - TP32 Porticos Rígidos (Rigid Frame)
 - TP33 Marcos Arriostrados (Trussed Frame)
 - TP34 Muros Pantalla (Bearing Walls)
 - TP35 Núcleos Rígidos (Core)
 - TP351 Combinados con Soportes en Compresión.
 - TP352 Con Forjados o Losas suspendidas por Tirantes (Suspended)
 - TP353 Sin Soportes y con Losas Nervadas en Voladizo. (Cantilever Slab)
 - TP354 Con Cajones en Voladizo. (Interspatial)
 - TP36 Losas y soportes de Hormigón (Flat Slab)

- TP4 Estructuras Flotantes.

¹⁴Aunque en éstas nos encontramos elementos con trabajo de axiles combinados con otros de flexión; aplicamos el principio ya descrito de que el tipo acunado manda.

¹⁵Lo dicho en los colgantes sigue siendo válido.

¹⁶En el caso de estructuras espaciales, Makowski tiene hecha una detallada clasificación. Entiendo que no este éste el lugar para llegar a esos niveles de detalle

Makowski, Z.S. "A Worldwide Review of Space Structures in Sports Buildings". *Proceedings of the International Collquium on Space Structures for Sports Buildings; Beijing, China; Oct. 27-30; 1987; Lan, Tien T.; Zhilian, Yuan (Edr.); London. Elsevier Applied Science. 1987. . BCDX.*

¹⁷En este caso será muy frecuente encontrar sistemas mixtos que no detallamos.

LISTA DE ESPECIFICADORES.

Se deberán colocar siempre en el orden en que aquí aparecen; igualmente que las claves caso de aparecer varias. Dejar siempre un espacio entre clave y especificadores, y también entre éstos últimos. Puede llevar varios, uno o ningún especificador; pero siempre separados por un espacio.

Ejemplo:

TP1 /T /HA

Información Tipológica General, de carácter teórico, y relativa a hormigón armado.

A- Referente al carácter **teórico o experimental**. En caso de incluir ambos no se especifica ninguno.

/T Teórico.

/E Experimental

B- Referentes al tipo de **material**.

Piedra

/P

Plásticos

/PL

Hormigones.

/HP Hormigón habitual

/HA Hormigón ligero

/HM Hormigón de alta resistencia

/HPL Hormigones aligerados con plásticos

Materiales Metálicos.

/MA Metálico de Acero

/MA Aceros de alta resistencia

/MAL Metálico de Aluminio.

/MF Fundiciones

Materiales Compuestos tradicionales

/FL Fábricas de ladrillo.

/FP Fábricas de piedra

Nuevos materiales sintéticos y naturales y composites.

/PFRV Poliester Reforzado con fibra de vidrio

/FRC Fibras de carbono

/FRA Fibras de aramidas

/FRV Fibras de vidrio

/TFRV Tejidos (mats) en base a fibra de vidrio.

D- Referencia a las características **especiales de montaje**.

/DS Desplegable.

/DE Desmontable.

/TE Sistemas Tensigrit.

/PPR Estr. Pretensadas con armaduras pretesas.

/PPO Estr. Pretensadas con armaduras postesa.

E- Referente a la **continuidad del material**.

/EB Estructuras de Barras

/EC Estructuras Continuas

1.4 ANOTACIONES SOBRE LA BÚSQUEDA DE INFORMACIÓN.

Voy a hablar aquí de un algo que, si bien no está relacionado con el tema de la tesis, **ha sido sin duda uno de los resultados del proceso de investigación.**

En la era de las comunicaciones, las bases de datos se nos presentan como la panacea de cualquier rastreo bibliográfico.

Esto es cierto sólo en cierto modo. La información contenida en las bases de datos (hablo obviamente de las relacionadas con el campo de las estructuras, aunque seguramente lo que se expone sea válido en muchos otros campos) no va más allá de los últimos 40 ó 50 años. Al no ser bases de datos históricas, sino científico-tecnológicas, **alguien ha debido suponer que lo más nuevo siempre engloba a lo más antiguo.**

Es importante aclarar entonces lo siguiente:

1- La información existente desde finales de siglo hasta la segunda guerra mundial no está en absoluto totalmente absorbida por los trabajos posteriores.

Por supuesto que la capacidad técnica ha aumentado mucho con el empleo de los ordenadores y de los métodos que los acompañan. No obstante, muchos resultados y enfoques de gran utilidad que fueron abandonados con el desarrollo del ordenador, no aparecen reflejados en ningún trabajo posterior; y por tanto tampoco en ninguna base de datos.

El problema es que en la mitad de siglo hubo un gran cambio en el modo de ver los temas técnicos que por supuesto se plasma en el modo de estructurar y elaborar las bases de datos.

2- Al meter la información en las bases de datos hay una selección necesaria y peligrosa.

Esto significa, por ejemplo, que muchas universidades (incluyendo como era de pensar a la española) no ven reflejadas sus tesis doctorales en las bases importantes; por no hablar actualmente del mundo empresarial (que es donde mejor investigación aplicada se está haciendo a nivel internacional).

3- El modo de extraer la información es limitado y condicionante.

En la mayoría de las bases, la información se extrae a partir de palabras claves. Este a veces funciona muy bien. Si buscas información sobre autores, o si tu tema tiene alguna palabra totalmente específica, la información que se extrae es de calidad. Con los autores, el problema es que muchas veces desconoces el nombre que te interesa; con lo que vuelves a estar bloqueando.

Es decir, si tu tema es, por ejemplo: -La pasivación por alcalinidad de las armaduras de paraboloïdes hiperbólicos en las obras de Ciudad de México del arquitecto Félix Candela-; casi te puedo asegurar que no se tardaría más de dos días en reunir casi toda la información disponible.

En la gran mayoría de los casos, y para la mayoría de los trabajos (es decir, para trabajos acordes a la mentalidad de ésta mitad de siglo); lo dicho no es en absoluto relevante.

Pero nuestro trabajo cometía un pecado: ser -anacrónico-. O sea, ser capaz de replantearse muchas cosas desde cero e intentar recoger legados más allá de los últimos 50 años.

Vayamos entonces a nuestro caso, y ejemplifiquemos todos estos puntos.

1- No encontraremos en las grandes bases de ingeniería civil y arquitectura nada sobre Thorpe, ni sobre Waddell, ni otros más...; por el hecho de que las bases guardan información más actual. No digamos ya si pensamos en Maxwell, Rankine o Jenking; el siglo XIX para el ingeniero actual entra dentro del campo de los historiadores.

2- Las -Master Thesis- no se recogen en la UMI (que sólo refleja las Ph. Degree). Y sucede que por éste camino no encontraríamos ninguno de los trabajos del IIT, que sin duda son de los más relevantes.¹⁸

¹⁸Y colocándonos en un caso opuesto; ¿cómo localizaría un investigador en Hong Kong nuestros trabajos? Sin duda debemos hacer algo más que publicarlos en una revista nacional.

3- Y así, si buscamos por palabras claves a partir de un título como el de: -Estructura: Tamaño y Proporción-; nos pueden salir tesis hasta de sociología (y no es una parodia).

Lo más cerca a lo que puedes llegar por éste camino es a rastrear temas de optimación con respecto al peso; que obviamente no tocan más que tangencialmente el cuerpo de nuestra tesis. Las búsquedas temáticas no siempre existen, y en éste caso tampoco nos hubiesen ayudado.

¿ Y, cómo llegar, por ejemplo, a los trabajos de Fazlur Khan?. Si bien es cierto que muchos de sus trabajos están en los índices actuales, los títulos de los mismo no son totalmente reveladores. Con las palabras clave de sus títulos obtendríamos multitud de información basura (en una cantidad incalculable).

Sólo una base temática bien estructurada sería útil a nuestros propósitos, y no vamos a encontrar esto hoy por hoy en nuestro campo (al menos en lo que yo conozco, que no es poco). Además, las bases de datos deberían permitir la autogeneración de nuevas clasificaciones; ya que nuevas investigaciones pueden iniciarse sin campo existente y posteriormente formar uno con pleno derecho. El tema desde luego no es sencillo; pero sí necesario.

Las bases de datos son incompletas y además sus errores de estructuración no pueden ser corregidos por los usuarios.

La explicación, desde mi punto de vista, está en el carácter de las investigaciones de ésta mitad de siglo y en qué colectivos las realizan. Es decir:

a- Son siempre muy específicas.

b- Los colectivos que más usan las bases son de ciencias puras o aplicadas, o de tecnologías avanzadas.

Esto implica que la organización y búsqueda por palabras claves es totalmente lógica y adecuada.

Pero en nuestro caso, todo eso no vale prácticamente para nada.

E imagino que nuestro ejemplo no está aislado.

No es aquí el lugar para detallar como se fueron localizando los diferentes trabajos. Lo que sí puede decir es que el proceso tuvo más que ver con las novelas de Sherlock Holmes que con la labor cotidiana de un aprendiz de investigador.

Lo que sí es evidente, en un momento en que la información puede viajar a la velocidad de la luz, es que sigue siendo imprescindible (y altamente rentable):

a- hablar con gente.

b- pisar las bibliotecas y tener el papel un tus manos.

Estas dos cosas pueden ahorrar muchas horas de búsquedas estériles y mucho dinero en envíos de papel que no es útil más que para adornar bibliotecas. Espero que lo dicho sirva para que otros investigadores no vuelvan a caer en dicho error; y para que alguien del mundo de la biblioteconomía haga uso de ello.

CAPÍTULO 2 INTRODUCCIÓN

2.1 ÁMBITO DE LA TESIS.

*El trabajo se circunscribe al ámbito del DISEÑO DE ESTRUCTURAS; y más concretamente a lo que podríamos denominar **PROYECTO DE ESTRUCTURAS**.*

Actualmente, las líneas de investigación en estructuras no suelen acometer este campo. De hecho, esta tesis es en gran medida una apuesta por una reformulación de los elementos y herramientas del diseño de estructuras.

Aunque la validez de idea sólo cobrará consistencia con el trabajo presentado; intentaré anticipar unas ideas que faciliten un hilo conductor al lector. Para ello voy a presentar lo que considero **premisas de partida**.

1- El diseño de estructuras en arquitectura e ingeniería civil entran dentro del campo de la tecnología y no de la ciencia aplicada. La diferencia es clara e importante:

"(...) Engineering or technology is the making of things that did not previously exist, whereas science is the discovering of things that have long existed. Technological results are forms that exist only because people want to make them, whereas scientific results are formulations of what exists independently of human intentions. Technology deals with the artificial, science with the natural." ¹⁹

Si el técnico no descubre sino que crea; debemos plantearnos cuales son los elementos que posibilitan y desarrollan la capacidad de creación.

2- La primera línea, las primeras trazas, estan altamente condicionadas por la cantidad de documentación no verbal que posee el diseñador. ²⁰ Si esto es cierto, *la comprensión de los tipos existentes es un factor clave en el proceso de diseño*. Podría argumentarse que esa misma carga inicial es a la vez un impedimento para la formulación de nuevos tipos. Pero entonces no hablamos del trabajo de un técnico, y no tendría sentido la discusión. **El tipo es, según esto, uno de los elementos del diseño de estructuras**. Obviamente, el concepto de tipo agrupa factores de carácter formal, mecánico, constructivo, ...

3- El diseño de estructuras puede ser definido como el proceso de producción de un prototipo que optime el conjunto de las variables del problema (lógicamente ello implica una ponderación de su relevancia en el todo); cosa que es, desde el punto de vista del técnico, algo perfectamente experimentado. Para apoyar estas ideas, citaré unas líneas de una de las mejores y más completas publicaciones que se han hecho en torno al proceso de diseño del edificio en altura:

"Structural engineers have always been concerned with the optimization. However, techniques have been somewhat arbitrary since engineering judgment and experience and simple established techniques of member optimization have been the basic ingredients. Although there are sometimes overriding considerations, cost is usually the criterion for optimization and considerations of minimum weight are relevant only in that context. In broad terms, meaningful optimization should include considerations of structural efficiency, fabrication and erection costs, quality of space and comfort, architectural, mechanical, and electrical requirements, esthetics, and rental revenue. However, it is impractical to develop closed-form mathematical minimizations procedures because the relationships among various interdependent factors cannot be established in a strict mathematical form. Under these circumstances, optimization takes the form of rational selection of systems to produce minimum cost, and generally involves three levels. The first level usually deals with the initial selection of a system at the start of the project, in coordination with interdependent architectural, mechanical and electrical requirements. Various schemes of different over-all proportions are considered at this stage, at the end of which a final scheme is chosen or a few schemes selected for further study. The second level of optimization has to do

¹⁹Billington, David P. The Tower and the Bridge. The New Art of Structural Engineering. Princeton, Princeton University Press, 1985 (1983); pg. 9.

²⁰Ferguson muestra como, en la producción tecnológica de los últimos 500 años, el aprendizaje y comprensión no verbal han jugado un papel decisivo. Véase:

Ferguson, Eugene S.; Engineering and the Mind's Eye. Cambridge, Mass.; the MIT Press; 1992.

with a more detailed study of particular systems and includes preliminary member proportions and **subsystems optimization**. Final desing and **member optimization** constitute the third level, and generally follow a rigorous analysis of the structure.”²¹

4- Comparto esta idea, y considero entonces que los pasos del diseño de estructuras son:

Fase 1- selección inicial de varios tipos que se consideren razonables para el problema propuesto. El concepto de tipo debe incluir al menos: material, geometría, tamaño y sistema constructivo (sin completar esa definición no es posible realizar de modo riguroso la siguiente etapa).

Fase 2- análisis simplificado y predimensiado de las soluciones elegidas a priori; desestimando las peores. Eso sí, considerando la optimización desde un punto de vista global. Es decir, ponderando todas las variables del problema.

Fase 3- Optimización de los elementos estructurales de la estructura elegida a posteriori; realizando el cálculo de la misma de un modo proporcional al tipo de problema.

5- Las herramientas a emplear en cada fase son distintas:

Fase 1- Conocimientos de carácter verbal y no verbal fruto de la experiencia (teórica y/o práctica).

Fase 2- Conocimientos mecánicos para elegir un modelo teórico simple así como su algoritmo de cálculo; y capacidad para establecer las variables del problema y sus relaciones.

Fase 3- Conocimiento de los métodos de cálculo y optimización. Utilización del ordenador.

El aprendizaje de las estructuras debe facilitar, en la medida de lo posible, esas herramientas. El trabajo de esta tesis concierne obviamente a ese primero y segundo nivel.

Descubriremos que la literatura técnica del pasado reciente ha cubierto las dos primeras fases de forma más sistemática y completa que la actual; y que nos puede aportar datos empíricos de gran valor. Además, se ha recogido información y avanzado en las variables teóricas que resuelven la relación entre forma, tamaño, y proporción de la estructura.

Con ello no queremos negar la importancia de las últimas fases del diseño. Hay además gran número de trabajos de optimación de peso a través de algoritmos numéricos. Es más, esa es la tendencia actual más desarrollada.

A partir de los trabajos de Foulkes, Cox, Hemp y Prager; la teoría del diseño de estructuras derivó hacia diversos desarrollos de técnicas de optimación (y donde los estudios de matemáticos han ido en paralelo). El libro de Hemp²² sigue siendo aún hoy día un clásico en la materia.

Este tipo de trabajos se multiplican. Buenos ejemplos de ellos fueron numerosas tesis doctorales²³ en los años 60 y 70.

Una relación bastante completa y breve en relación al tema es la ofrecida por Knot²⁴.

De hecho, han aparecido varias revistas técnico-científicas en este campo que recogen abundantes artículos todos los años.

Afortunadamente, en castellano tenemos una de las mejores obras²⁵ de recopilación en relación con métodos de optimación de estructuras. La bibliografía es exhaustiva; y me consta que el autor es uno

²¹S. H. Iyengar.(S.O.M) "Preliminary Design and Optimization" (AA.VV; Monograph on Planning and Design of Tall Building).(Vol. SB, Sec. 2.1.) American Society of Civil Engineers New York, 1979. BPG.; pg. 33.(el subrayado es mío)

²²Hemp, W.S. Optimum Structures. Oxford. Clarendon Press. 1973. BPGV.

²³Soossan, Keto. "Optimization of Topology and Geometry of Structural Frames". Ph. D. S.M., Massachusetts Institute of Technology. 1963.

Fu, Kuan-Chen. "A Study of Optimum Structural Configurations". Ph. D. Civil Eng. Department. University of Notre Dame. 1967.

Vepu, Koslu. "Optimally Stable Structural Forms". Ph. D. Civil Eng. Department. University of Waterloo (Canada). 1972.

²⁴Khot, N. S. "Algorithms Based on Optimality Criteria to Design Minimum Weight Structures". *Engineering Optimization*. Vol. 5. 1981.

de los mayores especialistas del tema a nivel internacional. En ella además nos da una relación *de software disponible que nos permitiría resolver la cuestión.*

Es decir, *este tema está bastante cerrado; al menos en cuanto a la disponibilidad de herramientas que permiten realizar la optimación de un modo suficientemente preciso y rápido.*

Además, la mayor aplicación de estos trabajos se da en campos en los que se ha industrializado el proceso. Hoy por hoy, la arquitectura y la ingeniería civil no entran (en el 99% de los casos), dentro de esas premisas. La optimación de una obra como un todo tiene muchísimos más parámetros que el peso; y generalmente de igual o mayor importancia. Aunque es cierto que en determinadas situaciones la aplicación de técnicas de optimación de peso da ahorros totales de gran importancia. De hecho, en la descripción inicial hecha del proceso general de diseño de estructuras hemos incluido este punto en la última fase.

Como ya hemos dicho, nuestro trabajo tiene un enfoque claramente distinto, relacionado con las dos primeras fases del diseño. Además, los numerosos datos ofrecidos permiten optimar la estructura con relación al esquema global y de modo inmediato. Y esto es casi todo lo que puede pedirse dentro de esos límites razonables en los que nos solemos mover en nuestra disciplina en la mayor parte de los casos.

²⁵Hernández Ibañez, Santiago. Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras. Madrid, Paraninfo (Colecc. Senior, nº 8). 1990.

2.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA. TEORÍA VERSUS PRÁCTICA.

2.2.1 TEORÍA.

En virtud de la ley del cubo-cuadrado formulada por Galileo sabemos que el uso de reglas proporcionales para el dimensionado de estructuras no es estricto. A medida que una estructura crece de tamaño las fuerzas de masa crecen con L^3 y la resistencia con L^2 . Es decir, el peso propio hace que semejanza geométrica no implique semejanza mecánica.

Por otra parte, las tensiones debidas al peso propio crecen de manera lineal con el tamaño. Esto trae consigo la existencia de un tamaño máximo para cualquier estructura.

Como es lógico, lo deseable será encontrar las variables numéricas que nos puedan definir el problema de un modo general.

Tenemos entonces dos vertientes básicas:

RELACIONES ENTRE DIFERENTES TIPOS ESTRUCTURALES; es decir, modificaciones de la forma con el aumento de tamaño.

Si consideramos diferentes estructuras (y luego veremos que parámetros numéricos deben considerarse para definirla), cada una de ellas tiene un límite máximo de tamaño. Este límite cambia considerablemente de unas estructuras a otras. El claro entonces que uno de los objetivos de la tesis sea el determinar que tipos estructurales son apropiados para cada rango de tamaño.

RELACIONES DENTRO DE UN MISMO TIPO ESTRUCTURAL; es decir, cambios de proporción con el aumento de tamaño.

Si consideramos una estructura aislada, el estudio de semejanzas puede hacerse de dos modos:

1. **Semejanzas geométricas.** Es decir, ver como se modifican las variables mecánicas al mantener la relación de las geométricas constantes.
2. **Semejanzas mecánicas.** Es decir, ver como varían las variables geométricas para que las mecánicas no varíen al cambiar el tamaño. Aquí es donde tiene sentido hablar de la relación TAMAÑO - PROPORCIÓN. Es decir, ver hasta que límite de tamaño semejanza geométrica implica en un alto grado semejanza mecánica.

2.2.2 PRÁCTICA

Pero además de los enfoques teóricos, parece olvidarse a menudo el ingente número de estructuras que se han construido en este siglo; así como el rango de luces alcanzado. La información empírica de que disponemos es muy amplia; si bien en su mayor parte no es de fácil acceso. El sacar ese volumen de información a la luz es uno de los objetivos principales de este trabajo.

La recopilación se ha hecho de manera cronológica, separando etapas con rasgos comunes. En la segunda mitad del XX además hemos separado el edificio horizontal y el vertical.

Con todo ello hemos formado una especie de historia del peso propio. No obstante, su finalidad es retomar lo que pueda haber de interés para el diseño de estructuras, tanto en estudios teóricos como en datos empíricos.

Por último, los datos empíricos son base imprescindible para validar los resultados teóricos.

CAPÍTULO 3 DESARROLLO HISTÓRICO Y ESTADO DEL ARTE DE LAS INVESTIGACIONES SOBRE FORMA, TAMAÑO, Y PROPORCIÓN.

Hemos dividido la documentación histórica en cuatro grandes etapas, por cuanto suponen estadios distintos de la evolución del problema. Los datos que se aportan justificarán la división. Como en cualquier compartimentación de un proceso histórico, las fechas divisorias no son en modo alguno absolutas.

El hecho de que este capítulo sea tan extenso no tiene, como ya hemos dicho, sólo un afán histórico. Lo más importante es que muchos de los datos de peso que se aportan suponen un legado que sigue teniendo utilidad; y que además nos muestra como hemos perdido riqueza en el planteamiento actual del Diseño de Estructuras.

En las estructuras de fábrica, que cubren una amplísima parte de la historia de la construcción, ya se ha demostrado²⁶ la validez del uso de reglas proporcionales. En estas estructuras, y dentro del intervalo de luz en el que se han usado, el problema de la estructura es la estabilidad, y esta no varía al realizar cambios de geometría semejantes. Este hecho es clave para entender por qué la construcción no se plantea los problemas de peso propio hasta el uso masivo del acero a partir de la segunda mitad del XIX.

En las estructuras de madera ha sido también habitual el uso de reglas proporcionales.

En el apartado primero situaremos los conceptos - Tamaño y Proporción - en su contexto histórico. Intentaremos demostrar como corren paralelos a otros dos conceptos ampliamente debatidos en la teoría de la arquitectura, como son los de - Materia e Idea -. Esto puede ayudarnos a *situar este proyecto de investigación en toda la riqueza y complejidad de nuestra disciplina.*

En el apartado segundo, veremos las consecuencias de la revolución científica en el campo de la teoría; posibilitando la posterior formación en el XIX de una teoría matemática de estructuras.

No obstante, el grueso del capítulo lo constituyen los dos últimos apartados, en los que se recogen los trabajos específicos que aparecen desde la segunda mitad del XIX. Se mostrarán las aportaciones teóricas, así como la recopilación de datos y tablas de carácter empírico. Veremos que constituyen un cuerpo tan voluminoso como poco conocido. Estos datos empíricos son útiles en sí mismos, y además serán utilizados para contrastar los resultados del enfoque teórico.

²⁶Huerta Fernández, Santiago. "Diseño Estructural de Arcos, Bovedas y Cúpulas en España ca. 1500- ca. 1800". Ph. D. ETSAM, Madrid. 1990. 461 pp

3.1 DE LA ANTIGÜEDAD A GALILEO.

TAMAÑO Y PROPORCIÓN COMO DOS CONCEPTOS CLAVES EN LA HISTORIA DE LA ARQUITECTURA OCCIDENTAL. RELACIÓN CON LOS TÉRMINOS MATERIA E IDEA.

Hasta la revolución científica no encontramos nada verdaderamente específico el problema del peso propio. No obstante, daremos un pequeño repaso histórico para tener una visión global.

Podremos ver las consecuencias que tuvo la toma de consciencia de la existencia de los tamaños máximos sobre la utilización de leyes proporcionales en estructuras.

La etimología de las palabras es a veces esclarecedora. -Proportio, Proportionis- significa en latín la relación de una cosa con otra. Platón, en el *Timeo*, nos dice:

"Pero es imposible combinar dos cosas sin una tercera: es preciso que haya entre ellas un lazo que las una, (...). Y la naturaleza de la proporción es tal, que logra perfectamente este objetivo..."²⁷

La proporción, en toda la tradición, se nos presenta como algo necesario para conseguir la unidad; nos permite la relación del todo y las partes. Es uno de los elementos claves de la -Venustas-.

Al ser la belleza dependiente de la armonía y de la proporción, la idea se impone sobre la materia, y esta solo influye en cuanto que una ejecución más o menos perfecta acerca o aleja a la obra de la idea.

Aristóteles representa el polo opuesto. En su obra -*La Física*- se muestra contrario a asignar figuras geométricas a cuerpos simples. No obstante, estas ideas no van a tener en arquitectura gran influencia hasta el medievo. Hasta entonces hay una mayor influencia de Platón.

No obstante, y como bien nos indica Summerson²⁸, **el único factor común del llamado -clasicismo- lo constituye el empleo de los ordenes, y no de un sistema unitario de proporción; que jamás existió. Lo que sí va a existir hasta el s. XVII son trazados reguladores y reglas de dimensionado de carácter proporcional.**

Podemos ver una serie de datos que apoyan esta teoría.

Los estudios de Hambridge²⁹ sobre piezas de arte griego sacan a la luz la existencia de proporciones dinámicas (a través de números inconmensurables). Demuestra así como su sistema de proporción era muy distinto que el romano (eminentemente práctico y basado en el módulo). P. Fauré³⁰, después de un estudio de monumentos griegos, muestra como se usa el módulo para los trazados generales (ejes reguladores), aunque las proporciones de las columnas no son las mismas de unos templos a otros. Eso sí, subraya que la proporción es una forma de controlar no sólo la belleza de la obra sino también su estabilidad (lo cual nos indica el modo nada ingenuo de entender la proporción a finales del XIX). En los datos aportados por Rondelet³¹ sobre obeliscos egipcios podemos ver que sus proporciones elementales no son constantes; aunque sí se mueven en márgenes muy estrechos. En los datos sobre columnas romanas del mismo autor podemos decir otro tanto. *Es decir, a lo largo de la historia no hay un sistema único ni cerrado de proporción que controle el dimensionado de elementos estructurales; sino que este se va transformando. También es cierto que la variación de las proporciones usadas oscila de forma leve; y ello garantiza la resistencia, rigidez y estabilidad de la obra.*

Con los Romanos, idea y materia comenzarán a evolucionar por separado pero sin entrar en conflicto. Es decir, la idea mantiene la hegemonía pero permite el gran desarrollo que la materia tuvo con ellos. Veámoslo más detenidamente. En tratado de Vitruvio la faceta práctica se presenta como necesaria

²⁷Platón. Diálogos. México. Porrúa. 1981. BNE.

²⁸Summerson, John. El Lenguaje clásico de la Arquitectura. De L.B. Alberti a Le Corbusier. 5ª ed., Barcelona.

²⁹Hambridge, Jay. Dynamic Symmetry; the Greek Vase. GL.

³⁰Fauré, P. Théorie des Proportions en Architecture. Paris. André, Daly Fils et Cie. 1890. BCM (8 b 1).

³¹Rondelet, Jean. Traité Théorique et Pratique de l'Art de Bâtir. (th. ed. Vol. I) Paris. Chez Firmin Didot Frères. 1834. BCM (2 b 117-121).

en la formación del arquitecto, siendo complementaria de la teórica. Pero la belleza de una obra depende básicamente de la -simetría-(proporción). Nos dice:

"la armonía de cada una de las partes con el todo; pues así es como se halla simetría y proporción entre (...) partes del cuerpo humano."³²

"Modulo es aquí una cantidad arbitraria, que una vez establecidas de la magnitud deseada, dirige todos los miembros de un edificio;..."³³

La validez del modulo no depende del tamaño, siendo la relación entre las partes (proporción) lo único verdaderamente importante.

Los romanos van a utilizar los ordenes de modo bien distinto a los griegos. Así por ejemplo, en el Coliseo de Roma, el empleo de los ordenes se reduce a una piel exterior, desarrollando por dentro toda su inventiva técnica totalmente ajena a aquellos.

Pero es el la ingeniería civil, con la introducción de los sistemas abovedados, donde más se manifiesta la separación.

En el puente de Alcántara (104 d.c.) hay una inscripción que define el arco de una forma muy bella y reveladora.

"Ars ubi materia vincitur ipsa sua"³⁴ (Artificio mediante el cual la materia se vence a si misma).

El pragmatismo romano permitió que la materia se desarrollase con bastante libertad dentro de su ingeniería. Sin embargo, la arquitectura quedó constreñida en cierta medida por el empleo de una gramática clásica.

En la arquitectura Bizantina y en la Románica están presentes trazados reguladores, a partir básicamente del cuadrado y del rectángulo 1:2 ³⁵.

En el medievo, la existencia de los trazados reguladores parece probada por diversos autores³⁶; así como su relación con los sistemas griegos. Esta relación con Grecia y con Oriente ha sido apuntada por diversas fuentes; desde Viollet Le Duc y su -triángulo egipcio-, hasta más recientemente los estudios de Dienlaffoy y E. Mâle³⁷. El primero subraya la importancia de las cruzadas, y el segundo la gran influencia árabe a través de España. En esta época fueron traducidas del árabe muchas obras clásicas, como los elementos de Euclides (s. XII). No obstante, existe poca documentación escrita original, casi reducida a algún plano de Villard d'Honnecourt³⁸ y a un plano de la fachada de la catedral de Colonia.

Lo mismo sucede en épocas anteriores. Sin duda alguna, los dos incendios de la biblioteca de Alejandría en el 47 a.C. y en el 392 d.C., han colaborado a esta falta de fuentes escritas de primera mano.

Lo hermético, heredado quizás a través de Egipto por Pitágoras, ocupa en el medievo un lugar importante. Los gremios de constructores han guardado celosamente sus arcanos. El abandono de esta postura, con la aparición de la burguesía en las ciudades, será una característica importante del Renacimiento.

El cambio manifestado³⁹ en la arquitectura gótica tiene un paralelo con las teorías medievales de belleza. Las ideas medievales, recogidas a partir de los textos de Dionisio Areopagita, están imbuidas de un sentir aristotélico.

³²Vitrubio Polión, Marco. Los Diez Libros de Arquitectura. Madrid. (Ed. Facs. Trad. castell.). 1787. BNE.

³³op.cit.

³⁴e.f.; Fernández Ordóñez, José Antonio. *Revista del Colegio de ICCP de Cataluña*. nº 7/8, 1988. G1.

³⁵Ghyka, Matila C.; op.cit.

³⁶Lund, F.M. *Ad Quadratum*.

³⁷Ghyka, Matila C.; op.cit. & Mâle, Emile. *Las Influencias Árabes en el Arte Románico*. 1923, (no olvidemos que el legado Griego vuelve a Europa a través de las traducciones Árabes).

³⁸AAVV; Villard de Honnecourt. Cuaderno del S. XIII. (a partir del manuscrito nº 19093 de la Biblioteca nacional de París); Madrid; ed. Akal; 1991 (1986).

³⁹Coomaraswamy, Ananda K. *Teoría Medieval de la Belleza*. Barcelona. Ediciones de la Tradición Unánime. 1987.

Como consecuencia de ello, se le otorgará a la experiencia y a la práctica una gran importancia. Veamos sólo algunas de las ideas claves⁴⁰:

1. La belleza de una obra requiere:

- a. Exactitud y precisión (entre lo esencial y lo accidental; es decir, entre la idea concebida en la mente del artista y la obra materializada).
- b. Proporción y armonía.
- c. Claridad (no sólo en cuanto a orden).

Destaquemos aquí la a. y la b. (englobadas en el concepto de -consonantia-) como presentes en la obra de Alberti.

Vemos así como la importancia que se le da a lo material está en función de su proximidad con la idea. (Seguimos, por tanto, bajo el predominio de ésta)

2. Se le otorga un papel decisivo al tamaño de las cosas; aunque no por problemas mecánicos.

"La cuestión es más bien que para la belleza es esencial el tamaño debido. Si una cosa es más pequeña de lo normal, carece del elemento de estatura debida que es propio de la especie; cualquier cosa achicada puede ser elegante (formosus), pero no verdaderamente bella (pulcher), ni estar plenamente en ser (esse habens), ni ser completamente buena (bonus), por que la idiosincrasia de la especie no está en elle plenamente realizada. Del mismo modo, todo lo que es demasiado grande en su clase no puede ser llamado bello. Con otras palabras, una definición de la belleza como algo formal implica también la <escala> (sic)." ⁴¹

No obstante, los escritos medievales relacionados con el arte no son más que "meras construcciones auxiliares para el desarrollo de la teología" ⁴².

Así, el argumento más poderoso para justificar el paso de la bóveda de cañón al la de crucería es el gran ahorro de material que esto supone.

En el Renacimiento, la vuelta a las ideas platónicas ⁴³ supondrá un retroceso de la materia frente a la idea. Pero, sobre este punto, conviene aclarar algo.

Alberti hace su obra partiendo del manuscrito de Vitruvio recuperado en 1414, y ni siquiera conocía los templos griegos⁴⁴. Y lo mismo podemos decir de Palladio. Es más, como señala Wittkower⁴⁵, las obras construidas de Alberti no se subyugan a la gramática romana, sino que la reinterpretan. No obstante, su tratado hunde sus raíces en el medievo y no en el neoplatonismo de la época. (Hay que recordar que la redacción de este texto corre paralela a las traducciones de Platón por parte de M. Ficino, y la influencia de éste se producirá algo más tarde).

Pero Alberti sigue defendiendo la hegemonía de la idea. Para ver su conexión con Pitágoras y Platón, baste recordar que en su tríada nos encontramos con el Numerus. Este concepto establece relaciones entre la música y la belleza arquitectónica; ya que ambas estarían relacionadas por los mismos principios. Principios que son inmateriales.

La difusión de Vitruvio en el renacimiento viene reflejado en la aparición de la Academia Vitruviana en 1542 y la Academia Olímpica de Vicenza en 1555 (que tanta influencia tendrá en Palladio).

No nos olvidemos tampoco de que la obra que inauguró el renacimiento, la cúpula de Sta. María de la Flores de Brunelleschi, retoma modos de construir romanos en su aparejo (recogidos en la obra de Vitruvio).

⁴⁰Coomaraswamy, Ananda K.; op.cit.

⁴¹Coomaraswamy, Ananda K.; op.cit.; pg. 51, nota 20

⁴²Panofsky, Erwin. Idea, 7ª ed.; Madrid. Ediciones Cátedra (Ensayos Arte), 1989 (1924); pg. 39.

⁴³Para entender la difusión del platonismo en el Renacimiento es preciso recordar el papel jugado por la Academia de Florencia. Surgió bajo el patrocinio de Cosme de Medici. Este encargó a su médico, Marsilio Ficino, la traducción de las obras de Platón en 1439. Así, en algunas de sus cartas (4), Ficino reconoce abiertamente la primacía de la idea sobre la materia.

⁴⁴Wittkower, Rudolf. La Arquitectura en la Edad del Humanismo. Buenos Aires. Nueva Visión. 1958 (1949). BAM.

⁴⁵Wittkower, Rudolf; op.cit.

En el renacimiento ya nos encontramos las primeras referencias escritas que apuntan hacia el problema del peso. Para ello hemos de hablar de Leonardo da Vinci.⁴⁶

"Es posible que la cuerda colgada perpendicularmente se pueda romper por su propio peso."

Sin embargo, creo que no es consciente de las verdaderas consecuencias que se desprenden de la existencia de un tamaño máximo en todo lo material. No será hasta Galileo cuando se formulen con toda claridad esas consecuencias. Leonardo no estableció leyes, sino que estudió las relaciones entre fenómenos análogos. La formulación de leyes es precisamente lo que hace nacer la revolución científica del XVII.

*El gran salto va a producirse entre finales del XVI y principios del XVII. Estamos ante la llamada **revolución científica**: Copérnico, Kepler, Descartes, Galileo, Newton,... Por citar algunos de los más importantes. Ellos sientan las bases para que la materia entra con pleno derecho en el pensamiento arquitectónico. A partir de entonces entrará en conflicto con la idea, que ya no será autosuficiente.*

Pero antes de seguir con este tema, debemos hablar de Galileo y sus -Discorsi-.

Sus escritos, como es lógico, presentan aún grandes similitudes con épocas anteriores⁴⁷. Pero también grandes diferencias. Algunos de los problemas planteados por Galileo fueron ya enunciados de manera a veces idéntica por Leonardo.

Así por ejemplo, la pregunta de si la longitud de una cuerda influye en su resistencia, que sería contestada por Galileo, la enuncia así Leonardo:⁴⁸

"Se una corda d'un braccio regge cento libbre, quante libbre reggerà una corda, della medesima grossezza, che sia lunga cento braccia ?".

En ese mismo texto⁴⁹, Leonardo plantea el esquema de viga en voladizo de modo similar al de Galileo. Pero nunca formula un principio general.

Es más, Leonardo defiende el modelo matemático de la naturaleza al igual que los pensadores del XVII.⁵⁰

"De las matemáticas, y cuales son primarias y cuales derivadas; dos son las ciencias matemáticas, de las cuales la primera es la aritmética, la segunda es la geometría. Y estas abarcan en dos tipos de cantidades, continua y discreta. En la naturaleza no existen otras. Por lo tanto, estas abrazan todas las cosas del Universo."

Nótese la gran similitud con un pasaje de -Il Saggiatore- (1623) de Galileo:⁵¹

"La filosofía está escrita en el grandioso libro que continuamente está abierto a nuestros ojos (lo llamo Universo). Pero no se puede descifrar si antes no se comprende el lenguaje y se conoce los caracteres en que está escrito. Está escrito en lenguaje matemático, siendo sus caracteres triángulos, círculos y formas geométricas."

Sin embargo, en la práctica, las diferencias si fueron grandes; y no fue hasta el XVII cuando se materializaron en leyes estas ideas. Los -Discorsi- de Galileo (1638)⁵², -El Discurso del Método- de Descartes (1637) y los -Principia- de Newton (1687) son quizás los ejemplos más conspicuos.

Galileo muestra que la semejanza geométrica no lleva consigo semejanza mecánica.

⁴⁶ Da Vinci, Leonardo, "Códice Matritense". Madrid. Biblioteca Nacional. BNE. (folio 49 r)

⁴⁷ El caso más claro es el de Kepler, con sus estudios sobre sólidos platónicos y sobre relaciones entre geometría y botánica.

⁴⁸ Da Vinci, Leonardo, "Códice Matritense". Madrid. Biblioteca Nacional. BNE.

⁴⁹ Da Vinci, Leonardo; op. cit.; (folio 49 r)

⁵⁰ Da Vinci, Leonardo, "Códice Matritense". Madrid. Biblioteca Nacional. BNE.

⁵¹ Galileo; op. cit.; (c.f. Carlos Solís)

⁵² Galilei, Galileo. "Jornada 2ª". *Consideraciones y Demostraciones Matemáticas sobre Dos Nuevas Ciencias* (); Madrid. Editora Nacional, 1976. BNE (R 730.654).

"SALV. Lo que os sucede ahora, señor Simplicio, me ocurrió durante cierto tiempo a mí, al creer que las resistencias de los sólidos que son semejantes eran igualmente semejantes, (...), ya que entre las infinitas figuras sólidas que son semejantes no hay ni siquiera dos en las que la intensidad de la fuerza [i momentí] en relación a las resistencias de los mismos se encuentren en la misma proporción."⁵³

Veamos como **define la existencia de un tamaño máximo** para toda estructura:

"Entre 2 los prismas o cilindros pesados(gravi) y semejantes, hay uno y sólo uno que llega a encontrarse (a consecuencia de su propio peso) en un estado límite entre romperse y mantenerse todavía entero, de modo que todo aquel que sea más grande, incapaz de sostener su propio peso, se romperá, mientras que todo el que sea más pequeño opondrá alguna resistencia a la fuerza que se haga para romperlo."⁵⁴

Esto último es lo mismo que decir que la eficacia de una estructura está en función de su mayor o menor proximidad a su tamaño máximo o límite; con lo cual, sus palabras podrían casi prologar este proyecto de investigación. En la misma proposición es donde Galileo enuncia el Principio de Similitud, en una demostración no tan clara como la que expondremos nosotros. El razonamiento de Galileo, escrito de modo más comprensible, es el siguiente: la resistencia de un cuerpo crece con la longitud (L) al cuadrado mientras su peso lo hace en relación al cubo; por lo que dos cuerpos geoméricamente semejantes no lo son mecánicamente. El corolario de este principio es que las tensiones debidas al peso propio crecen linealmente con la luz; aunque esto no es expresado directamente por Galileo, aunque sí indirectamente como veremos.

Su enunciado es casi idéntico al de Leonardo. La gran diferencia es que Galileo lo resuelve.

Galileo plantea incluso (también dentro de la Proposición VIII) el método para obtener el tamaño máximo de una estructura a partir de otra que se sostenga a sí misma más a la carga exterior máxima que pueda. De nuevo la explicación es bastante críptica. *El problema se resuelve con una regla de tres sencilla, como veremos, sin más que considerar que las tensiones crecen linealmente con el tamaño en virtud del Principio de Similitud.*

Al ser puestas en entredicho las reglas de proporción, se socavan los cimientos de la arquitectura. Si, debido al Principio de Similitud enunciado por Galileo, el tamaño es capaz de modificar la validez de las reglas, estas dejan de ser inmutables. Y entonces el uso de los trazados reguladores pasará a ser algo arbitrario; muy alejado de esas -nuevas ciencias-. La reacción no es en absoluto inmediata. La primera manifestación teórica es la -Querelle- francesa entre antiguos y modernos.

La revolución científica supuso **el reconocimiento del tamaño como problema**, y esto supondrá el inicio del reconocimiento del término -Materia- a un mismo nivel que el de -Idea-. No obstante, conviene hacer varias **puntualizaciones**:

1-**Conviene distinguir entre Teoría y Práctica**, es decir, entre escritos y obras realizadas o proyectadas. En unas ocasiones no son coincidentes, y en otras van siempre una u otra por delante. Y cuando digo -una u otra- quiero decir que muchas veces (sino siempre) va la práctica por delante de la teoría.

2-La crisis del XVI llevará con sí dos luchas paralelas pero no siempre confluentes:

- 2.1- Por una parte la lucha de la autonomía de la materia frente a la idea.
- 2.2- Por otra, la lucha de la arquitectura como disciplina autónoma.

Mientras la primera deriva claramente de la revolución científica, la segunda parece tener antes sus raíces, a pesar de que también se viera influida por aquella. Intentemos ver esto con más detalle.

Hasta la revolución científica la práctica fue por delante de la teoría. Es más, hasta esa época la teoría no existió como tal, sino como obra de filosofía o incluso teología.

⁵³Galileo, op. cit., pag. 230

⁵⁴Galileo, op.cit., (2ª Jornada) Proposición VII.

A este respecto, Lynn White⁵⁵ subraya lo siguiente:

- 1- *El carácter totalmente empírico de la técnica medieval.*
- 2- *El carácter especulativo de la ciencia medieval y su falta de conexión con la técnica.*
- 3- *El mucho mayor grado de sofisticación de la técnica que de la ciencia hasta el siglo XVII.*

Así, se hace la siguiente pregunta:

"...Galileo's Discourses, on the contrary, were so widely read that his results were generally know. Unfortunately I cannot ascertain when his theoretical formulations began to affect the work of practical builders. I suspect that it was much later." ⁵⁶

Veamos otra opinión al respecto:

"Even before the new awakening, the knowledge of the theoretical sciences was applied to the construction practice. Beginning with Leonardo da Vinci (1452-1519), mathematicians and physicists in the quiet of their studies concerned themselves with the laws of Nature and sought to fathom the relationships involved. We find the greatest names among them -Galileo, Hooke, Mariotte, Bernoulli, Euler as well as Leibnitz and Newton, the founders of differential and integral calculus. However, the results of their work remained fruitless for all practical purposes, as long as they served to fire purely academic discussions. The value of academic progress to the building trade was first recognized in France. Up until this time, builders had relied solely upon geometry and experience." ⁵⁷

En cuanto a la influencia de la ciencia del XVII sobre la autonomía de la materia, podemos citar de nuevo a Panofsky:⁵⁸

" One of Galileo's most important innovations is his denial of the idealistic axiom, accepted by Platonist and Aristotelians alike, that there exist an ontological difference between geometrical figures and physical bodies: for him, the ideas of the sphere and the circle are adequately realized in every material sphere or circle."

Hasta entonces, las discusiones se habían establecido entorno al la -idea-, asumiendo una posición hegemónica sobre la materia.

⁵⁵White, Lynn. Medieval Religion and Technology.

⁵⁶op. cit.; pg. 128.

⁵⁷Wittfoht, Hans. Building Bridges, 1ª ed.; Düsseldorf. Beton-Verlag GmbH. 1984; pp. 33. (el subrayado es mio)

⁵⁸Panofsky, Erwin. Galileo as a Critic of Arts. The Hague. Martinus Nijhoff. 1954. BNE (198.204); pg. 29.

3.2 DE GALILEO A LA SEGUNDA MITAD DEL XIX.

El texto mencionado de Galileo es de 1638. Un año antes, Descartes escribe -El Discurso del Método-. A finales del XVII, como iremos viendo, ya nada volvería a ser igual. Como nos dice Wittkower:⁵⁹

" Con el advenimiento de la nueva ciencia, la síntesis que había mantenido unidos microcosmos y macrocosmos, ese orden que todo lo abarca y esa armonía en que habían creído todos los pensadores desde los días de Pitágoras hasta los siglos XVI y XVII, comenzó a desintegrarse."

Este nuevo saber no tiene gran acogida en las primeras universidades, que estaban controladas por la Iglesia. De ahí que surga la figura de la **Academias de Ciencias**; nacidas del encuentro informal de personas vinculadas a la nueva ciencia. La primera es ya del XVI (1560), la -Accademia Secretorum Naturae- de Nápoles. El mismo Galileo forma parte de otra Academia, la -Accademia dei Lincei- de Roma (1603). En Inglaterra, con el mismo carácter, aparece la -Royal Society-(1640). En 1666 Colbert crea en Francia la -Académie Royale d'Architecture- y la -Académie des Sciences-

La -Académie Royale d'Architecture- aborda en 1678, por orden de Colbert, el estudio exhaustivo de materiales de construcción. Se inicia con el estudio de piedras en los alrededores de París. Le siguen otros estudios sobre madera, metal, vidrio (Mariotte; 1670-80). De esa época son también las primeras publicaciones de Hooke sobre cuerpos elásticos(1678).

Todo ello trae como consecuencia una gran crisis en la arquitectura a finales del XVII en Francia: la llamada -Querrelle-. Hubo gente, como Perrault, que intentaron reconciliar las dos posturas para resolver la crisis. Así, en su "peculiar" traducción de Vitruvio⁶⁰(en la que no sólo reduce el texto, sino que lo reordena y modifica), introduce dos nuevos conceptos no presentes en el original: *belleza positiva y arbitraria*.

La 1ª engloba la -simetría-, la riqueza del material y la buena ejecución; la 2ª sigue dependiendo de las reglas gramaticales clásicas (que implica un predominio de la idea). Perrault, defiende el antiguo concepto de belleza con el siguiente argumento:⁶¹

" Así, también nos hemos acostumbrado a estimar las proporciones de la arquitectura, más por la buena opinión que tenemos de sus inventores, y por la belleza positiva que vemos en las obras de los antiguos, donde se observan estas proporciones, que por otro algún motivo;...)

Su postura es explicada en el ensayo "L'Ordonnance des Cinq Espèces de Colonnes"(1682).

El caso de Perrault es muy significativo porque su toma de postura se hace con conocimiento de la nueva ciencia. Era miembro de la -Académie des Sciences- y especialista en construcción de máquinas. ¿Por qué entonces su postura favorable a los órdenes? Dejando a parte los motivos de ello, al decisión de Perrault es una apuesta que asocia a la arquitectura con el arte, pero de un modo no asociado a las nuevas ciencias.

Mediante la belleza arbitraria, resuelve la crisis momentáneamente. Vuelve a tener unos principios estables. Será entonces la memoria histórica la única justificación creíble y asumible sobre los órdenes clásicos.

No obstante, está claro que el carácter de los trazados reguladores y los órdenes cambia radicalmente.

Un ejemplo claro de las dos posturas contrapuestas que se van a desarrollar desde entonces son Belidor y Boullée. De esa época ahí entonces la creación de la ingeniería como disciplina autónoma, serarandola de la del arquitecto.

A finales del XVII se escriben los primeros tratados de mecánica (Lahire, 1695). A comienzos del XVIII ya se comienzan los primeros ensayos de deformación de estructuras de madera (Parent; 1707-08).

⁵⁹Wittkower; op.cit.; pg. 142.

⁶⁰Vitruvio Polión, Marco. Compendio de los Diez Libros de Arquitectura de Vitruvio; Perrault, Claudio (Edr.), Murcia, (Ed. Fac.) C. O. de Aparejadores y A. T. 1981 (1674).

⁶¹Vitruvio; op.cit.; pg. 66

El siglo XVIII supone una explosión de trabajos matemáticos y técnicos, y que son la base de aparición de las escuelas técnicas en Francia (Ecole des Ponts et Chaussées y la Ecole Militaire de Mézières). A finales del XVIII la Academia se desmembra. Aparecen la -Ecole des Beaux Arts- y de la -Ecole Polytechnique-.

El otro factor clave es la aparición en la escena constructiva del **hierro**. Este material era ya sobradamente conocido; pero en esas fechas aún era un material demasiado caro, y por tanto de poco empleo.

En la primera parte del XIX empieza a crecer el uso del hierro. Hasta casi finales del XIX, encontramos el -Wrought Iron- (hierro forjado, capaz de asumir tanto compresiones como tracciones) y el -Cast Iron- (fundición, usado para piezas en compresión básicamente).

Pero las viejas aleaciones de hierro del XIX tenían problemas de fragilidad por su alto contenido en carbono y su distribución poco homogénea del mismo. Esto propiciaba la rotura frágil. Por ello, éste material no era demasiado apto para elementos a tracción. Cuando era necesario para la flexión se usaba hierro casi en estado puro, con bajo contenido en carbono; pero con estructura fibrosa.

El **acero** podía resolver el problema, pues de hecho era también conocido. Pero no es hasta finales del XIX cuando se consiguen aceros de buena calidad **a bajo precio** que posibilitan poco después las grandes luces en puentes.

En la primera parte del siglo, el hierro avanzaba tímidamente, y *la madera era un excelente competidor en las luces medias*.

En Inglaterra hay ejemplos magníficos de Brunel; que también combina el hierro y la madera. En EE.UU. se patentan (la mayoría por arquitectos) varios sistemas de cerchas de madera para puentes pequeños. La siguiente figura⁶² muestra alguno de sus diseños.

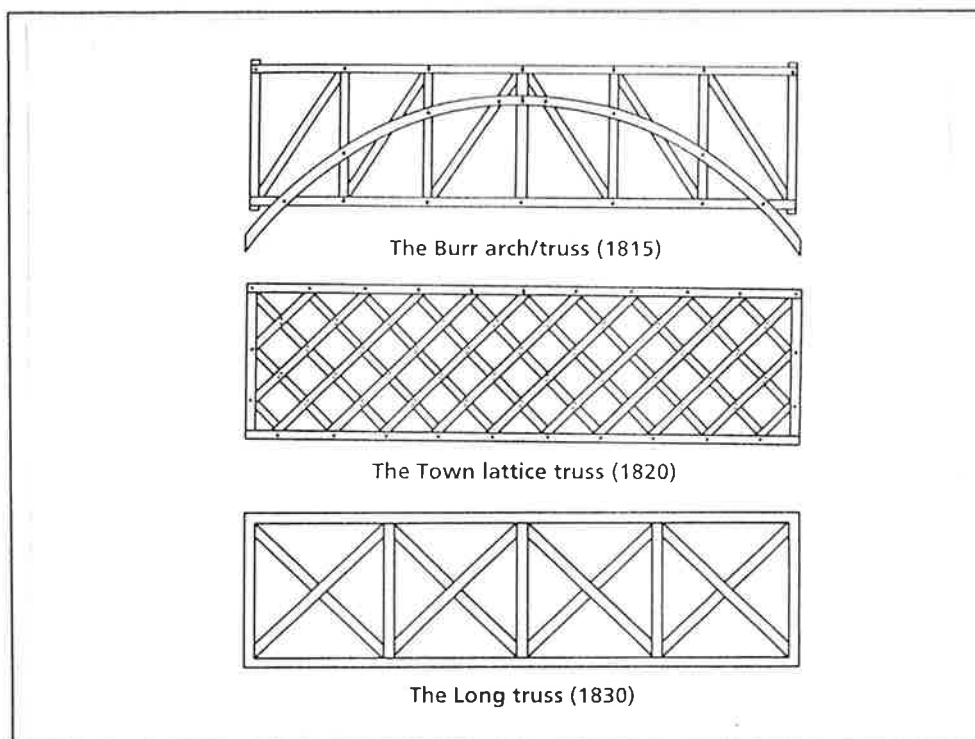


Fig.- 1

Y no olvidemos a las **fábricas**. A lo largo del XVIII fueron usadas para construir la mayoría de los puentes; aunque el hierro también estaba presente. También era frecuente mezclar ambos materiales. Si el primer puente de hierro en Coalbrookdale es de 1779 (un arco de 30.5m de luz con una esbeltez muy baja y poca carga), el puente de fábrica de Neuilly de Perronet es de 1771 (con cinco arcos de 36.6m de luz y una esbeltez de 9 insospechada hasta entonces en este tipo de estructuras). A principios de siglo, por tanto ya se tenía un conocimiento bastante bueno de las estructuras de fábrica; tanto en cuanto a materiales como a modelos de cálculo. Pero es en ese momento en el que comienzan a desaparecer. Uno de los

⁶²Bridges, Brown, David J., Reed Int Books Ltd, London, 1993; pp.77.

últimos grandes es el puente de Waterloo, abierto en 1817; aunque en luces pequeñas seguirán muy presentes. En 1800 Telford propone un arco tendido en Londres con -cast iron- de 183m de luz; aunque en 1826, para una luz parecida, plantea y ejecuta un puente colgante.

Por tanto, la primera mitad de siglo servirá para que el uso del hierro comience su difusión; acabando en poco tiempo con el uso la madera⁶³ y las fábricas en las medias y grandes luces. Aunque el caso de la madera es un tanto especial en EE.UU. Allí la madera ha seguido presente debido a su fácil disponibilidad a bajo coste. A principios de siglo (1812) se construye el famoso puente de madera -Colosus- sobre el Schuylkill (Philadelphia); un arco-cercha muy tendido con una luz de 113.3m; aunque dicho puente se remplazó en 1842. Todavía en 1941 encontramos ejemplos de las cerchas tipo Burr en luces de 50m (Cocagne River, Cocagne); y como este otros muchos. Y lo mismo sucede con estructuras lineales para el ferrocarril.

En el caso de la madera, el caso más espectacular (aunque aislado) es el de el suizo Hans Ulrich Grubenmann. En 1757, sin aún medios teóricos de cálculo, plantea un gigantesco puente para Schaffhausen con dos vanos, con luces similares a las del -Colosus-. Parece ser que él lo planteó de un sólo vano, pero le obligaron a colocar el apoyo central (otros dicen que lo construyó sin dicho apoyo y se lo colocó antes de inaugurarlo).

A finales del XVIII hay todavía datos que demuestran el empleo de **modelos** para la comprobación de puentes de **madera**. Un ejemplo de ello es C. Walther en 1766⁶⁴. No obstante, los estudios no estaban planteados con rigor (la teoría de Análisis Dimensional se consolida con posterioridad, y con ella la teoría de modelos reducidos). De hecho, en 1778 el profesor Jezeler⁶⁵ *publica un artículo sobre el puente de Grubenmann en el que considera necesaria la realización de modelos; aunque de un modo cabal apunta que no hay (o no conocen) una relación clara entre la capacidad de carga del modelo y la del objeto real.*

Se podrían poner más ejemplos en relación a obras de fábricas muy antiguas; pero estos últimos son de destacar por su fecha tan reciente.

⁶³ Afortunadamente, la madera ha vuelto a recuperarse para luces medias; aunque no es este el lugar para hablar de ello.

⁶⁴ c.f.; Hauri, Hans H.; en Peters, Tom F.; Billington, David P.; Dubas, Pierre; Epprecht, Willfried; Hauri, Hans H.; Menn, Christian, Menn; Muheim, Hans. The Development of Long-Span Bridge Building. 3th. ed.; Zürich, ETH. 1979; pp.154-157.

⁶⁵ c.f.; op. cit.; pg. 155.

3.3 DE LA SEGUNDA MITAD DEL XIX A LA SEGUNDA MITAD DEL XX.

En 1856, Henry Bessemer patenta en Inglaterra un proceso para fabricar acero a un precio barato y en grandes cantidades (mild steel). En 1865 se construye la primera fábrica de acero Bessemer en Nueva York. A partir de ahí el nuevo material empieza a difundirse. Entre 1874 y 1883 se construyen tres grandes puentes con acero, el de Eads en St. Louis, el de Brooklyn en New York y el de Glasgow en Missouri.

Los métodos de fabricación del acero fueron evolucionando, pero el descubrimiento de Bessemer fue clave para el gran desarrollo de las estructuras de la segunda mitad del XIX; y va dejando poco a poco en desuso al -wrought iron- y al -cast iron-.

Por el volumen de obra construida hemos de prestar especial atención a EE.UU.

Es ahora cuando empezamos a recoger algo más que anotaciones de carácter histórico para encontrar información directamente relacionada con el peso propio; y tanto a nivel teórico como empírico.

En realidad, la razón última para el gran desarrollo de los materiales entre finales del XIX y principios del XX hay que buscarla en el motivo que hizo necesario la construcción de un inmenso número de obras: el desarrollo del transporte como consecuencia de la invención del motor de gasolina.

El número de automóviles crece, en EE.UU., de 8.000 en 1900 a 2.000.000 en 1915 y llega a 30.000.000 en 1940. Esto lleva consigo una remodelación y ampliación de la red de carreteras que no tienen parangón en cualquier otra época.

De un modo similar, *el ascensor y aire acondicionado* hacen posible la aparición del *rascacielos* en el s. XX.; aunque en este caso son sólo medios que permiten condensar en un espacio reducido el corazón económico de la dispersa ciudad norteamericana.

Este es un período muy rico. Las luces se van incrementado en magnitudes insospechadas hasta entonces. Al principio se investigan ampliamente las variaciones sobre los tipos; aunque poco a poco esa variedad se va reduciendo. Como muestra de ello, y para el caso de puentes cercha de acero, podemos ver la siguiente figura.

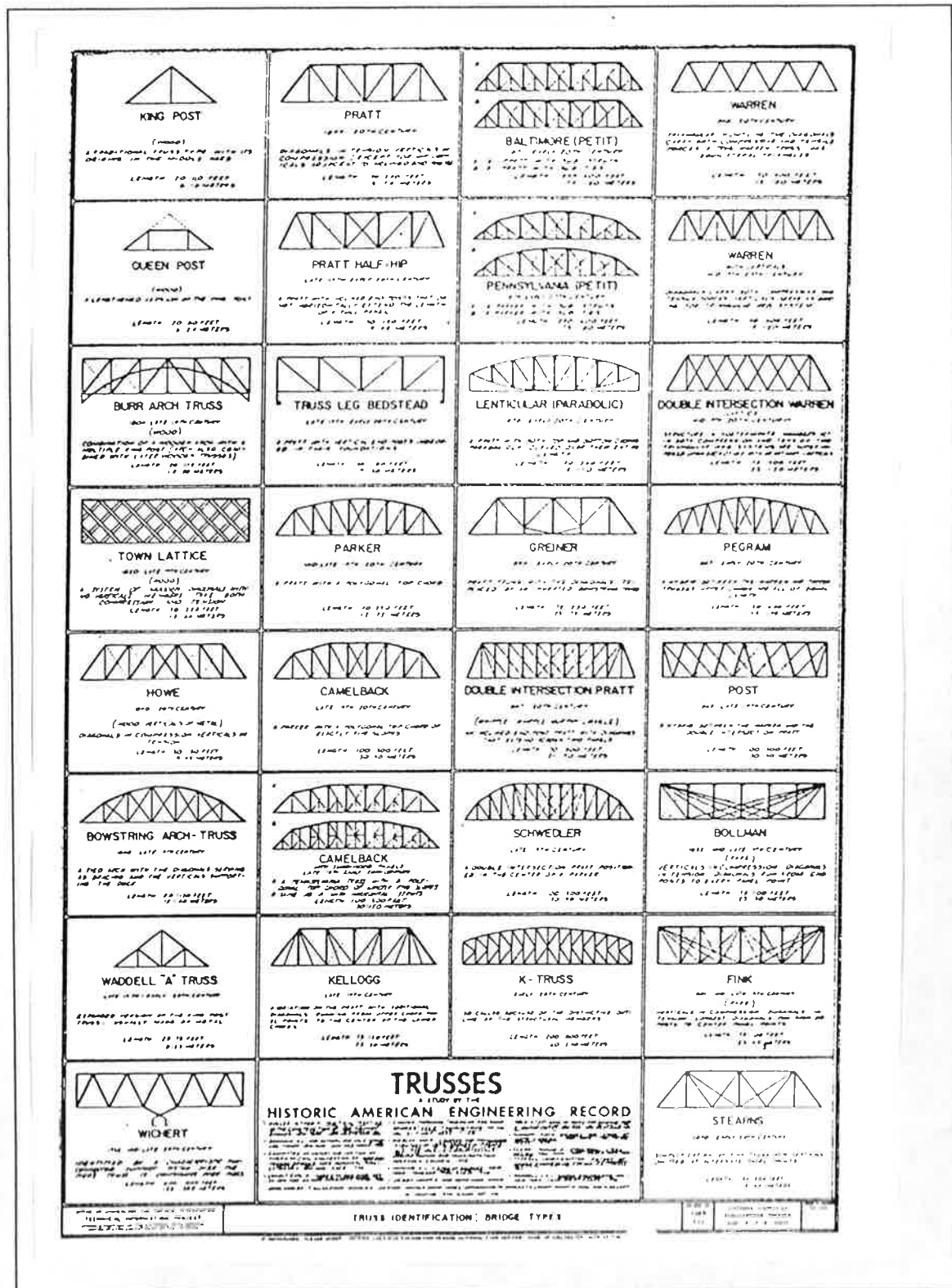


Fig. 2 66

Dado que la información clave para nosotros es la norteamericana, cabría formar un nuevo período a partir de 1900⁶⁷. A principios de siglo la mayoría de los puentes de hierro existentes se quedan

⁶⁶Trusses: A Study by the Historic American Engineering Record." National Park Service, U.S. Department of the Interior, tomado de: Melaragno, Michele G. Simplified Truss Design. 2^a ed.; Malabar, Florida, Robert E. Krieger Publishing Company, Inc, 1986 (1981). - HPG (TA660-T3M439).

⁶⁷Véase por ejemplo: Plowden, David. The Spans of North America. Don Mills (Ontario). General Publishing Co. Ltd. 1974.

obsoletos. El acero era ya su claro sustituto. Además, el ferrocarril aún estaba en expansión. Ese es el motivo de que en esos años se provoque una explosión constructiva que tiene gran repercusión en la literatura sobre peso propio. No obstante, no lo dividiremos pues lo importante para nosotros es que desde casi mediados del XIX se comienzan los trabajos sobre peso propio. Lo que sí es cierto es que los trabajos verdaderamente importantes sobre peso propio se producen precisamente a partir de finales del XIX.

La manera más clara de ver el desarrollo de las grandes luces es mostrar a misma escala las grandes luces de distintas épocas. Este trabajo está hecho⁶⁸ y merece la pena verlo. Falta cosas muy recientes, pero se ve perfectamente el momento en que se produce la explosión de cambios de tamaño. Veamos esas figuras.

⁶⁸Tomado de: Peters, Tom F.; Billington, David P.; Dubas, Pierre; Epprecht, Willfried; Hauri, Hans H.; Menn, Christian, Menn; Muheim, Hans. The Development of Long-Span Bridge Building. 3th. ed.; Zürich. ETH. 1979

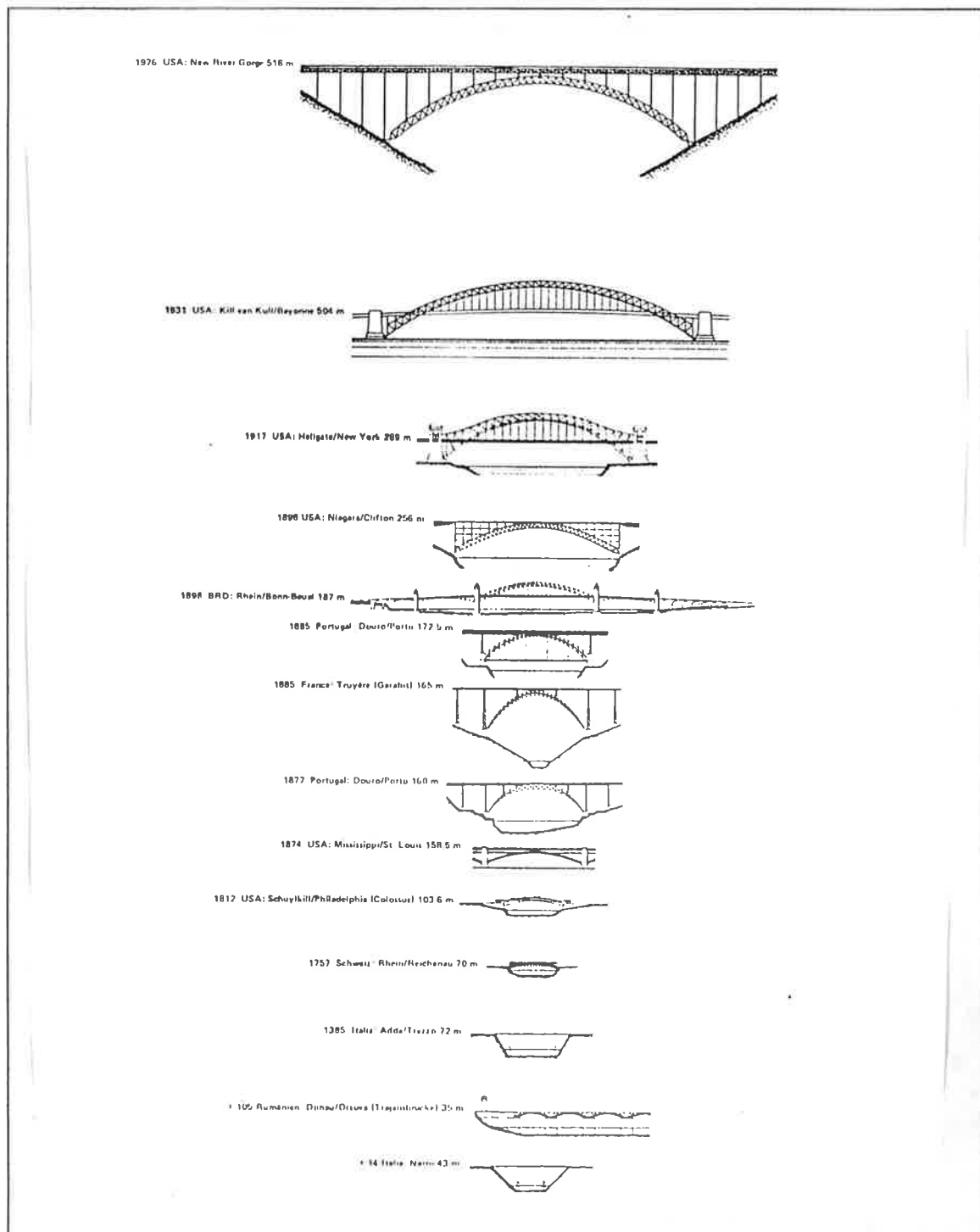


Fig.-

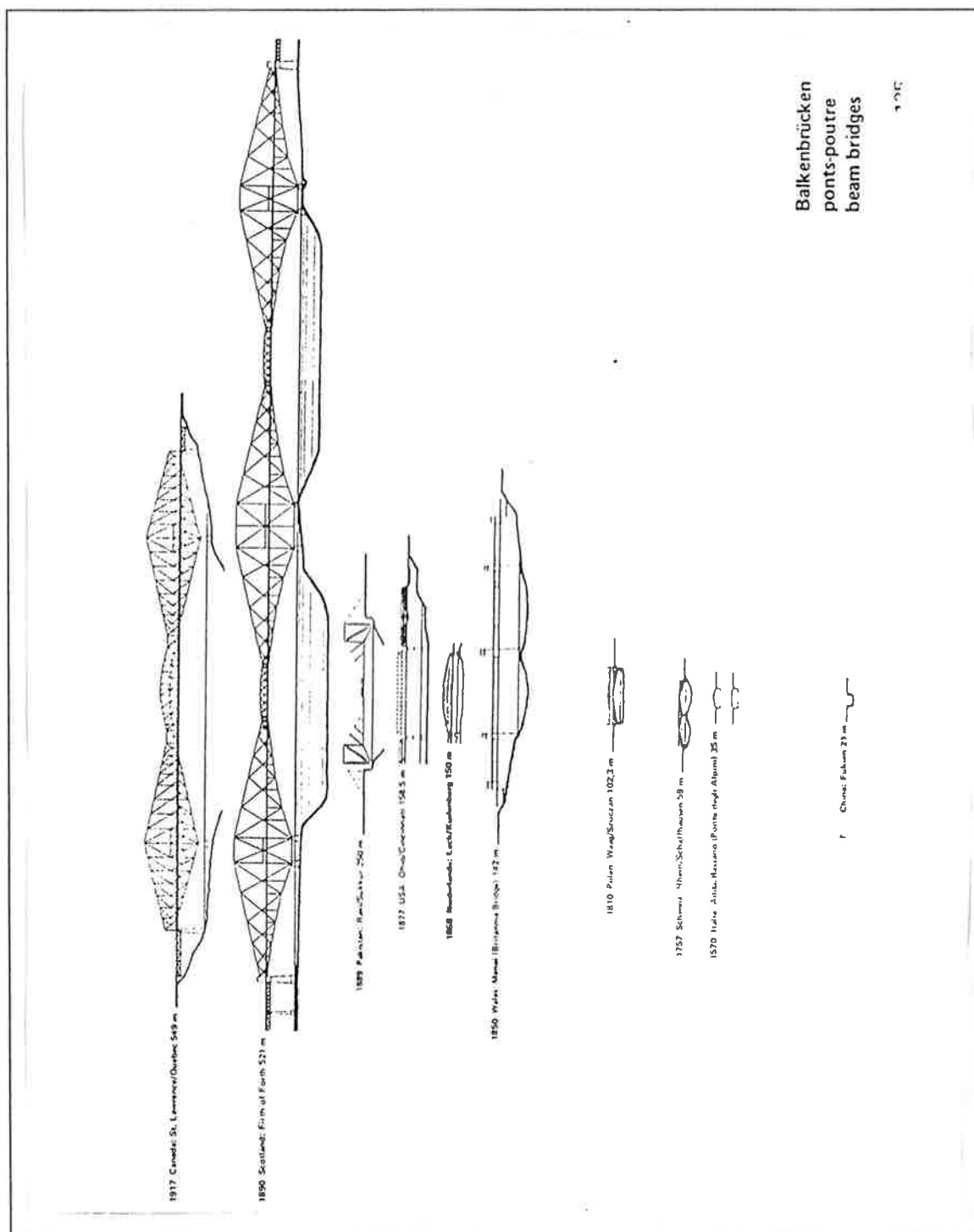


Fig.-

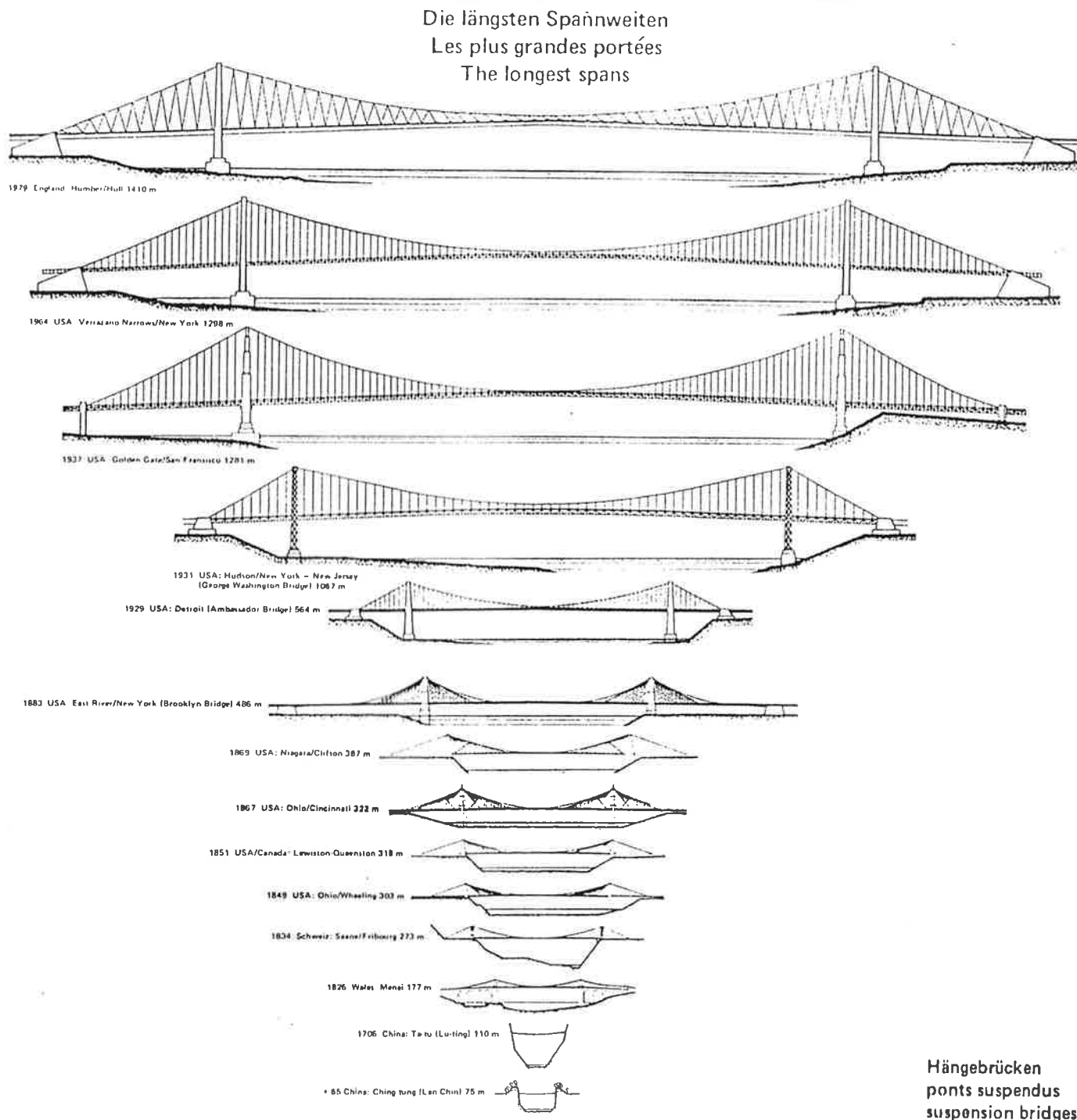


Fig.- 5

La siguiente gráfica muestra igualmente lo que tratamos de ver⁶⁹.

⁶⁹Sutherland, James. "Long Span Bridges". *The Architectural Review*. Sept. 1986. BAM.

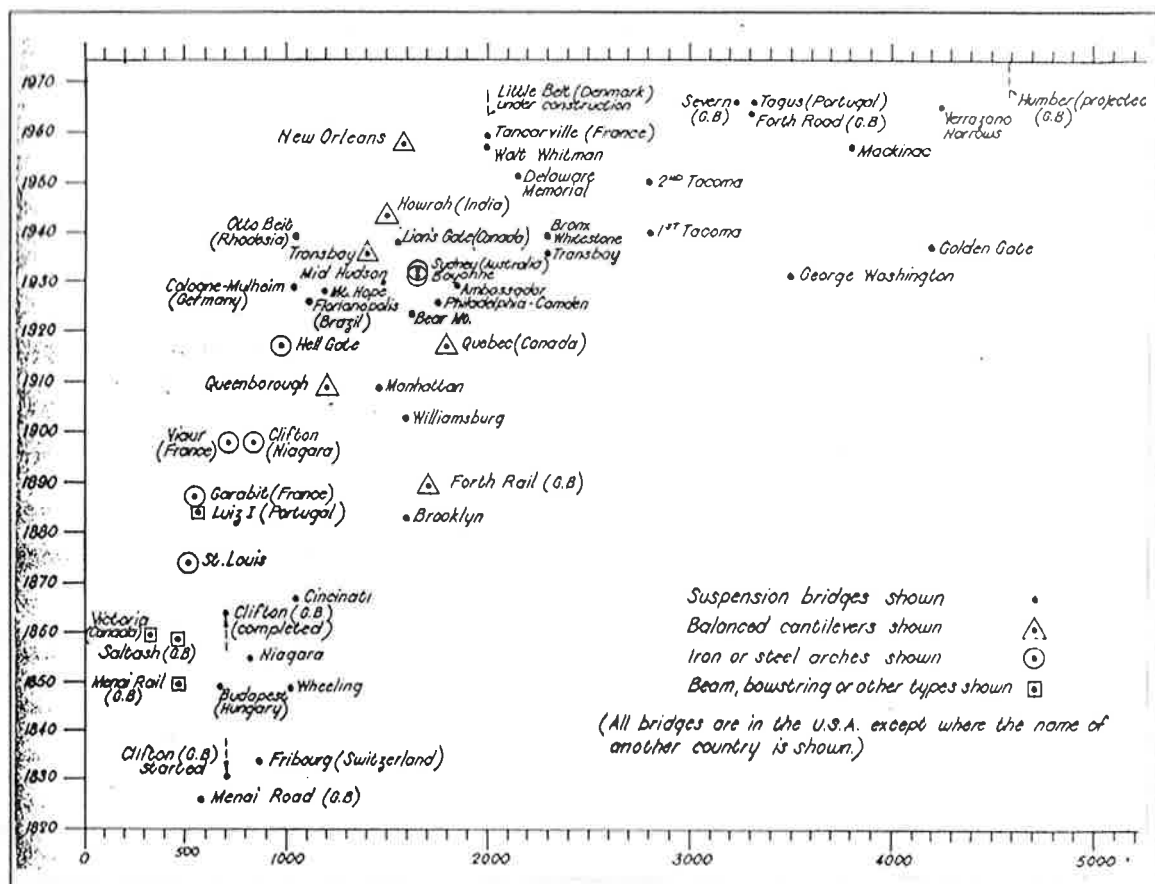


Fig. - 6

Vemos perfectamente como se disparan las luces a partir de los años 40-50. Faltaría incluir los récords de los noventa, que suponen un nuevo crecimiento en la luz máxima.

Merece la pena ver las luces actuales para tener un recorrido total de este período⁷⁰.

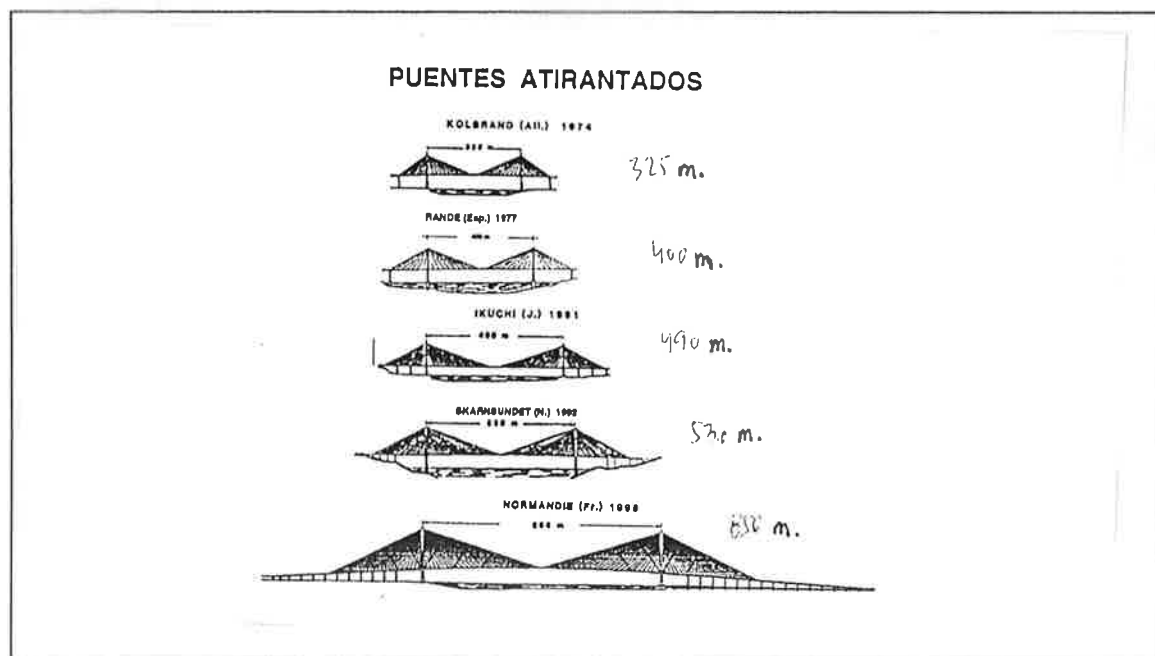


Fig. - 7

⁷⁰Casqueiro Barreiro, Fernando; del Pozo Vindel, Florencio; "Puentes: Estructuras en los límites"; en *Espritu Nuevo*. n.º2. (Reyes González, José Miguel; Editor a cargo del número)(Año III) 1995;pp 34-63.

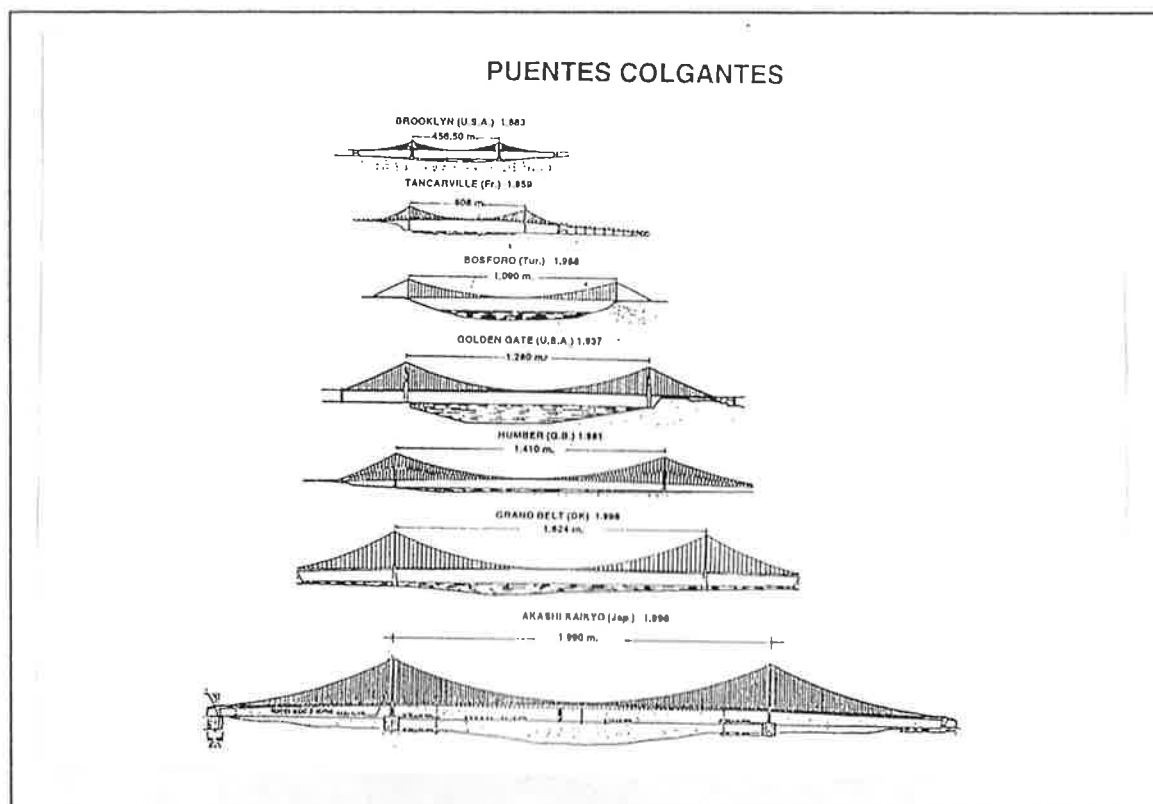


Fig.- 8

De las grandes luces destacan lógicamente dos. El Akashi Kaikyo, con vano central de 1990m, es en la actualidad la mayor luz del mundo. Todavía es de acero y su diseño es casi igual al de los puentes de los años 30 ⁷¹. Este puente es el mayor de un total de veinte, todos ellos de gran tamaño, que se están ejecutando en Japón dentro del proyecto Honshu-Shikoku. ⁷²

De los atirantados, el más grande actualmente es el de Normandía en Francia, con vano central de 856m de luz. Tiene metálico la mayor parte del tablero y de hormigón el resto. Hay actualmente en construcción un puente en marcha en Noruega que batirá su luz y otro en Japón de aproximadamente la misma luz. Supuso un salto frente a la anterior luz muy fuerte.

CUADRO DE LUCES MAXIMAS POR TIPOS Y MATERIALES EN AGOSTO DE 1994

| TIPO | MATERIAL | NOMBRE | LUZ |
|------------|----------|--------------------------------|---------|
| COLGANTE | Metálico | Akashi Kaiko (Jap) en constr. | 1990 m. |
| | | Humber Bridge (Ing) | 1410 m. |
| ATIRANTADO | Metálico | Tatara (Jap) en construcción | 890 m. |
| | | Normandía (Fr) en construcción | 816 m. |
| ARCO | Hormigón | Skarsundet (Nor) | 530 m. |
| | Metálico | New River Gorge (USA) | 510 m. |
| | Hormigón | Isla de Kork (Yug) | 390 m. |
| RECTO | Metálico | Niteros (Bras) | 300 m. |
| | Hormigón | Brisbane (Aust) | 260 m. |

Tab.- 1

⁷¹La verdad es que su diseño ha sido criticado. Existen alternativas formales más actuales que consiguen mejorar la rigidez frontal y lateral del tradicional diseño de puente colgante (compárese por ejemplo con el Grand Belt). Así mismo, se podría haber pensado en introducir nuevos materiales; pero se ha preferido una vía más conservadora.

⁷²Este gigantesco proyecto puede verse por ejemplo en:

Maeda, Yukio. "Les Grands Ponts Métalliques au Japon". *Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics*. Série: Construction Métallique 98; n° 465. Jun. 1988. BCDX.

Y si hablamos de las luces de cubiertas, la evolución es igualmente espectacular. Veamos unos esquemas⁷³:

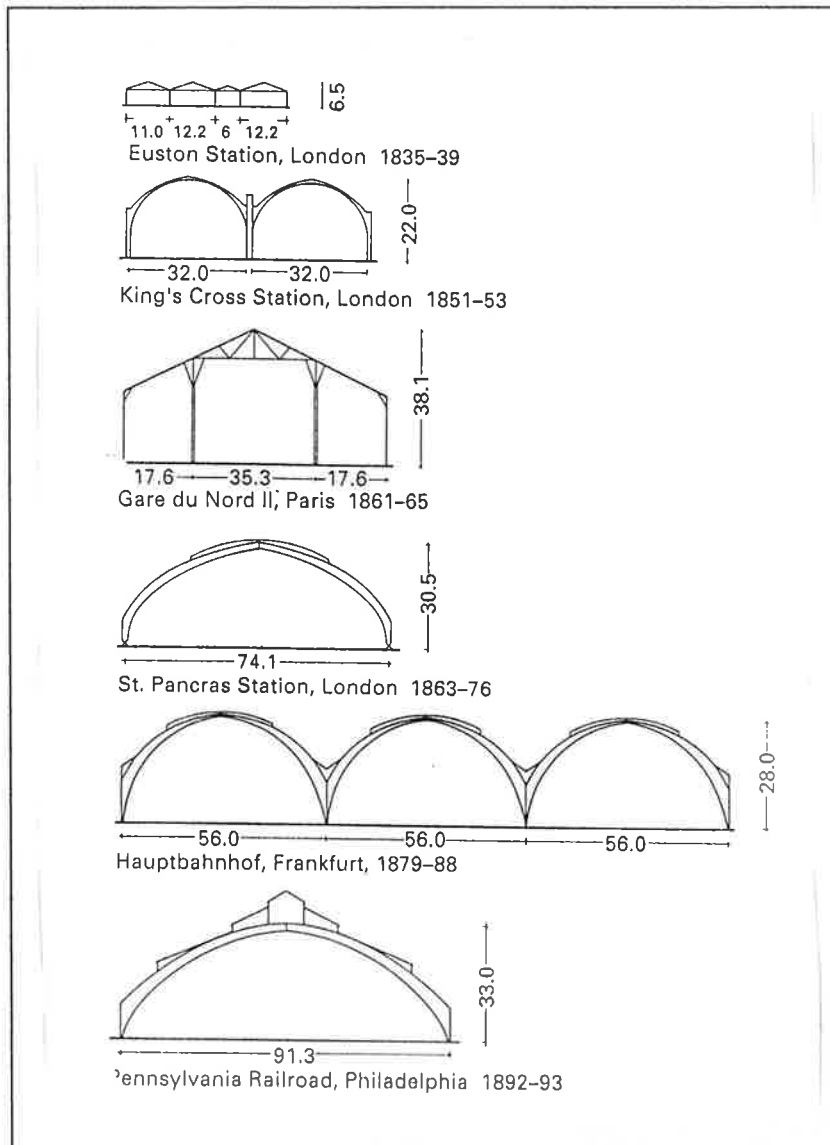


Fig.- 9

Entre 1835 y 1892 las luces se multiplican por 9. De nuevo estamos ante un desarrollo exponencial de las luces que no tienen parangón en la historia. En la siguiente figura se ven las luces de cubiertas de hangares en relación con las estaciones. En las primeras, además de la gran luz aparece una gran altura; lo cual sin duda hace del viento una fuerza nada despreciable si pensamos en el poco peso de esas construcciones.

⁷³Tomado de: Supersheds. The Architecture of Long-Span, Large-Volume Buildings. Oxford, Butterworth Architecture. 1991.

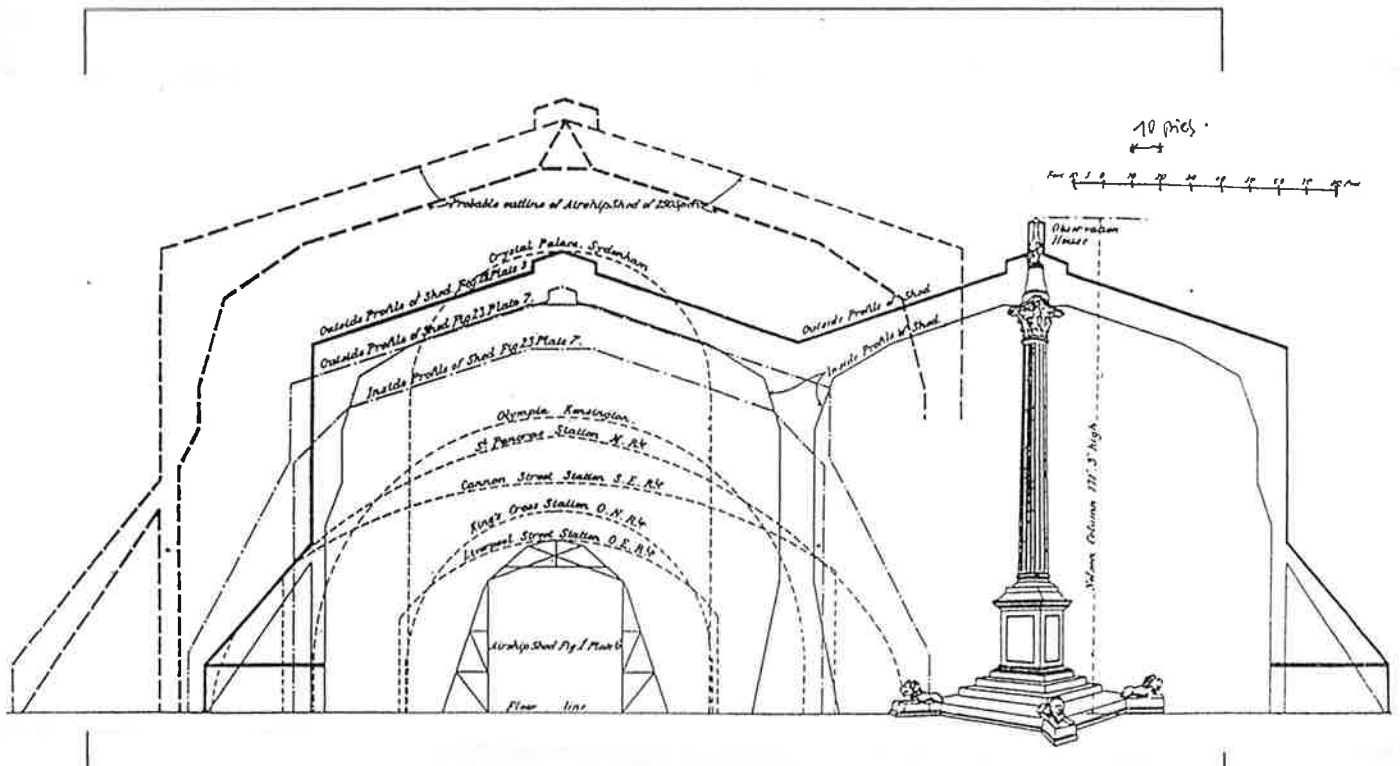


Fig. - 10 (Cubiertas Ferrocarril versus Hangares)

En la siguiente figura ya vemos el salto al completo, entre alguna de las grandes luces de construcciones de fábrica y grandes luces actuales.

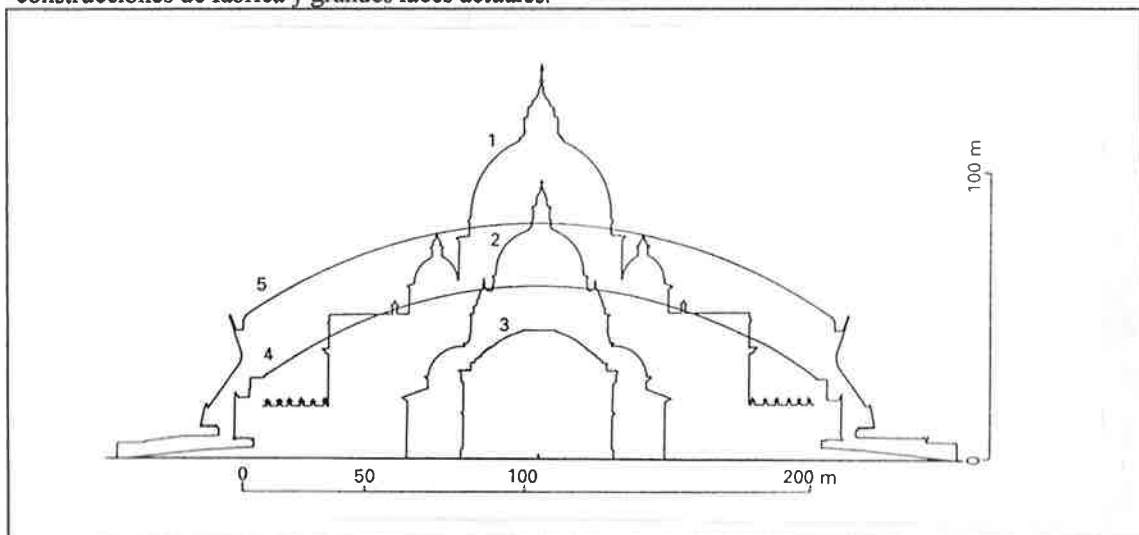


Fig. - 11

Pero, una vez echada esta mirada general, volvamos a recoger el hilo histórico.

Como ya dijimos, el elemento clave de este periodo es el descubrimiento de Bessemer en 1856 (aceros Bessemer).

El acero ha sido desde luego el material de las grandes luces.

Pero no podemos dejar de hablar del **hormigón**; que ha cubierto un rango de luces muy respetable; y cuyo desarrollo corre en paralelo al del acero.

Las puzolanas naturales fueron ya usadas por los Romanos para fabricar hormigón; y así lo atestiguan numerosas obras. No obstante, su uso se pierde y el cemento hidráulico natural es redescubierto en Inglaterra en 1796. El material se encontró en la isla de Sheppy y por ello se le denominaba "piedra de Sheppy". No obstante, su uso era restringido. En 1818 se descubrieron también materiales conglomerantes en el canal de Erie en EE.UU.; y de echo fue empleado ya en la sillería del puente de Brooklyn a finales del

XIX. Pero es precisamente en torno a mediados de siglo cuando aparecen el cemento artificial o cemento Portland. En realidad en invento parece ser de 1824-25, obra de un albañil inglés: Joseph Aspdin. No obstante, este mantuvo en secreto sus métodos de fabricación. Charles William Pasley, ingeniero británico, será quién investigue y publique la primera documentación sobre el tema que aparece en 1838. En EE.UU, David O. Saylor patenta el método en 1871. Desde mitad de siglo en dicho país ya se usaban (importándose de Inglaterra) grandes cantidades de cemento Portland.

El invento del **hormigón armado** se atribuye al jardinero francés Joseph Monier. Su primera patente es de 1867. En EE.UU., el pionero fue William E. Ward, fabricante de tornillos; y la primera persona en analizar correctamente las tensiones de una viga de hormigón armado fue un abogado: Thaddeus Hyatt. Después de realizar experimentos con vigas y losas publica, en 1877, el libro titulado *Account of some Experiments with Portland Cement Concrete, Combined with Iron, as a Building Material*.

De este modo, a lo largo del XIX, "un jardinero, un yesero, un fabricante y un abogado hicieron las contribuciones pioneras más importantes para el desarrollo del nuevo arte de la construcción con hormigón armado"⁷⁴.

El uso del hormigón en la construcción se desarrolla entre finales del XIX y principios del XX; aunque su gran implantación se produce a partir de los años 20.

En luces pequeñas suele aventajar el acero en precio; y de ahí su gran uso. Además de presentar (inicialmente) ventajas de durabilidad; aunque en realidad sus patologías no se descubren hasta fechas bastante recientes.

Hay por tanto una relación clara entre la aparición de un nuevo material y el tamaño de las luces construidas. Quizás veamos esto claramente en la siguiente figura. Las fechas de saltos de luz corresponden a las realizaciones. Hay siempre un desfase de 30 ó 40 años entre que aparece el material y la técnica lo utiliza con plena seguridad.

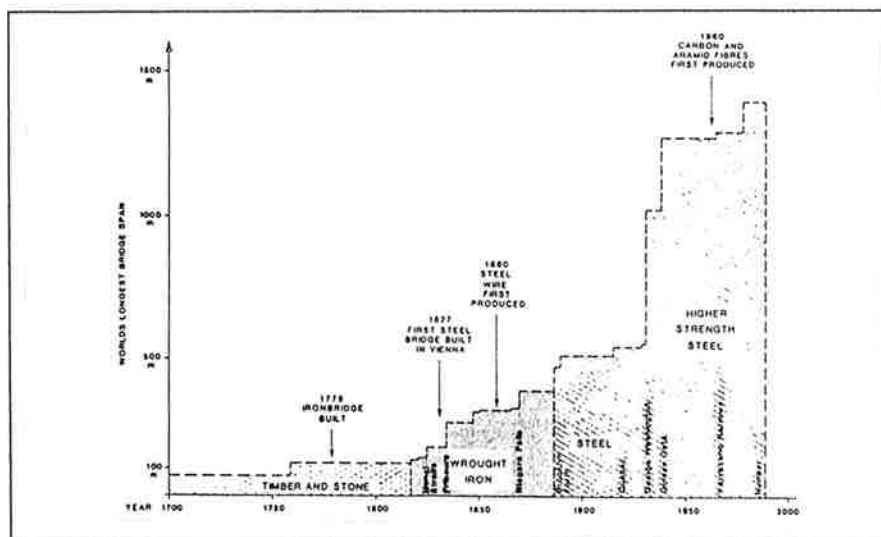


Fig.- 12 ⁷⁵

A mediados del XIX, las resistencias de los aceros normales eran del orden de los 3000 kp/cm² (hasta los máximos de 8000 kp/cm² para los actuales). A finales del XIX se consiguen los primeros aceros de alta resistencia. El acero empleado en el de Brooklyn es de 11.000 kp/cm².

La teoría de cálculo se fue desarrollando; aunque siempre acorde a las necesidades técnicas. De hecho, los primeros puentes colgantes del XIX se construyen antes de que se formulara una teoría consistente sobre dicho tipo. En ocasiones la forma de descubrir un nuevo problema fue traumática. Un claro ejemplo es el desastre del -Tacoma- en 1940. Hasta entonces no se realizaban cálculos dinámicos.

⁷⁴ Steinman, D.B.; Watson, Sara Ruth, Puentes y sus Constructores, Colegio Ing. Caminos, C., y P., 1979, Madrid; pag. 275.

⁷⁵ Hord, P.R.; Richmond, B. "Alternative Materials in Long-Span Bridge Structures". *Proceedings of the 1st. Oleg Kerensky Memorial Conference; Session 5; London; Jun, 22; 1988*. 1988, pp. 6.

⁷⁶ Las fechas de los saltos de luz corresponden a las realizaciones. Hay siempre un desfase de 30 o 40 años hasta que el nuevo material gana la confianza de la técnica.

Hasta principios del XX, los tipos que asumieron las grandes luces fueron el -Cantilever-⁷⁷ y el puente colgante; este último de una tradición muy antigua. Se realizaron numerosos estudios teóricos sobre ambos tipos. En seguida se vio la mayor eficacia del colgante, (aunque el Forth ostentó el récord de luz durante mucho tiempo). El último gran puente -Cantilever- fue el de Quebec.

Pero en el resto de los tipos las realizaciones son también numerosas. **Así, ya a principios de siglo, se tenían más o menos acotadas de forma empírica (y por diferentes autores) los intervalos económicos de los distintos tipos de puentes.** Eso sí, asociados a unas condiciones concretas de uso y materiales.

Esto queda perfectamente reflejado en el prólogo de un trabajo de Steinman⁷⁸ que veremos luego en detalle.

Estos intervalos económicos para puentes eran del siguiente orden⁷⁹, de menor a mayor luz:

- 1- Emparrillados de acero y arcos de hormigón; hasta luces de 100 a 200 ft (30-60m).
- 2- Cerchas de acero; entre luces de 120 a 550 ft (36-165m).
- 3- Arcos de acero; entre 500-800 ft (150-240). (aunque Lindenthal lo establece 2000-4000 ft.)
- 4- -Cantilevers- de acero; entre 800 y 2000ft (240-600) para puentes de ferrocarril y de 800-1600 ft (240-480m) para los de carretera.
- 5- Suspensión de acero; entre 800y 3000 ft.(240-900m) para puentes de carretera y de 1300 y 3000 ft.(390-900m) para ferrocarril (Lindenthal sitúa el límite superior por encima de los 4000 ft.)

Ahora bien, como el mismo anota: **"No mention is made of data upon which these estimates are based"**.⁸⁰ De hecho, las realizaciones de años venideros modificarán estos rangos.

Veamos las luces de los -cantilever- hasta principios de siglo XX.

⁷⁷En castellano no hay una traducción para este tipo.

⁷⁸Steinman, D.B. Suspension Bridges and Cantilevers. Their Economic Proportions and Limiting Spans. New York. Van Nostrand Co. (The Van Nostrand Science Series). 1911. El libro es resultado de una tesis doctoral; es decir, el tema no estaba consolidado. Detrás del trabajo está el profesor W.H. Burr, un conocido ingeniero.

⁷⁹Los datos no son fijos, sino que varían con el autor y sus experiencias. Esto indica gran confusión sobre el tema. Se toman datos de los profesores W.H. Burr, Merriman, Melan, G. Lindenthal y J. Mayer (a veces bastante divergentes).

Subrayamos el hecho de que sean intervalos económicos; es decir, no son límites de luz sino que acotan los rendimientos de cada tipo.

⁸⁰op.cit.; pp.13.

CANTILEVER BRIDGES

| Span = l | S.S. = l | C.A. = m | A.A. = n | Width | Depth | Loading | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|--------|--------|---------------|---------------|---------------|
| | | | | | | L.L. = l | D.L. = l | D.L. = l |
| 1800 | 675 | 562½ | 500 | 67 | 98-315 | 13000 | 20000 | 2.0 |
| 1710 | 350 | 680 | 680 | 32-120 | 50-350 | 4480 | 21000 | 4.7 |
| 1182 | 0 | 501 | 630 | 60 | 45-185 | 8440 | 27000 | 3.2 |
| 820 | 200 | 310 | 248 | | | | | |
| 812 | 360 | 220 | 340 | 32 | 60-120 | 9000 | 9000 | 1.0 |
| 790 | 452 | 169 | 621 | 30 | 78 | 4000 | 7000 | 1.75 |
| 769 | 285 | 242 | 320 | | | | 11000 | |
| 700 | 310 | 195 | 298 | | | 9000 | 8000 | 0.9 |
| 671 | 368 | 152½ | 521 | 32 | 50-75 | 8000 | 10000 | 1.25 |
| 667 | 443 | 112 | 390 | 36 | 46-82 | | | |
| 660 | | | | 25 | | | | |
| 650 | 270 | 300 | 600 | 27 | | | | |
| 623 | | | | | | | | |
| 548 | 208 | 170 | 525 | 30 | 38-75 | 6000 | | |
| 525 | 175 | 175 | 0 | 24 | 20-60 | 920 | 840 | 0.9 |
| 524 | 232 | 140 | 106 | 21 | 30-118 | 4000 | 7620 | 1.9 |
| 514 | 102 | 206 | 257 | | | 6000 | | |
| 495 | 120 | 187½ | 207½ | 28 | | 3000 | | |
| 375 | 300 | 75 | 375 | 18 | 38 | | | |
| 315 | 105 | 105 | 105 | | | | 2530 | 0.85 |

¹ Replaced by truss bridge, 1910.

5. More favorable distribution of the wind-load, for the same reason.

6. Decreased wind-load stresses.

TABLE II—NOTABLE

| Date | Name | Location | Engineer |
|------|---------------|-----------------------|------------------|
| 1908 | Quebec | St. Lawrence R. | Cooper |
| 1889 | Forth | Scotland | Powler & Baker |
| 1908 | Queensboro | East R., N. Y. | Dept. of Br. |
| | Lansdowne | India | |
| 1903 | Monongahela | Pittsburg | Boller & Hodge |
| 1892 | Memphis | Mississippi R. | Morison |
| 1910 | Beaver | Ohio R., Pa. | |
| 1903 | Mingo | Ohio R. | Boller & Hodge |
| 1905 | Thebes | Miss. R., Ill. | Modjeski & Noble |
| 1904 | Ruhrort | Rhine R., Germany | |
| 1891 | Red Rock | Colorado R. | |
| 1902 | Marietta | Ohio R., Ohio | |
| 1902 | Czernavod | Danube R. | |
| 1887 | Poughkeepsie | Hudson R. | |
| 1906 | Long Lake | New York | |
| 1903 | Connel Ferry | Scotland | Barry |
| 1897 | Francis | | |
| | Joseph | Budapest | |
| 1883 | Niagara | Niagara Falls | Schneider |
| 1876 | Kentucky R. | Ohio | C. S. Smith |
| 1883 | Fort Snelling | Mississippi R., Minn. | Schneider |

¹ Collapsed 1908, before completion.

² Reconstructed 1903.

4. More favorable distribution of the dead-load, the material being massed toward the piers.

Tab.- 2

Destaquemos que:

a- entre 1883 y 1908 las luces se multiplican casi por seis.

b- la relación entre peso propio y carga soportada para dichas estructuras (DL/LL) está aproximadamente entre 0.9 y 4.7.

Veamos una tabla de datos que recoge Steinman para los puentes colgantes.

TABLE I.—NOTABLE

| Date | Name | Location | Engineer |
|------|--------------|-----------------|--------------|
| 1903 | Williamsburg | East R., N. Y. | L. I. Buck |
| 1883 | Brooklyn | East R., N. Y. | Roebing |
| 1909 | Manhattan | East R., N. Y. | Dept. of Br. |
| 1869 | Niagara | Niagara Falls | Reefer |
| 1867 | Ohio R. | Cincinnati, O. | Roebing |
| 1851 | Niagara | Lewiston, N. Y. | Serrell |
| 1900 | Miami | Mexico | |
| 1848 | Wheeling | Ohio R., W. Va. | Ellet |
| 1903 | Elizabeth | Budapest | Dept. of Br. |
| 1834 | Freiburg | Switzerland | Chaley |
| 1855 | Niagara Ry. | Niagara Falls | Roebing |
| 1890 | Niagara | Lewiston, N. Y. | R. S. Buck |
| 1900 | Rochester | Ohio R., Pa. | |
| 1877 | Point | Pittsburg | Hemberle |
| 1902 | Vernaison | France | |
| 1896 | E. Liverpool | Ohio | |
| 1864 | Clifton | Bristol, Eng. | |
| 1845 | Lancz | Budapest | Clark |
| 1855 | Morgantown | W. Virginia | |
| 1825 | Menni | Wales | Telford |
| 1905 | Villefranche | France | (Gisclard) |
| 1904 | Caperton | W. Virginia | Cooney |
| 1868 | Moldau | Prague | |
| 1852 | Charleston | W. Virginia | Ellet |
| 1818 | Tweed | Berwick, Eng. | Brown |
| | Grand Ave. | St. Louis | |
| 1862 | Lambeth | London | |
| 1826 | Conway | Chester, Eng. | |

¹ Strengthened 1888. Wrecked and rebuilt 1889. Replaced by arch 1896.
² Rebuilt 1854 and 1862.
³ Reconstructed 1905.
⁴ Failed 1904.
⁵ Removed 1864.
⁶ Two cables added 1881.
⁷ Rebuilt with cables 1900.
⁸ Rebuilt 1904.

SUSPENSION BRIDGES.

| Span. | | Rise -f | Cables | | Truss | | Loading | | |
|-------|------|------------|--------|----------|-------|-----|---------|-------|---------------|
| l | h | | No | Size | Dpth | W't | L.L. | D.L. | D.L. l. l. |
| 1600 | 596 | 177 | 4 | 18 1/2" | 40 | 118 | 6300 | 16620 | 2.6 |
| 1595 | *930 | 1128 | 4 | 15 1/2" | 9.17 | 85 | 2600 | 8200 | 3.2 |
| 1470 | *725 | 100 | 4 | 21 1/2" | 24 | 122 | 8000 | 18000 | 2.2 |
| 1268 | | | | | | | | | |
| 1057 | *281 | 100 | 4 | 12 1/2" | 28 | 52 | 3600 | | |
| 1042 | | 87 | 8 | | | 21 | | | |
| 1030 | | † | 2 | | 5 | | 100 | 300 | 3.0 |
| 1010 | | | 4 | 8 | | | | | |
| 951 | 145 | 95 | 4 | 20" E.D. | 23 | 66 | 5500 | 14500 | 2.6 |
| 870 | 174 | 63 | 0 | 2, 8 | 5 | 21 | | | |
| 821 | | 154 | 4 | 10 1/2" | 16 | 25 | 1800 | 1800 | 1.0 1/2 |
| 800 | 34 | 53 | 4 | 10 | 14 | 28 | 2400 | 2850 | 1.3 |
| 800 | *416 | 72 | 2 | 7 | 18 | | | | |
| 800 | 145 | 88 | 2 | 8" E.D. | 8 | 34 | 1700 | | |
| 764 | *172 | † | 2 | | 4 | 17 | 680 | 600 | 0.9 |
| 705 | | | 2 | 7 1/2" | | | | | |
| 702 | | | | Chains | | | | | |
| 663 | *285 | 48 | 4 | Chains | | | | | |
| 608 | 150 | 42 | 6 | 3 1/2" | 5 | 20 | 2000 | | |
| 578 | *260 | 43 | 16 | Chains | | | | 2500 | |
| 512 | 128 | † | 2 | † Wire | 0 | 20 | 2000 | 2000 | 1.0 |
| 510 | * | 37 | 2 | 1 1/2" | 0 | 6 | 120 | 100 | |
| 482 | | | 8 | Chains | | | | | |
| 478 | | 25 | 4 | 3 1/2" | 0 | 17 | | | |
| 450 | | 30 | 12 | Chains | | | | | |
| 400 | *150 | 40 | 4 | † Chains | | 60 | | | |
| 363 | | | 4 | † Chains | | | | | |
| 327 | | 22 | | Chains | | | | | |

* Provided with suspenders in side spans.
† Stiffened with diagonal stays.
‡ Braced cable construction.
§ Railway bridge. Replaced by arch in 1897.

Tab.- 3 ⁸¹

Destaquemos que:

a- entre 1826 y 1883 se multiplica por cinco el rango de luces para este tipo.

b- la relación entre peso propio y carga soportada para dichas estructuras (DL/LL) está aproximadamente entre 0.9 y 3.2.

Esto indica por una parte la rapidez con que se aumentaban los conocimientos del cálculo y del material; y por otra, la gran importancia que tiene el peso propio en estas estructuras, muy por encima de lo que seguramente podríamos suponer.

Claro que si se comparan estos consumos con los de las estructuras de fábrica, el gasto de material es irrisorio. Es decir, es claro que el acero debía ser el encargado de solucionar las luces fuertes; y que además las luces que se manejan hacen necesario plantear una optimación del material eligiendo el tipo adecuadamente. Ahora además ya hay un teoría de estructuras capaz de intentar plantear el problema de manera racional.

A partir de ahora iremos mostrando, con un orden cronológico, todas las aportaciones sobre cuestiones de peso propio; tanto teóricas como empíricas.

La primera referencia teórica de que tengo constancia es de 1847, de **Wipple**⁸². Es un gran ingeniero norteamericano que diseña numerosos puentes, destacando sus originales diseños de cerchas. Enfoca el problema a través del cálculo diferencial. Se plantea el problema de cual es la inclinación óptima de las diagonales para que el material sea mínimo. Utiliza para ello un modelo de carga puntual sobre la cercha, llegando a una esbeltez óptima de seis. El trabajo no va a tener por tanto mayor repercusión, y está muy limitado por las condiciones de carga, pero apunta una línea de trabajo de otros muchos autores posteriores.

⁸¹ op. cit., pg. 18-19

⁸² Wipple, Squire; Bridge Building; Utica, N.Y.; 1847; H.H. Curtiss.

En los años **1863 y 1864, W.J.M. Rankine** escribe dos tratados⁸³ de gran importancia. Ambos libros tienen contenidos parecidos y muchos se repiten en ambos.

Hace grandes aportaciones al diseño de estructuras; aunque no todos llegaron desgraciadamente a trascender.

Rankine enuncia una serie de propiedades estáticas de una transformación afin, o -transformación paralela- (Parallel Projections on Statics)⁸⁴.

Si definimos un esquema geométrico a través de unas coordenadas cartesianas (x_0, y_0, z_0), otro esquema geométrico (x, y, z) será afin al primero (o proyección paralela, como diría Rankine), si se cumple la siguiente relación:

$$x_0/x=a; \quad y_0/y=b; \quad z_0/z=c; \text{ siendo } a, b \text{ y } c \text{ constantes.}$$

Rankine nos da a continuación las aplicaciones (o teoremas) que pueden deducirse. Si lo resumimos en un lenguaje menos críptico:

- i. Si el equilibrio de un sistema de fuerzas puede ser representado por un sistema de líneas, entonces cualquier sistema de líneas que sea proyección paralela del primer sistema, representará también el equilibrio de un sistema de fuerzas.
- ii. Si dos sistemas de líneas que representen el equilibrio de dos sistemas de fuerzas son afines, entonces, entre las fuerzas de los dos sistemas existirá la misma relación de afinidad.
- iii. Dado que el centro de masas de un sistema de puntos es una propiedad geométrica del mismo, cualquier transformación afin del sistema afectará del mismo modo a dicho centro. Por tanto, si hago una transformación afin de un sistema, los centros de masas de los dos sistemas guardan la misma relación de afinidad.

Estas propiedades son muy útiles en cuestiones de equilibrio, e incluso en resistencia. Según esta propiedad, el empleo de modelos reducidos es válido para garantizar, bajo cargas de peso propio, la estabilidad de la obras.

A Rankine no se le escapa que en la transformación afin las intensidades de las fuerzas pueden variar, y con ello las tensiones. Habrá entonces que considerar la nueva fuerza en relación a la nueva área y tendremos ya la nueva tensión. Así de simple. No obstante, en algunos casos analiza numéricamente estos cambios; aunque esto nos da una formulación demasiado compleja. La forma de hacerlo de una manera simple es usar estática gráfica.

De particular interés es el método para determinar la **proporción de peso propio de una viga y su tamaño máximo**⁸⁵. En primer lugar establece un método para incrementar el ancho de la viga en virtud de su peso propio para que la capacidad de carga sea la misma; todo ello basándose en la relación lineal entre carga y ancho. El proceso tiene un pequeño -truco- (no rompe la iteración). Pero luego estudia, en una viga biapoyada, cómo es la relación entre peso propio y carga total y cuál es su tamaño máximo. Veamos su particular modo de enunciar el Principio de Similitud:

"The gross load of beams of similar figures and proportions, varying as the breadth and square of the depth directly, and inversely as the length, is proportional to the square of a given linear dimension. The weights of such beams are proportional to the cubes of corresponding linear dimensions. Hence the weight increases at a faster rate the the gross load; and for each particular figure of a beam of a given material and proportion of its dimensions, there must be a certain size at which the beam will bear its own weight only, without any additional load."⁸⁶

El párrafo no es fácil de entender si realmente no se sabe antes que quiere decir. Si vemos esto numéricamente será más fácil de comprender. Usando nuestra nomenclatura (con sus mismas expresiones):

⁸³Rankine, William John MacQuorn, A Manual of Civil Engineering, 2 nd ed.; London, Griffin Bohn and Co, 1863, BCM (52 a 186).

Rankine, William John MacQuorn, A Manual of Applied Mechanics, 3 rd ed.; London, Charles Griffin and Co, 1864, BCM (52 a 186).

⁸⁴op.cit.; art.101 y 130 (1863); & Chp= IV y arts. 126, 177 y 235 (1984).

⁸⁵op. cit.; art. 167 y 383 (1863) & art. 314 y 315 (1864).

⁸⁶op. cit.; pp. 262(1863)(el subrayado es mío).

$$\wp = \gamma_1 \wp_{EXT} + \gamma_2 \wp_{PP} = (8n\sigma h A)/l$$

Donde \wp es la carga total resistida, γ_1 es el coeficiente de seguridad para las cargas exteriores (no constantes) y γ_2 es el coeficiente de seguridad para las cargas fijas (usualmente tienen, nos dice, una relación $\gamma_1 = 2\gamma_2$). La expresión no es más que el conocido ($ql^2/8 = M = \sigma W$) de la viga biapoyada con carga constante; que es la hipótesis de la que se parte; $-n-$ es el factor de forma de la sección para el módulo resistente, $-h-$ es el canto, y $-A-$ es área.

Con esta relación ya se entiende mejor su enunciado: la capacidad resistente \wp (a momento se entiende), o *-gross load-*, está en función de L^2 ; mientras el peso crece con L^3 . De ahí concluye la existencia de un tamaño máximo para el cual la estructura sólo puede soportar su propio peso, sin carga adicional alguna.

Siguiendo con su razonamiento, el peso total será:

$$\wp_{PP} = kplA;$$

siendo k un factor de forma.

la proporción de peso propio respecto a la carga total será, considerando también γ , igual a:

$$\gamma_2 \wp_{PP} / \wp = (\gamma_2 kpl^2) / (8n\sigma h);$$

proporción que se incrementa linealmente con $-l-$ si la relación l/h es constante. Relación de gran importancia. Pero además hay que destacar como aparece la variable $-l/h-$, lo que llamamos esbeltez. Rankine es consciente de la relevancia de ese parámetro, aunque no lo denomine así.

La longitud máxima es aquella en la que la estructura sólo se soporta a sí misma. Esto implica que $\gamma_2 \wp_{PP} = \wp$; es decir:

$$L_{max} = (8n\sigma h) / (\gamma_2 kpl);$$

donde h/l es un termino constante (esbeltez).

Este límite permite conocer, para un tamaño y esbeltez dada, la parte de peso propio que consume una estructura así como la carga externa que es capaz de soportar. Veamos las relaciones proporcionales que establece.

"This limiting length having once been determined for a given class of beams, may be used to compute the ratios of the gross breaking load, weight of the beam, and external working load to each other, for a beam of the given class, and of any smaller length, l , according to the following proportional equation:

$$L: l/\gamma_2 : (L-l)/\gamma_1 :: \wp : \gamma_2 \wp_{PP} : \wp_{EXT};"$$
⁸⁷

Veamos gráficamente lo que significa esta relación (ya que usa una notación de proporcionalidad que no es ahora habitual):

⁸⁷ op. cit.; pp. 263(1863)

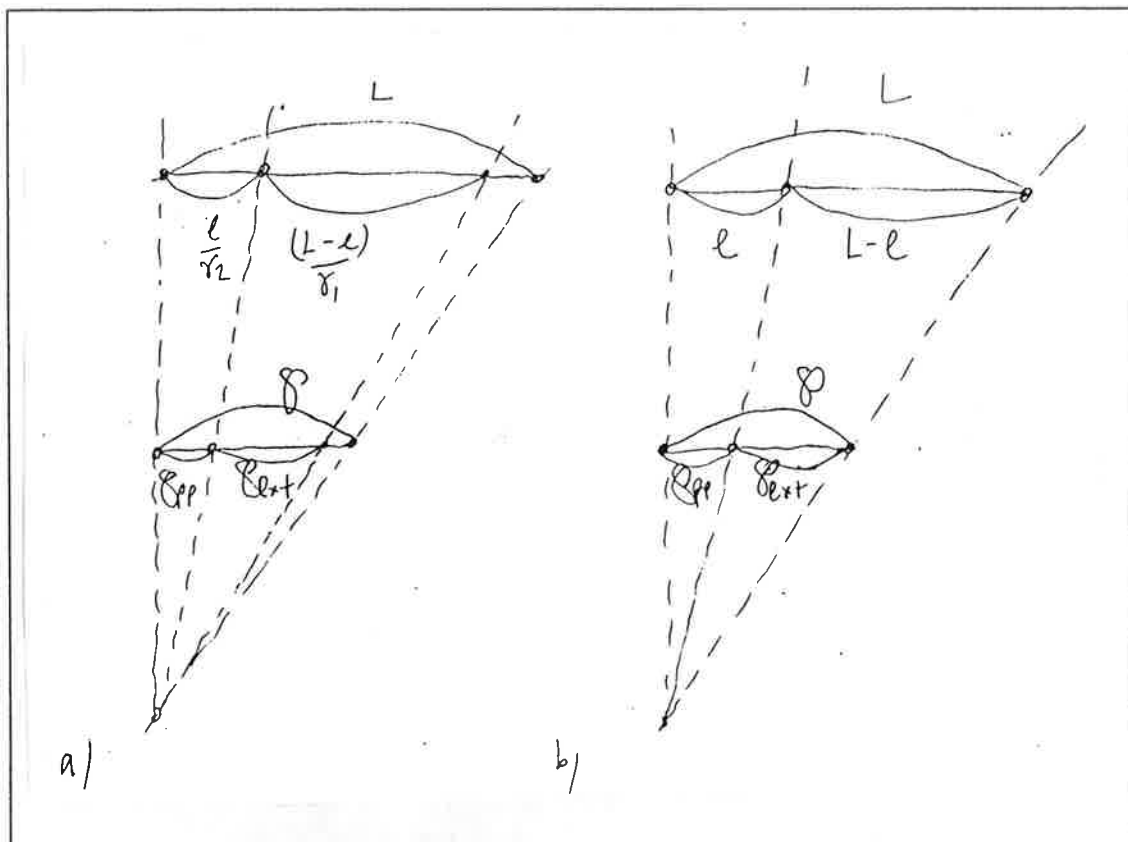


Fig.- 13

El dibujo -a- muestra la relación tal y como se expresa en la fórmula, y el -b- eliminando los coeficientes de seguridad. De esta ecuación se deriva el crecimiento lineal de las tensiones debidas a peso propio, pero además nos da un sencillo método para calcular el tamaño máximo de un tipo cualquiera.

En su siguiente libro (1864) ya prescinde de los coeficientes de seguridad, que desde luego no hacen más que introducir una confusión.

Rankine por tanto avanza sobre las ideas de Galileo. Aparecen σ y ρ como variables del problema de peso propio. No identifica su sentido físico aquí; aunque sí lo hace en otro apartado, al hablar de -heights of Moduli of Stiffness and Stregth-⁸⁸ Sin embargo la relación entre ambas cosas no aparece clara.

Rankine será el primero que reduzca las comprobaciones de cualquier estructura a sólo tres conceptos: resistencia, rigidez y estabilidad.

En cuanto a los problemas de rigidez, Rankine identifica con claridad las variables. Aquí ya habla de esbeltez de modo específico (Proportion). Partiendo de una determinada relación relativa límite de flecha/Luz, deriva la -proporción- (función del tipo de carga) que debe tener una viga para que no tenga problemas de deformación.

Así, tiene un artículo sobre el -Proceso de Diseño de una viga-⁸⁹. Es de una modernidad enorme. Una vez determinado el material y la forma de la sección, se procede a obtener lo que denominamos esbeltez límite; es decir, el canto mínimo que hace que una viga de una luz y carga dadas no supere la deformación relativa de partida. A partir de ahí se obtiene el ancho de la viga. Y, cosa interesante, luego se procede a computar su peso propio y compararlo con la carga soportada. Si la variación no es mucha el proceso se acaba. En caso contrario, el ancho obtenido es provisional y su valor inicial debe ser incrementado de acuerdo con el proceso por él descrito (art.167, eq. 1.; con un proceso que no rompe la iteración, como dijimos), y en la misma proporción se corrige su peso total. Al final se debe computar el peso total, lo cual sí finaliza la iteración disminuyendo sólo un poco el margen resistente. Después se comprueba su resistencia a cortante.

⁸⁸op. cit.; pp. 230, art. 154 (1863)

⁸⁹op. cit.; pp 276-278, art. 171 (1863)

En el caso del puente colgante se problema de peso propio⁹⁰. Rankine reconoce uno de los mayores problemas para estimar el peso real de estas estructuras; la gran influencia en peso que tienen los elementos de unión y otros aspectos constructivos. En estas estructuras, la experiencia demuestra que el peso estricto se incrementa de una vez y media a dos veces por dichos motivos. Lo que se plantea entonces es cuáles son los variables del problema que permitan extrapolar una fórmula de peso a partir de las estructuras construidas. Para ello recoge previamente una tabla de los puentes colgantes más grandes del momento.

VII. Table of the Principal Dimensions of some Suspension Bridges.

| Bridge and Engineer. | Spans of Chains Feet. | Depression of Complete Span Feet. | Span + Depression. | Number of Chains or Cables. | Total Effective Sectional Area. Square Inches. | Mean Net Weight of Chain per Foot of Span. Lbs. | Gross Fixed Load per Foot of Span. Lbs. | Thickness of Piers at Level of Platform. Feet. | Thickness of Abutment at Level of Platform. Feet. | Breadth of Platform over all. Feet. |
|--|-----------------------|--|--------------------|-----------------------------|--|---|---|--|---|-------------------------------------|
| Union (round rods), (Brown.) | 449 | 30 | 14'9 | 6 | 38 | 129 | ... | 17'5 | ... | 18 |
| Menai (flat links),... (Telford.) | 570 | 43 | 13'26 | 16 | 260 | 880 | ... | 29 | ... | 28 |
| Chelsea (flat links), (Page.) | { 183 348 183 | 29 | 12 | 4 | at centre. 214 at piers. 230 | 767 | ... | 19 (cast iron.) | 77 | 47 |
| Pesth (flat links),.... (Tierney Clark.) | { 298 666 298 | 47'6 | 14 | 4 | at centre. 486 at piers. 507 | 1690 | 9892 | 30 | 140 | 46 |
| Bamberg (flat links), | 211 | 14'14 | 14'9 | 4 | 40'2 | 137 | 1581 | 15'25 | ... | 30'5 |
| Freiburg (wire),..... (Chaley.) | 870 | 63 | 13'84 | 4 | 49 | 167 | 760 | 20 | ... | 21'25 |
| Niagara Falls (wire), (Ræbling.) | 821'3 | upper cables. 54 lower cables. 64 | 15'21 12'83 | 4 | 241'6 | 820 | 2032 | ... | ... | 24 |
| Niagara (wire),..... (Sorrel.) | 1040 | 75 | 13'87 | 10 | 42 | 142 | 1581 | 15'25 | ... | 30'5 |

Tab.- 4⁹¹

Se deben considerar, entonces, las siguientes variables:

L =luz

P_{PP} = peso propio de la superestructura, bien total o bien lineal.

γ_2 =factor de seguridad de las cargas permanentes.(~3 normalmente)

P_{EXT} = carga externa neta (móvil equivalente), también total o lineal.

P =carga total de rotura de cálculo del puente (móvil equivalente), también total o lineal.

γ_1 =factor de seguridad de las cargas móviles.(~6 normalmente)

donde: $P_{EXT} = (P - \gamma_2 P_{PP}) / \gamma_1$;

Se debe calcular, siguiendo sus instrucciones, el siguiente valor (que no es otra cosa que el tamaño máximo):

$$L_{MAX} = L(1 + \gamma_1 P_{EXT} / \gamma_2 P_{PP}); \text{ec.- 1}$$

A diferencia del caso de la viga, la gran importancia de los factores constructivos lo hacen obtener el tamaño máximo por relaciones proporcionales y no a través de una fórmula como en el

⁹⁰op.cit.; pp. 583, art. 383 (1863).

⁹¹op.cit.; pg.582

primer caso. Con ello queda implícito la suposición de que los factores constructivos no varían con el tamaño, cosa que no es cierta. Ello no invalida tan acertado método.

Para otro puente de diseño similar e iguales proporciones, la relación probable entre el peso de la superestructura y la carga neta será la siguiente.

$$\wp_{PP} / \wp_{EXT, NETA} = (\gamma_1/\gamma_2)L/(L_{MAX}-L); \text{ ec. - 2}$$

Es decir, lo que hace es aplicar las relaciones de proporcionalidad que ha obtenido de las vigas; haciendo la hipótesis de que son relaciones generales.

Si $\gamma_1=6$ y $\gamma_2=3$; las fórmulas anteriores tienen la relación:

$$L_{MAX} = L(1 + 2 \wp_{EXT} / \wp_{PP});$$

$$\wp_{PP} / \wp_{EXT, NETA} = 2L/(L_{MAX}-L);$$

Nos da ejemplos entonces del valor de L_{MAX} en varios casos. Quizás sea el primer caso justificado de tamaños máximos de diferentes tipos.

The following are some examples of values of L:—

| | |
|--|-------------------|
| For tubular bridges, not continuous; the depth about 1-16th of the span (as the Conway Bridge); the effective section two-thirds of the whole iron, | L Feet. 614 |
| For tubular bridges, mean depth about 1-16th of the span, continuous over piers; l in the formulæ denoting the span of the greater or intermediate bays (as the Britannia Bridge),..... | 760 |
| Warren girder bridges, not continuous, with cast iron struts; depth about 1-15th of the span, | 670 |
| Warren girder bridges, not continuous, with the frame entirely of wrought iron; depth about 1-10th of the span, | 900 |
| Iron arched bridges; rise about 1-9th of the span, | 630 |
| Wire cable suspension bridge; the depression 1-14th of the span; the cables 4-10ths of the weight of the superstructure; ultimate tenacity of the wire 90,000 lbs. per square inch (as Niagara Falls Bridge),..... | 2000 |

Tab. - 5

Otra suposición que se hace con este método es que el cálculo ha sido riguroso. Es decir, un error de cálculo (y por tanto de cómputo de \wp_{PP}) nos falsea el valor del L_{MAX} . Aunque también hay que decir que el «número gordo» se caza con fiabilidad.

Es importante mencionar las cargas exteriores que se manejaban en ese momento. Para el caso de puentes de ferrocarril, se toma una tonelada o bien 2.240 lbs/foot (3.315 kp/m). Para puentes de carretera se toma una carga exterior de 120 lbs * ancho del tablero (en pies).

En el caso de **arcos de fábrica**, recoge una serie de reglas empíricas para su dimensionado (relación luz/canto), basados en numerosos ejemplos de buenos puentes existentes. A diferencia con los puntos anteriores, esto si es recogido en tratados posteriores como veremos más adelante. En este caso a Rankine el problema le parece demasiado complejo para abordarlo de modo teórico y prefiere el método empírico. Vemos entonces como mezcla enfoques teóricos y empíricos sin ningún pudor.

A partir de Rankine, encontramos una serie de trabajos menores que se plantean en general la optimización del canto de una estructura. Todo su trabajo en base al concepto de proporción se pierde, e igualmente la importancia y consecuencias de la existencia del tamaño máximo. Los trabajos posteriores tienden a ser operativos, pero con una mentalidad mucho menos clara.

En 1871, **T. Willis Pratt**⁹² establece ya algunas discusiones en torno a la economía de la cercha tipo Pratt.

En 1877, **Emil Adler**⁹³ establece un criterio para la determinación del canto óptimo, con hierro forjado (Wrought Iron), y para un cercha de cordones paralelos; del siguiente modo:

$$\wp_c = \wp_m + \wp_d \cos(180-2\alpha) ; \text{cc.} - 3$$

donde:

\wp_c =peso de los dos cordones.

\wp_m =peso de los montantes verticales.

\wp_d =peso de las diagonales.

α =ángulo de las diagonales con la horizontal.

La expresión no es correcta puesto que cuando $\alpha=45^\circ$ llegamos a que $\wp_c=\wp_m$; es decir, que el peso de las diagonales desaparece. Si es cierto que los óptimos se obtienen con ángulos próximos a 45° ; y esto sí es cierto.

El mismo criterio fue enunciado diez años más tarde, de forma independiente, **por John Lundie**⁹⁴, y comentado por Sherzer; el cuál apunta lo siguiente: la fórmula no tiene en cuenta la influencia del pandeo en las burras; y el canto óptimo establecido para un panel simple no puede ser extendido a toda la cercha. Como nos dice Waling, de ser válida ésta fórmula exigiría una aproximación por ensayo y error en un caso práctico.

Charles E. Emery⁹⁵, en 1877, vuelve a producir otro sistema de ensayo y error para deducir proporciones de peso mínimo, también en cerchas de cordones paralelos. Apuesta, salvo en emparrillados, por grandes cantos, del orden del doble a los que se venían empleando.

W. E. Searles⁹⁶, en 1878, usa los resultados de Emery con éxito para reconstruir una cercha de madera de cordones paralelos.

A. J. Du Bois⁹⁷, en 1887, da algunas racionales pero complicadas fórmulas para pesos de puentes y para esbelteces económicas de cerchas de hierro de cordones paralelos. Veremos más adelante que también tiene fórmulas para el dimensionado de arcos de fábrica.

⁹²Pratt, T. Willis. "Some Observations on Trusses and Trussed Arches". *Proceedings of the American Society of Civil Engineers/Transactions*. Vol. 1. 1872.

⁹³Adler, Emil. "Note on the Most Economical Depth of Straight Girders and Trusses". *Van Nostrand's Engineering Magazine*. Vol. XVI. 1877.

⁹⁴Lundie, John. "Economical Height of Bridge Trusses for a Given Panel Width". *Journal of Association of Engineering Societies*. Vol. VII. 1887.

⁹⁵Emery, Charles E. "Relative Quantities of Material in Bridges of Different Kinds, of Various Heights". *Proceedings of the American Society of Civil Engineers/Transactions*. Vol. VI. 1877.

⁹⁶Searles, William E. "Discussion of 'Relative Quantities of Material in Bridges of Different Kinds, of Various Heights'- by C. E. Emery". *Proceedings of the American Society of Civil Engineers/Transactions*. Vol. VII. 1878.

⁹⁷Dubois, A. J. "Formulas for the Weights of Bridges". *Proceedings of the American Society of Civil Engineers/Transactions*. Vol. XVI. 1887.

A principios de siglo, **Jean Batiste Fourier**, en su obra -Théorie Analytique de la Chaleur-, sentará la bases teóricas de lo que será el análisis dimensional. A finales de siglo encontramos ya trabajos que recogen esa nueva herramienta⁹⁸. Mas adelante veremos en detalle esta sistema de análisis, pero ahora nos interesa hablar de ciertos trabajos de finales del XIX y principios del XX que plantean las relaciones entre semejanza geométrica y mecánica y que tocan otros temas de interés para nosotros a través del análisis dimensional; aunque más que análisis dimensional lo que se hace es aplicar de forma sencilla el Principio de Similitud a las estructuras realizadas por el hombre y la naturaleza. Será en este siglo cuando E. Buckingham (1914), y más tarde P.W. Bridgman y Julio Palacios⁹⁹; sienten la bases definitivas del actual análisis dimensional. Pero los resultados de los trabajos son interesantes.

Muchos de estos estudios, continuando con los trabajos ya planteados por Galileo al fin de la mencionada Jornada Segunda-, se dirigen a estructuras biológicas; como los hechos por gente como Herbert Spencer, Borelli. En este sentido, la obra de D'Arcy W. Thompson¹⁰⁰ es toda una recopilación y ampliación de estos estudios. En la segunda mitad de siglo este tipo de estudios se han reducido sensiblemente, aunque encontramos ciertos trabajos¹⁰¹.

Cuando se desarrolle un cuerpo teórico sobre análisis dimensional habré una gran profusión de trabajos (veremos algunos más adelante) para aplicaciones en ingeniería, pero no específicamente del peso propio. Pero veamos lo casos más próximos a nosotros de finales del XIX:

James Thomson¹⁰², en 1875, presenta un trabajo interesante. Distingue claramente entre similitud de la geometría y de las fuerzas, y comienza su estudio distinguiendo dos grandes grupos¹⁰³:

"I. The one relates to comparisons of similar structures on respect to their elasticity and strength for resisting bending, or damage, or breakage by similarly applied systems of forces.

II. The other relates to comparisons of similar structures as to their stability, when that is mainly or essentially due to their gravity"¹⁰⁴, or, as we may say, to the downward force which they receive from gravitation."

Plantea para el primer caso un principio general:

"General Principle.- Similar structures, if strained similarly, within limits of elasticity form their forms when free from applied forces, must have their systems of applied forces, similar in arrangement and of amounts, at homologous places, proportional to the squares of their homologous linear dimensions."¹⁰⁵

Este principio, por tanto, nos informa de como deben crecer las fuerzas para que la estructura geoméricamente similar lo sea además mecánicamente. Las fuerzas, nos dice, deben crecer con el cuadrado de la longitud.

Ve entonces como las fuerzas no pueden crecer en relación a la masa para que se cumpla dicha condición:

⁹⁸Esta claro que antes ya se había hecho uso, de un modo más o menos directo, del análisis dimensional. El ejemplo más claro es el de Galileo y su principio de similitud. Pero su base teórica no estaba fundada, ni su metodo general.

⁹⁹Vease por ejemplo:

Palacios, Julio. Análisis Dimensional. 2ª ed.; Madrid, Espasa-Calpe. 1964 (1955).

En la introducción hace un magnífico resumen histórico de esta herramienta.

¹⁰⁰D'Arcy Thompson, On Growth and Form, 1961 (Trad. esp. 1980, Cap. II- pags. 15-46 y Cap. VIII-pags. 215-259.)

¹⁰¹Por citar tres ejemplos traducidos al castellano:

Philip Steadman, The Evolution of Design. 1979 Cambridge Univ. Press. (Trad. de H. Blume Ediciones en 1982, Madrid, 329 p.

S.A. Wainwright, W.D. Biggs, J.D. Currey y J.M. Gosline. Diseño Mecánico de Organismos, Trad. de H. Blume Ediciones en 1980, Madrid, 484p.

Thomas A McMahon y John Tyler Bonner. Tamaño y Vida, Trad. esp. en Ed. Labor, Barcelona, 1986, 255p.

Además, destacamos por su interes general el libro (posee además una extensa bibliografía):

Peter Pearce, Structure in Nature Is a Strategy for Design, The MIT Press, 1978 (Manejada 5ª Ed., 1990, Cambridge, Mass., 245p.)

¹⁰²Thomson, James. "Comparison of Similar Structures as to Elasticity, Strength, and Stability". *Collected Papers in Physics and Engineering*; Cambridge; Thomson, James; Larmor, Joseph (Eds.). Cambridge University Press. 1912 (1875). . BCM.

¹⁰³op. cit., pag. 362

¹⁰⁴En la nota hace referencia a la preferencia a usar -gravity- en lugar de -weight-.

¹⁰⁵op. cit., pag. 362

"We see this because loads similar to the structures would, if actually resisted apply at homologous places proportional to the cubes of homologous linear dimensions;..."¹⁰⁶

Plantea el problema de las fuerzas de masa con un ejemplo muy usado, la bola colgando de un alambre:

"The simple case of two similar wires with two similar weights suspended (as in the accompanying figure), will illustrate this general statement. The weights, and consequently the forces which they apply, are as the cubes of the diameters of the wires; but the cross-sections areas of the wires are only as the squares, and so the unit stresses in the wires (that is to say, the stress-rates per unit of area) are in the ratio of the linear dimensions, and are thus more severe in larger structure than in the smaller"¹⁰⁷

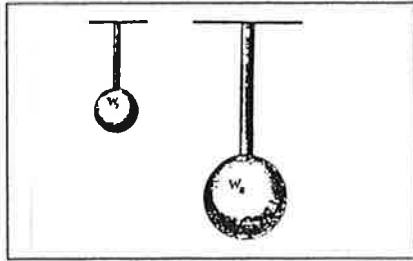


Fig.- 14

Se plantea después el problema de la deformación. Aquí llega a conclusiones erróneas, partiendo de una fórmula para deformaciones en vigas en función del cubo de la longitud (en lugar de la cuarta potencia) Da algún ejemplo más, pero siempre busca la deformación absoluta en lugar de la relativa (lux-flecha máxima), que es la verdaderamente importante.

Estudia el caso de las fuerzas de viento, y ve como estas si producen similitud mecánica. Referente a la estabilidad, el caso II; estudia el caso de fuerzas horizontales en chimeneas y obeliscos, llegando a la conclusión de que cuanto mayor son más estables son. Plantea además la condición para que tengan el mismo grado de estabilidad:

"Thus we see that the larger obelisk would resist a force of wind which would blow down the smaller one; and we can readily see, further, that, to make both be just on the point of overturning by the action of similar systems of forces applied by wind, the forces per unit of area at corresponding places would be in the ratio of the linear dimensions."¹⁰⁸

El caso de las chimeneas es similar.

Partiendo de este trabajo, **Archibald Barr** realiza el suyo¹⁰⁹, en 1899. Presenta, de una manera mucho más ordenada y sistemática, básicamente las mismas conclusiones, salvo en el tema de tamaños máximos; donde avanza considerablemente.

Es interesante señalar como para Barr, una de las ventajas de aplicar técnicas de similitud está en el hecho de poder partir de soluciones ya ejecutadas:

"Almost all progress in engineering design consists, and must consist, in a gradual advancement from familiar and well-tested practise." ¹¹⁰

Barr relaciona directamente el tamaño máximo con lo que nosotros llamamos **alcance**, y que él llama "length modulus of rupture"

¹⁰⁶op. cit., pag. 365

¹⁰⁷op.cit., pags. 365-366.

¹⁰⁸op. cit. pag. 371

¹⁰⁹op. cit. "Comparisons of Similar Structures and Machines."

¹¹⁰A. Barr, op. cit., pag. 324

"There is as absolute limit to the dimensions which a structure of given materials and given form can have.(...). This length, which is sometimes called the "length modulus of rupture" for the material, is independent of the transverse dimensions of the rod. So, again, a parallel column of stone can only be built to a certain height depending upon the relation between the density and the crushing strength of the material.¹¹¹ A pyramid or cone could obviously be built to three times the limiting height of a parallel column, and the height is independent of the slope, assuming the stress at the base to be uniformly distributed."¹¹²

En el caso de la viga, deduce su tamaño máximo a peso propio, viendo como este es proporcional al Alcance e inversamente proporcional a la relación luz-canto (esbeltez). Veamos su fórmula ¹¹³:

$$L=(4fH)/(3\omega L); \text{ ec.- 4}$$

Donde L es luz, f es tensión, H es canto y ω es densidad.

si usamos nuestra notación, podemos ver más claramente las variables.

$$L=(3/4) \Lambda/\lambda; \text{ ec.- 5}$$

siendo L la luz, Λ el alcance y λ la esbeltez de la viga (relación luz-canto)

Este último dato lo coteja además experimentalmente al comparar dos grandes puentes ejecutados, el Britannia y el Forth. La relación no es estricta, pero si bastante aproximada. Además, en este como en otros casos nos interesa más el planteamiento que los resultados.

Barr es consciente de la influencia que el tamaño tiene en la elección del tipo estructural. Su proximidad a los planteamientos de esta tesis es asombrosa.

"When, then, the structure is small, so that its own weight is unimportant as compared with the load it can carry, the transverse dimensions of the girders do not require to be increased so rapidly as in proportion to the span. With increase of span, however, the weight of the structure becomes more and more important. Accordingly we find cast iron girders suitable for small spans; for larger spans cast iron girders would be too heavy and plate girders are used; then lattice girders; and so on to the largest spans where suspension or cantilever bridges alone are possible with such materials as are at present available."¹¹⁴

En esta misma línea encontramos trabajos como los de A. G. Greenhill¹¹⁵; de 1916; aunque su aportación es menor.

¹¹¹ Lo que nosotros llamamos Alcance.

¹¹² op. cit., pag. 336. (El subrayado es mio)

¹¹³ op. cit., pag. 339.

¹¹⁴ op. cit., pag. 339-340.

¹¹⁵ A G. Greenhill, "On Mechanical Similitude", Mathematical Gazette, 122, Vol. 8, Marzo 1916, pages. 293-233.

Joaquín Pano Ruata. 1888.¹¹⁶

En línea con los estudios sobre estructuras semejantes realizados por autores europeos a finales de siglo, pero de resultados quizás más interesantes, el trabajo de Joaquín Pano constituye un caso totalmente inédito y espléndido dentro del panorama nacional; aunque, no obstante, no nos consta que tenga una posterior influencia ni siquiera entre sus colegas. Sin duda, la publicación en castellano del trabajo le merma sensiblemente su repercusión en el extranjero. Por otra parte, España no tenía un volumen de producción comparable a otros países como para que proliferasen este tipo de estudios ni se les prestara excesiva atención.

El autor ejercía como ingeniero, y al proyectar puentes de cierta envergadura (para España), se encuentra con el problema de *ser capaz de determinar a priori las cargas de peso propio de la estructura sin recurrir ni a un proceso de ensayo y error tedioso ni a datos de estructuras construidas* que podían no estar en sus manos.

ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS SEMEJANTES.

Tomemos dos estructuras semejantes con unos pesos P y P' , unas luces respectivas L y L' , y unas cargas totales (incluso el peso propio) de diseño (por metro lineal) c y c' . La exposición se muestra a través de una cercha simple aunque, como veremos en las premisas, las conclusiones pretender ser absolutamente generales.

PREMISAS.

Definida la geometría siempre de modo proporcional, y partiendo de un mismo material; los parámetros son la carga c y la luz L . No se dice explícitamente, pero no se considera que las secciones de las barras varíen de forma semejante sino que las tensiones admisibles son siempre las mismas; o dicho de otro modo, no consideramos los problemas del pandeo.

Así mismo, se considera el caso de una cercha biapoyada. El estudio sería perfectamente aplicable a hiperestáticas siempre y cuando la variación de áreas fuese la misma en cada una de las barras de modo que la variación del dimensionado no afectase a la redistribución de esfuerzos.

También se supone, aquí de forma explícita, que la carga lineal se concentra en los nudos y que por tanto las barras tienen sólo axiles.

El peso total P se incluye el sobrepeso por uniones (cubrejuntas y roblones); y se supone que este es proporcional al tamaño. Esta consideración, como veremos, no es exacta; aunque no quita en absoluto valor al trabajo.

En caso de que la triangulación interna de la cercha sea distinta a la inicial del estudio (con diagonales simples), y esta esté subdividida en otros ordenes menores con iguales ángulos, las conclusiones se consideran válidas mientras el perímetro externo de la estructura se mantenga. Si los ángulos de la triangulación también varían, la variación de peso se considera despreciable por entender que el peso se concentra en los dos cordones. El primer punto está claro que es correcto, el segundo no lo es tanto por cuanto el peso de las diagonales en absoluto es de poca consideración, a parte de no quedar claro la importancia de mantenerse dentro de ciertos ángulos de bajo consumo (entre 30-60°).

Aunque el discurso se monta sobre una cercha simple triangulada, el razonamiento es independiente de la forma de la estructura, pudiendo aplicarse a otros tipos.

Según ese esquema, se plantea como es la variación de cada variable por separado.

1-a. Variación de la carga.

Tomemos una viga de peso P y carga lineal total c ; aplicamos una nueva carga c' (sin variar la luz) de modo que $c' = nc$; siendo n el coeficiente de variación. ¿Cuál será el nuevo peso P_1 de para la nueva carga?

La fuerza en los apoyos varía de manera directamente proporcional a $-n$; por lo que la fuerza en las barras, y sus áreas, lo harán de igual forma. Dado que no hemos variado la longitud de las barras, el volumen varía también en relación directa de $-n$; es decir:

¹¹⁶ Pano Ruata, Joaquín; "Puentes Metálicos. Fórmulas para la Determinación de su Peso Previamente a la Redacción del Proyecto. Ventajas Respectivas de los Diversos Sistemas. Luces Límites. Distribución más Económica de una luz Total en Tramos Diversos." *Revista de Obras Públicas* (Madrid); 1888, Vol. 36; pags. 106-107; 122-128; 140-144.

$$P_1/P = c'/c;$$

1-b Variación de la luz.

Tomemos ahora dos vigas de luces L y $L' = mL$ y formas semejantes; en las cuales hay la misma carga lineal c' . La reacción en los arranque habrá variado $-m-$ veces, con lo que esa será la variación en los axiles las barras. Ahora bien, como todas las longitudes de las barras han variado también $-m-$ veces; la variación del volumen total será de m^2 . Es decir, si P' es el peso de la estructura de luz L' y P_1 el de luz L :

$$P'/P_1 = m^2 = L'^2/L^2;$$

1-c Variación simultánea de luz y carga.

De las ecuaciones anteriores se deduce que la relación de peso P'/P entre dos estructuras de luces L' y L y cargas totales lineales c' y c , varía de forma directamente proporcional a la variación de carga $n = c'/c$ y con el cuadrado de la variación de tamaño $m = L'/L$; es decir:

$$P = nm^2 P' \Rightarrow P'/P_1 = (c'/c)(L'^2/L^2);$$

1-d. Análisis de la carga total lineal -c-.

La relación anterior es totalmente correcta. La carga -c- incluye la sobrecarga, el peso propio de la calzada, el de las vigas y viguetas del tablero y el de la propia cercha. El único problema es que la variable carga, al incluir el peso propio de la estructura, no es independiente de la luz y por tanto la relación no es todavía de utilidad. Veamos como intenta resolver el problema.

Sean p y p' el peso lineal de las dos estructuras, de luces L y L' , sin incluir el peso P y P' de las cerchas o superestructura. Si suponemos que el peso total de las cerchas se reparte de manera uniforme a lo largo de la estructura (cosa bastante precisa en la mayoría de los casos), las cargas c , se podrán expresar de la forma:

$$c = p + P/L; \quad c' = p' + P'/L$$

Sustituyendo en la ecuación anterior:

$$P'/P = pL^2 / ((p'L'^2/P' + L') - L);$$

No hemos roto totalmente la indeterminación, pero conocidos los parámetros L' , p' y P' de una estructura construida, se podría determinar el de otra semejante P con una carga p y una luz L .

Es decir, lo único que necesitamos son los datos de un puente construido y a partir de ahí obtengo los de otro cualquiera semejante. En realidad esto no es tan sencillo; ya que la sobreestimación de peso de la primera es arrastrada en la segunda. Prescindiendo de errores de cálculo, el mero hecho de no considerar dependencia de cargas de impacto y luz hace que el resultado de la operación pueda llegar a ser disparatado. Pero sigamos su razonamiento.

Dado que partimos de una L' , p' y P' necesariamente conocidos, y al agrupar dichos miembros; el valor

$$p'L'^2/P' = C = \text{constante.}$$

$$P = pL^2 / (C - L); \quad \text{ec.- 6}$$

// $C = \text{constante fijada por una estructura semejante existente}(L', p', P')$.

El único matiz importante que cabría hacer es que esta relación es cierta básicamente en las grandes luces, donde las cargas de impacto no suponen una sobremayoración apreciable de las cargas vivas. En las luces pequeñas, este incremento es importante; y por tanto habría que corregir algo la formulación. Es decir; *la sobrecarga, estrictamente hablando, es también función de la luz*. Esa relación

se torna prácticamente constante en las grandes luces, que es donde tiene algún sentido considerar el peso propio de la superestructura.

A partir de ahí construye diversos valores de C a través de datos de **puentes metálicos de barras** de distintas tipologías que el autor ha proyectado en la provincia de Huesca.

a-en vigas rectas con trazado un cordón en parábola, y una esbeltez de 7; C=258.

b-en vigas de cordones paralelos de esbeltez 10; C=220.

c-en arcos-vigas (arco con triangulaciones entre el y el tablero) con una relación luz/flecha del arco de 10 y una esbeltez de la viga en el centro de 7; C=390.

Los puentes están contruidos con acero laminado de una *tensión admisible media de 600 kp/cm²*,

En el caso del arco al coste del mismo habría que sumar el de sus estribos, con lo que su economía real debe ser algo a estudiar con sumo cuidado.

2- Límite de luz que puede alcanzarse en los distintos tipos de puentes.

La representación gráfica de $P = pL^2/(C-L)$ es una hipérbola. Veámosla:

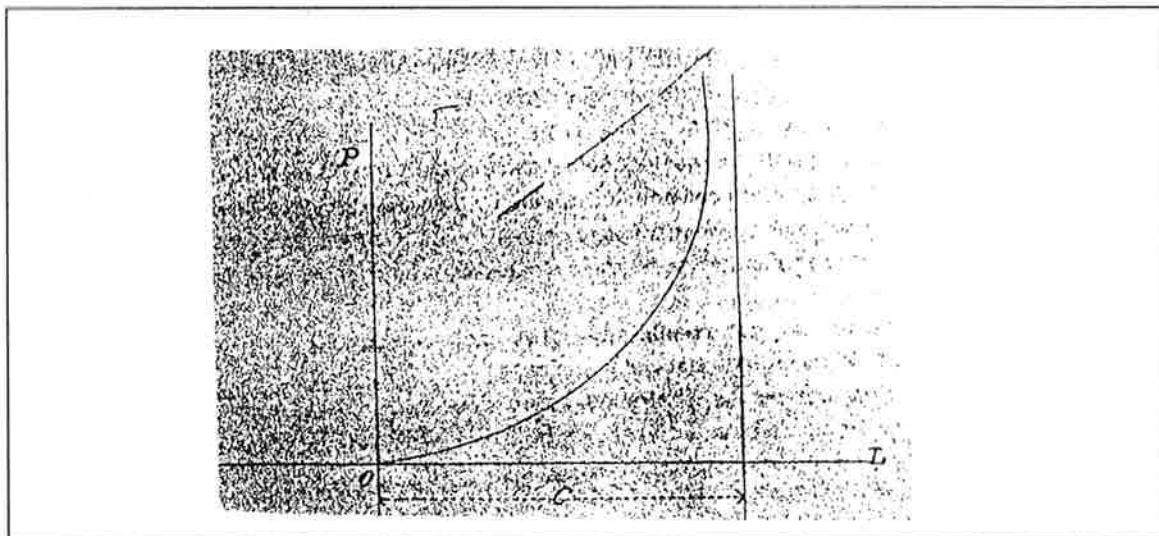


Fig - 15

Para $C=L$ es valor de P se hace infinito. Ese es por tanto el límite de tamaño (no olvidemos que las unidades de C son efectivamente de longitud). Es decir:

$$L_{max} = C; \text{ cc.- 7}$$

Se recapitulamos (recuérdense las esbelteces requeridas):

$$L_{max} = C (m) \quad \text{TIPO}$$

| | |
|-----|---|
| 220 | cerchas de cordones paralelos biapoyadas |
| 258 | cerchas con un cordón parabólico biapoyadas |
| 390 | arcos triangulados simples |
| 280 | vigas (cerchas) continuas |

Es importante anotar que las luces con las que se obtiene C se mueven en torno a los 50m. Lo cual hace estos datos algo conservadores para mayores luces. Si además tenemos en cuenta la tensión de cálculo y pensamos que la variación de las tensiones actúa de manera directamente proporcional, vemos que sus resultados son bastante acertados.

El estudio (dejando aparte pequeños detalles de poca importancia) entiendo que es ejemplar y realmente me resulta incomprensible como ha sido ignorado por sus colegas de este país. Creo que es importante destacar también el hecho de que la proporción es ya un parámetro de gran relevancia para los diseñadores de puentes. De hecho, cuando habla de tipo, lo normal es que ya de por sentado la esbeltez que se debe manejar.

Por último, estudia la *distribución económica de una luz total L en varios tramos*. Este a sido uno de los temas permanentes de estudio en el diseño de puentes. No está directamente relacionado con nuestro trabajo y no lo recogemos.

El trabajo en sí presenta bastante proximidad con la tesis posterior de Steinman; y dado que no existe ningún punto de contacto entre ellos, es claro que esta forma de enfocar el problema estaba en el - espíritu- técnico del momento.

Su modo de operar es realmente el uso del el análisis dimensional, aunque afrontado de un modo similar al que ya hizo Galileo en la ley de cubo-cuadrado. Realmente es mucho más operativo que el uso directo del Teorema π .

En 1890, Maxwell¹¹⁷, enuncia un breve teorema de capital importancia para los temas de peso propio; y que de hecho supone un punto de inflexión brutal frente a todos los anteriores. Su trabajo abre una vía completamente nueva. Todavía son estudios muy teóricos a los que no se les apreciaba aún demasiado interés práctico; pero sentarán la base de otros posteriores decisivos. Su gran generalidad y abstracción es su gran virtud, y a la vez fue el obstáculo para su aplicación práctica en nuestro campo. Creo que ni siquiera él mismo vio las verdaderas consecuencias. Detengámonos en Maxwell por tanto.

A parte de dar el primer paso, y casi definitivo, en la teoría de la figuras recíprocas, enuncia un importante teorema, y define el escalar -Cantidad de Estructura-.

Comencemos con el teorema. Y antes de enunciarlo, veamos cuales son las hipótesis de partida.

"A Frame may be defined geometrically as a system of straight lines connecting a number of points."¹¹⁸

Maxwell justifica este modo de entender una estructura; y nosotros lo comentaremos al hablar de estructuras continuas versus discontinuas.

Tenemos, por tanto, una estructura en equilibrio en la que son conocidos la coordenadas de los puntos que la definen, la magnitud de las fuerzas que actúan y una conectividad entre nudos concreta que definen unas longitudes de barras.

Se consideran además las siguientes restricciones:

- i. Los movimientos necesarios para que se produzca el equilibrio de la estructura no modifican la geometría de la estructura.
- ii. Las barras tienen la misma resistencia a tracción que a compresión. (Es decir, no se consideran inicialmente los problemas de inestabilidad).¹¹⁹

En estas condiciones, el teorema se enuncia del siguiente modo:

"THEOREM.- In any system of points in equilibrium in a plane under the action of repulsions and attractions, the sum of the products of each attraction multiplied by the distance of the points between which it acts, is equal to the sum of the products of the repulsions multiplied each by the distance of the points between which it acts."¹²⁰

La primera demostración del sistema es como sigue, y la vamos a incluir pues luego nos dará pistas para entender todo el alcance del teorema:

"For since each point is in equilibrium under the action of a system of attractions and repulsions in one plane, it will remain in equilibrium if the system of forces is turned through a right angle in the positive direction. If this operation is performed on the systems of forces acting on all the points, then at the extremities of each line joining two points we have equal forces at right angles to that line and acting in opposite directions, forming a couple whose magnitude is the product of the force between the points and their distance, and whose direction is positive if the force be repulsive, and negative if it be attractive. Now since every point is in equilibrium these two systems of couples are in equilibrium, or the sum of the positive couples is equal to that of the negative couples, which proves the theorem."¹²¹

Si leemos de formal literal el teorema; y si llamamos N_i al axil (o fuerza de atracción o repulsión) y L_i a la longitud de la barra (o distancia de la línea de acción de la fuerza entre dos puntos):

$$(\sum N_i L_i)_{\text{COMPRESIÓN}} = (\sum N_i L_i)_{\text{TRACCIÓN}} \Rightarrow (\sum N_i L_i)_{\text{COMPRESIÓN}} - (\sum N_i L_i)_{\text{TRACCIÓN}} = 0;$$

¹¹⁷ Maxwell, James Clerk. "On Reciprocal Figures, Frames and Diagrams of Forces." *Scientific Papers (From the Transactions of the R. S. of Edinburgh; Vol. XXVI; pp. 21-23); ed.; Paris. Librairie Scientifique J. Hermann. 1927 (1890).*

¹¹⁸ op. cit., pag. 161.

¹¹⁹ Cox, H.L.; en su "The Design of Structures of Least Weight", demuestra (ver Cap. 7) que la diferencia, para los casos reales, entre las tensiones de compresión σ_c y las de tracción σ_t es del orden generalmente de $\sigma_c/\sigma_t \approx 0.8$ ó 0.9 . Por tanto, el planteamiento es menos ingenuo de lo que pudiese parecer a primera vista.

¹²⁰ Maxwell; op. cit., pag. 176.

¹²¹ Maxwell; op. cit., pag. 176.

Esta situación respondería exclusivamente a estados denominados de autotensión que además cumplan la condición de no tener coacciones (fuerzas) externas. Un ejemplo sería el del pretensado con armadura pretesa de una viga biapoyada de hormigón, pero sin considerar sus apoyos.

Esto parece que no aporta demasiado. Sin embargo, Maxwell muestra que se puede aplicar cuando tenemos cargas externas suponiendo que estas son atraídas y repelidas desde ciertos puntos.

"(...) In a Plane frame, loaded with weights in any manner, and supported by vertical thrusts, each weight must be regarded as attracted towards a horizontal base line, and each support of the frame as repelled from that line. Hence the following rule:

Multiply each load by the height of the point at which it acts, and each tension by the length of the piece on which it acts, and add all these products together.

Then multiply the vertical pressures on the supports of the frame each by the height at which it acts, and each pressure by the length of the piece on which it acts, and add the products together. This sum will be equal to the former sum.

If the thrusts which support the frame are not vertical, their horizontal components must be treated as tensions or pressures borne by the foundations of the structure, or by the earth itself." ¹²²

Es decir, cuando tenemos fuerzas exteriores nos da una regla ligeramente complementaria. En este caso la regla parece no ser tan general como el teorema. Como las cargas exteriores no son atracciones ni repulsiones entre puntos ha de añadir algo a lo dicho inicialmente. Y hay que decir que la regla funciona.

Ahora bien, todo mundo atribuye a Maxwell la fórmula:

$$(\sum N_i L_i)_{\text{COMPRESIÓN}} - (\sum N_i L_i)_{\text{TRACCIÓN}} = K; // K = \text{constante};$$

En ningún modo expresa él la relación de ese modo, aunque sí de forma implícita. No se dice de forma explícita que el factor en el que intervienen las cargas sea una constante; sino que agrupa parte de esa constante con las compresiones y otra con las tracciones para que la suma total sea igual a cero. Esa pequeña diferencia es importante; y demuestra que él no fue consciente de las verdaderas consecuencias de su descubrimiento.

Es en realidad Michell (catorce años después) quién lo enuncia de ese modo; y quién comprende realmente su utilización en el diseño de estructuras.

La primera demostración (no algebraica) que hace Maxwell del teorema es una verdadera -obra de arte-. Confieso (muy a mi pesar) que tuve que leerlo no menos de quince veces para comenzar a entender algo. Vamos a rehacer esa demostración en el caso en que haya fuerzas exteriores. De ese modo podemos entender la regla que nos da cuando existen fuerzas.

Para ello nos vamos a apoyar en la figura que vemos a continuación.

Tomemos una estructura con un sistema de fuerzas con reacciones verticales. Cada nudo está en equilibrio. Por tanto, si giramos las fuerzas 90° en sentido (por ejemplo) contrario a las agujas del reloj, dicho sistema continua en equilibrio. Si realizamos esa misma operación en cada una de los nudos, con el mismo ángulo y respecto a sus puntos de aplicación; el sistema total seguirá estando en equilibrio. Ahora bien, al realizar esa operación las dos acciones de los nudos sobre la barra que definen la fuerza sobre la misma nos aparecen en la misma dirección pero formando un par igual al valor de la fuerza o axil por la distancia o longitud de la barra. Las barras con compresiones tiene pares de sentidos opuestos a las de las tracciones. El momento total del sistema debe ser cero pues está en equilibrio después de hechos los giros; y por tanto:

$$(\sum N_i L_i)_{\text{COMPRESIÓN}} - (\sum N_i L_i)_{\text{TRACCIÓN}} + M_{(\text{FUERZAS EXT.})} = 0; \text{ ec.- 8}$$

¹²² Maxwell : op. cit., pag. 176.

Esta expresión ya está más cerca de la que nos presentará Michell. Si además tenemos en cuenta que el momento de un sistema de fuerzas es un invariante para cada particular sistema, ya tenemos la presentación de Michell:

$$(\sum N_i L_i)_{\text{COMPRESIÓN}} = (\sum N_i L_i)_{\text{TRACCIÓN}} = K;$$

Pero sigamos para entender la regla propuesta por Maxwell.

Sólo nos falta por computar el momento de las fuerzas exteriores. En este caso la carga P nos da un momento de igual sentido al de las tracciones y las de las reacciones $P/2$ son del mismo sentido que el de los ejes de compresión. Como todas las fuerzas exteriores quedan horizontales en el giro, para calcular momentos lo puedo hacer respecto a una línea horizontal; que es justamente lo que él propone. Al considerar los diferentes signos de cargas y reacciones entendemos porqué las agrupa como lo hace.

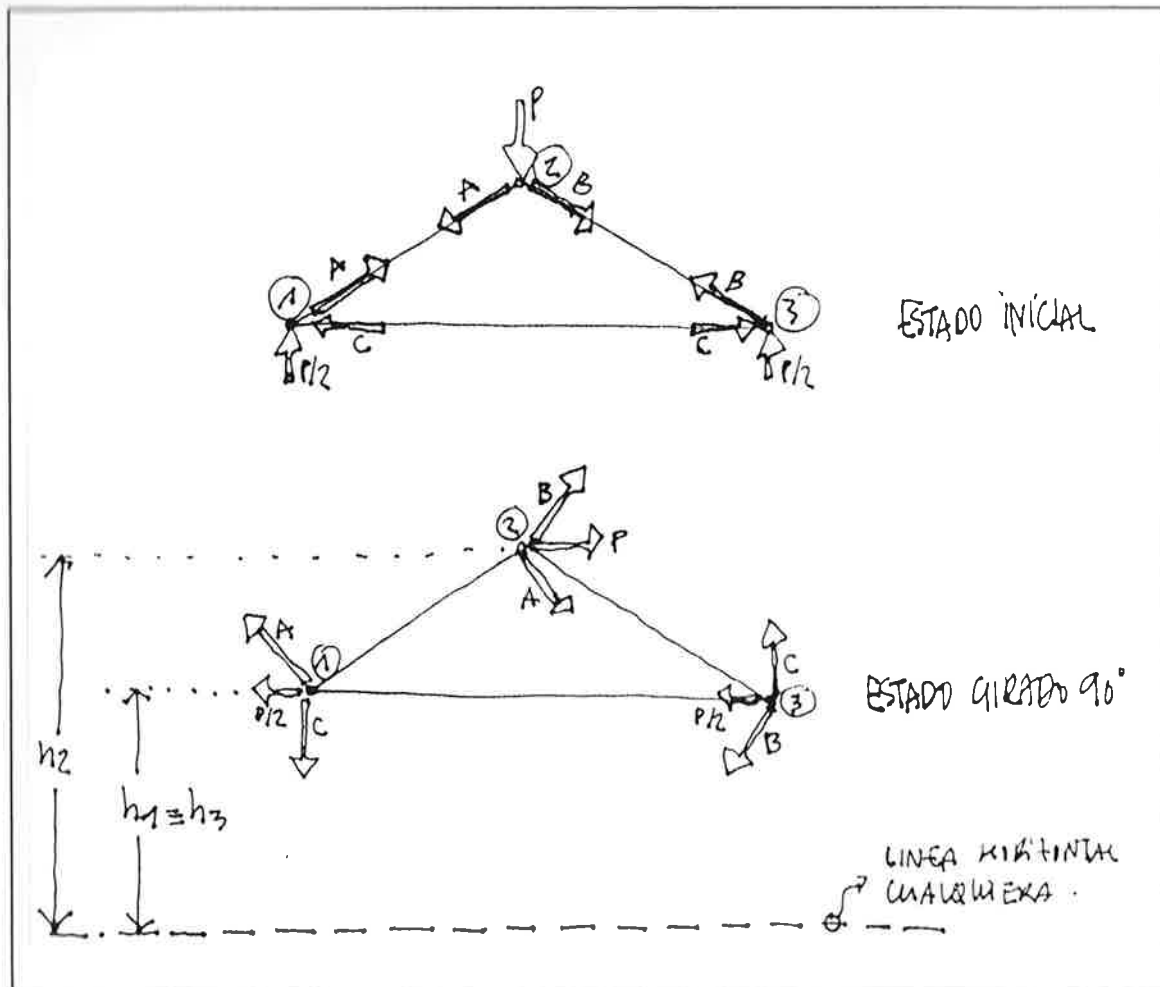


Fig.- 16

De esa demostración podemos deducir (y no precisamente con claridad) el proceso a seguir cuando tenemos fuerzas exteriores:

- 1- separemos cargas y reacciones en sus componentes vertical y horizontal;
- 2- gírense 90° respecto a sus puntos de aplicación todas esas componentes (en cualquier sentido pero todas en el mismo);
- 3- calcúlese el momento de las (ahora) horizontales respecto a cualquier línea horizontal, y hágase lo mismo con las (ahora) verticales respecto a cualquier línea vertical. El resultado nos dará el momento total del sistema de fuerzas exteriores. Si queremos tener dos partes iguales, cojamos en una parte los momentos que tienen el signo de los pares formados por los ejes de tracción y sumémosla al Σ

$(N_i L_i)_{\text{TRACCIÓN}}$; y en otra hagamos lo mismo con el $(\sum N_i L_i)_{\text{COMPRESIÓN}}$ y los pares de las fuerzas exteriores que tienen su signo.

Al final nos da también una demostración algebraica, pero que (para mí) es mucho menos elegante.

De ahí pasa a ver la **relación entre ese teorema y la cantidad de material de una estructura.**

“The importance of this theorem to the engineer arises from the circumstance that the strength of a piece is in general proportional to its section, so that if the strength of each piece is proportional to the stress which it has to bear, its weight will be proportional to the product of the stress multiplied by the length of the piece. Hence these sums of products give an estimate of the total quantity of material which must be used in sustaining tension and pressure respectively.” ¹²³

Es decir, el volumen (V) de una estructura, en las condiciones descritas, es proporcional a $(\sum N_i L_i)$ (en tracción + compresión) e inversamente proporcional a la tensión de trabajo del material (σ):

$$V \propto (\sum N_i L_i) / \sigma ; \text{ ec. - 9}$$

Es decir, define lo que llamaremos cantidad de estructura y su relación con el cálculo del volumen de la misma. Y pienso que para él esta era la verdadera utilidad del teorema.

Todo esto tardará en tener una repercusión directa. Michell lo retoma en 1904, y luego vuelve a perderse cuarenta años hasta que Foulkes lo descubre. Este pone sobre la pista a Cox, Hemp y Prager (como luego veremos); que serán los que más lo desarrollan elaborando uno de los ejes fundamentales de la teoría de optimización de estructuras.

¹²³ Maxwell ; op. cit., pag. 176.

En 1895 aparecen las primeras críticas, de J.A.L. Waddell¹²⁴ (al que luego veremos extensamente al hablar de datos empíricos), a los enfoques teóricos para la determinación del peso propio; y apuesta, por la complejidad del problema, por aproximaciones empíricas. *Ello se debía a que los enfoques teóricos no habían dado buenos resultados en general* (es obvio que los enfoques, o sus deducciones, no fueron demasiado correctos). A pesar de ello sus primeros trabajos fueron de carácter teórico.

“Treatise after treatise has been written upon the subject of economy in superstructure design, but unfortunately the result is simply a waste of good mental energy; for the writers thereof invariably attack the problem by means of complicated mathematical investigations, not recognizing the fact that the questions they endeavored to solve are altogether too intricate to be undertaken by mathematics.”¹²⁵

Plantea que la mayoría de los estudios (franceses e ingleses) sobre economía de puentes plantean una optimización del canto de la pieza. Para ello suelen partir de ciertas hipótesis que él no considera correctas. Así, era usual considerar que todos los miembros estaban diseñados estrictamente, ajustados a la tensión admisible del material; cuando la realidad constructiva indica que las tensiones en los distintos elementos tienen grandes oscilaciones. En concreto, él nos dice que es usual encontrar miembros con tensiones del orden de la mitad de las admisibles. Otro error común es no hacer distinta consideración para los elementos en tracción y en compresión. Esto lógicamente hace que no se compute gran cantidad de material que luego sí se utiliza.

Hay sin embargo, en estos enfoques matemáticos, uno que él considera de una aproximación razonable; peso que sólo es válida en el caso de cerchas de cordones paralelos. Veamos su desarrollo.

Sea -A- el peso de los cordones, -B- el peso del alma, -C- el peso total de la cercha y -D- el canto de la cercha. Obviamente:

$$C=A+B;$$

A partir de ahí, la aproximación que considera correcta¹²⁶ es que el peso de los cordones varía de manera inversamente proporcional a el canto y que el del alma lo hace de forma proporcional. Esto es:

$$A=a/D; B=bD; \text{ siendo } -a- \text{ y } -b- \text{ constantes.}$$

Y por tanto:

$$C= a/D + bD;$$

Para conseguir minimizar C podemos hacer la derivada de dicha función respecto al canto e igualar a cero.

$$dC/dD=0=-a/D^2 + b \Rightarrow A/D + B/D = 0 \Rightarrow A=B;$$

Es decir, una condición necesaria para minimizar una estructura de cordones paralelos es que el peso de los cordones sea igual al peso del alma. Esta será una relación que aparezca no sólo en cerchas sino que se maneja también en jácenas armadas (como veremos más adelante).

Esta conclusión ha sido contrastada por Waddell con numerosas estructuras construidas con resultados satisfactorios (según él). No obstante, dado que en las cerchas de cordones paralelos el canto económico teórico era algo ya conocido y que para luces mayores de 200 pies se usaban cerchas con trazados adaptados a la gráfica de momentos; esta regla no es algo que tuviera según él mayor interés. Por otra parte, apunta el hecho de que es usual elegir el canto por otros motivos que por los estrictamente económicos.

Por otra parte, el autor también ha constatado que si en cerchas de cordones no paralelos se usa cantos de los considerados económicos (esbelteces entre 5 y 6); el incremento de peso de la estructura debido al aumento de fuerzas de viento es más grande que el ahorro que provoca la optimización aislada de la cercha principal; siendo rentable meter peso en las cerchas para autoequilibrar el conjunto de la

¹²⁴Waddell, J.A.L. "True Economy in the Design of Bridges". *Engineering News*. Vol. XXXIV; Sept. 19, 1895, pp. 179-180.

¹²⁵op.cit.; pag. 179.

¹²⁶Esto no es exacto, como veremos al desarrollar la parte teórica; y es evidente que él lo sabe pues habla de -is approximately correct-. La aproximación es razonable porque al hacer la variación de canto redefinimos la geometría del alma; es decir, no hacemos una transformación afín de la estructura inicial.

estructura. Es decir, puede suceder que el cordón de tracción en la cara de barlovento tenga compresiones por viento mayores que las tensiones de peso propio, no estando preparado dicho elemento para ello. Por ello es más barato y razonable ir a esbelteces que no corresponden a las de mayor economía de la cercha.

Además, el costo total de la estructura no depende directamente del peso de la cercha. El motivo es que la variación de dimensionado (el coste del material a pie de obra) no repercute tanto en el coste como su montaje (debido al gran número de enlaces que hay en cualquier barra). Ello hace que fuera más económico, por lo general, ir a cantos algo más bajos que los que no da la optimización del peso de la estructura.¹²⁷

Las esbelteces óptimas teóricas que se manejaban eran de 5 para luces de 100 pies y de 6 para luces de 200 pies. En un puente construido por él de dos tramos de 500 pies (de uso mixto de carretera y ferrocarril), la esbeltez dada fue de 7; debido a la ya comentada influencia del viento en el peso global. Sin embargo, en otro que construyó de 560 pies la esbeltez empleada fue de 6,22; y ello debido a que el ancho de tablero y las sobrecargas eran bastante mayores que en el caso anterior.

Para el caso de jácenas armadas, con cordones formados por varias llantas (plate girders), y vigas de tablero; la relación A=B considera que da muy buenos resultados. Ni obstante, para luces mayores de unos 40 pies esta regla da cantos fuertes que resultan (según él) toscos a la vista y difíciles de manejar. Por ello, al crecer la luz nos debe aparecer más peso en alas que en alma.

Waddell nos muestra además *otra investigación matemática que también considera válida*, y que fue desarrollada por él mismo en 1890; *en relación con la optimización de la distribución de las pilas de un puente de varios tramos*. Una antigua regla, usada desde hacía más de cuarenta años, era que el costo de la pila fuera igual al de la estructura que le llevaba carga a la misma (aproximadamente la mitad de cada una de las cerchas que acometen a una pila central). El plantea el siguiente principio¹²⁸: *la distribución de vanos más económica es aquella en la que el peso lineal de la subestructura del tablero es igual al total lineal de la superestructura más el sistema de arriostramiento*. Las dos reglas son bien distintas. Waddell destaca el hecho de que el peso del tablero puede llegar en ocasiones a ser vez y media el de la superestructura.

Veamos cuál es, de un modo sencillo, la justificación de esta regla de Waddell.

Consideremos un paso a cubrir de longitud indefinida y en el cual el firme está siempre a la misma altura (es decir, no hay variación en el coste de cada una de las pilas). Sea -S- el coste por pie lineal de la subestructura que forma el tablero, -T- es coste por pie lineal de las cerchas y sus arriostramientos laterales y -F- el coste por pie lineal de la formación de la calzada. El costo total lineal de la estructura -B- será por tanto:

$$B = S + T + F;$$

Si asumimos que pequeños cambios en la luz no afectan prácticamente al tamaño y coste de las pilas, los parámetros anteriores tienen una variación con la luz del siguiente modo:

$$S = s/L; // s = \text{constante}; \quad 129$$

$$T = tL; // t = \text{constante};$$

$$F = \text{constante}.$$

Si sustituimos en la ecuación anterior y derivamos el coste total -B- respecto al tamaño -L- llegamos a la relación inicialmente propuesta de $S=T$ para la distribución más económica.

Este planteamiento ya fue atacado por otros ingenieros coetáneos de Waddell; y aunque él mismo está de acuerdo en que el planteamiento no es totalmente riguroso, lo defiende por cuanto ha comprobado que la relación se cumplía en numerosos puentes analizados.

Es decir, la determinación de la distribución óptima de las pilas era algo sin resolver de manera precisa; pero es interesante ver los intentos de resolverlo y, tan importante como esto, *la existencia de reglas de diseño empíricas*.

¹²⁷ Este factor sigue existiendo pero en menor medida, ya que la soldadura ha reducido considerablemente las tareas de unión de piezas y su consumo de material.

¹²⁸ Autores como Shedd lo recogen más adelante, aunque sin citar la procedencia.

¹²⁹ Siento discrepar con Waddell, pero dado que habla de coste lineal, pienso que esa magnitud es una constante *en cuanto al peso* si no varía el diseño del puente (número de carriles de paso), y eso es un parámetro de diseño independiente ya que sino es imposible comparar y minimizar diseños. Sólo tenemos una disminución en cuanto el coste por la mayor repetición de elementos que sin duda abarata el coste total, aunque no está tan claro que esa relación sea lineal.

El artículo luego recoge el planteamiento de otro autor para el mismo problema. Dado que se plantea también a nivel de costo, y no estrictamente de peso, no lo recogeremos.

Algo que veremos muy a menudo es el empleo elemental del análisis dimensional para el estudio de problemas de peso; planteamiento que arranca con los primeros trabajos de la revolución científica y que sin embargo va a cayendo en desuso en nuestros días.

Waddell muestra sin duda la gran complejidad del problema de estimación del peso óptimo; y destaca el hecho de que la **optimación** de la estructura es algo más global que la reducción de su peso. Así, si pensamos en el coste computando toda la vida de la estructura; *la más económica será aquella que minimice más la repercusión o capitalización de los costes totales de mantenimiento y reparación. Lo cual llevaría en ocasiones a usar secciones más gruesas, mejores detalles, mayores tamaños de los elementos principales, etc.*¹³⁰ *No obstante, el estudio de peso no se hace de modo totalmente separado al de coste, cosa que pienso es un error. Lo que sí tiene sentido es incorporar a un estudio de coste los resultados del estudio de pesos, pero no al contrario. El problema de planteamientos -mixtos- es que no ayudan definir bien las variables del problema del peso.*

¹³⁰Esta apreciación suya es acertadísima por cuanto los años mostraron que el gran fallo de los primeros grandes puentes de acero fué precisamente su corta vida por problemas de corrosión en el acero.

En Australia, en 1904, se halla el siguiente gran punto de referencia: **Michell**¹³¹. Él vuelve a enfocar el aspecto teórico de forma completamente general y retoma por primera vez el trabajo de Maxwell. Veremos más adelante con detalle el trabajo de Michell; pero *podemos resumir ahora sus aportaciones*.

a- **El modo de conseguir** que la cantidad de estructura (y por ende el **volumen** de material) sea **mínima** es conseguir que **todos los miembros de la estructura puedan llegar a su deformación unitaria máxima** ($\epsilon = \text{constante} = \epsilon_{\text{max}}$). Para ello es necesario **cumplir una condiciones puramente geométricas** que permitan a todos los miembros de la estructura adquirir dicha deformación. Así, la deformación de una barra no debe intentar impedir por compatibilidad la deformación del otra; lo que nos lleva a encuentros de barras en ángulos de 90 grados cuando se encuentran barras a tracción y compresión. Si todas las barras están comprimidas o traccionadas siempre puedo conseguir una deformación unitaria máxima y por tanto puedo tener estructuras mínimas.

b- **La estructura de menos consumo es además la más rígida.**

El trabajo de Michell es -reconodico- por Foulkes cuarenta años más tarde; *e inicia, junto a Cox y Hemp, una línea de trabajo que formará la base de la teoría de diseño de estructuras.*

W.H. Thorpe¹³².

Lo habitual es que los trabajos de estos años tengan carácter empírico. Thorpe hace una recopilación de datos empíricos de puentes del -Engineering News Record-; y añadiendo alguna información más construye una **gráficas empíricas de peso propio para puentes de diversos tipos**. Ello lo convierte en un documento de **excepcional interés** para nosotros.

Considera necesario, para la primeras estimaciones de coste y para determinar las cargas de diseño, tener una estimación inicial bastante aproximada sobre el peso propio de la estructura. Esto, como bien señala, va a ser poco importante en tamaños pequeños e imprescindible en los grandes.

Tanto las fórmulas empíricas existentes en la época como los diagramas poseen un cierto grado de error; y así nos lo indica. No obstante, es hasta la fecha **el único modo fiable que existía para la determinación de valores iniciales de peso propio.**

"Elaborate studies to give the weights of large bridge spans have from time to time been made, based on the proximate evaluation of weights of the various parts, by formulae developed for the purpose; but this, though useful in default of any better method, and the only resource where examples are wanting, leads to results not always acceptable."¹³³

La cita nos revela claramente cuatro cosas importantes:

- 1- *La determinación del peso propio de una estructura era un preocupación real para los ingenieros de la época.*
- 2- *Existía abundante información al respecto; que se condensaba en fórmulas de carácter empírico.*
- 3- *Las fórmulas empíricas dejan constantemente vacíos y conducen a veces a errores.*
- 4- *Hay una absoluta carencia de estudios teóricos más generales que se tengan por válidos.*

¹³¹ Michell, A.G.M. "The Limits of Economy of Material in Frame-Structures". *Philosophical Magazine*.S.6. Vol. 8; nº 47. Nov. 1904. pp. 589-597

¹³² Thorpe, W.H. Steel Bridge Weights. London. Engineering News-Record (?). (?) (Prine. S.XX). 35p. BES (624.043). La referencia bibliográfica no es completa; pero la signatura de la biblioteca sí lo es. El por qué de esto es largo de explicar.

¹³³ op. cit. pag. 10.

Separa las cargas , y por tanto las fracciones del peso total de las estructura, en tres partes: las cargas exteriores, el peso propio del tablero (el pavimento no se incluye)y el peso propio de la estructura principal.

Esta primera decisión es muy acertada si pesamos que el puente es básicamente una estructura plana en su parte principal. Las variaciones, para un mismo tipo principal, se producen entonces transversalmente en función del tipo de tablero. Este además constituye una carga constante longitudinalmente, por lo que es fácilmente traducible su influencia a un factor corrector constante desde el inicio. No olvidemos, además, que el peso del tablero puede ser fácilmente predeterminado desde el comienzo (el ancho total de la vía es un dato de diseño).

Se define entonces una variable, lo que él llama - proporción del tablero- (floor ratio), como el peso propio correspondiente al tablero¹³⁴ (ϕ_{FL}) dividido por el peso correspondiente a cargas exteriores (ϕ_{LL}). Nosotros la denominaremos con la nomenclatura usada para medir -rendimiento-(ϕ) y el subíndice de tablero (Floor).

$$\phi_F = \phi_{FL} / \phi_{LL} ; \text{ec.- 10}$$

La variable no hace más que considerar las variaciones de la configuración transversal del puente; y agrupa tanto factores de forma como de tamaño.

El valor habitual de la -proporción del tablero- es de 0.5. Por eso está esa valor subrayado en las gráficas (mean curve). Para valores distintos al habitual, y que también son frecuentes, existen otros gráficas que nos dan otros valores de peso propio.

Dada su constancia longitudinal (lo habitual es tener el mismo tipo sección de puente en todo el puente), el planteamiento que hace es, para valores distintos de 0.5, corregir el valor de la carga externa; considerando entonces el peso del tablero como parte de dicha carga total externa.

A las cargas de impacto se les da un tratamiento interesante. Considera que, dado que cualquier estructura se estudia también para esta hipótesis, el peso propio de la misma ya tiene repercutido su influencia. Su influencia disminuye considerablemente con el tamaño, al ser una fuerza de carácter unidimensional¹³⁵.

Por ello se considera un factor corrector que podemos llamar -coeficiente de impacto- (impact factor), de valor:

$$\gamma_{IMPACTO} = 200 / (\text{luz en pies} + 180) \\ \text{ecu.-}$$

Como se ve, la fórmula no tiene un carácter adimensional; y por el contrario su carácter es empírico; ...”which is assumed to represent mean practice.”¹³⁶

Más adelante veremos más ejemplos de manuales en los cuales se tabula esa influencia; viendo ciertamente que se trata de -práctica habitual-¹³⁷.

En la fórmula vemos que cuando la luz es muy grande, la influencia es ya muy pequeña.

Diferencia después los casos en la la -proporción de tablero- es mayor o menor que un medio. Esta diferencia de peso del tablero (floor difference fraction)es tratada del siguiente modo.

a- $\phi_{FL} / \phi_{LL} > 1/2$. Considera el exceso de peso del tablero como dividido en tres partes:

$$\text{Floor difference fraction} = 1 / (\text{overall impact excess} + 1 + 0.5)$$

ec.- 11

Una parte corresponde al factor de impacto (en %), otra a la parte en exceso y la última a la parte que permanece igual.

¹³⁴En él no se incluye pesos que acompañan a tablero pero que no son estrictamente estructurales.

¹³⁵Demostremos esto al hablar del análisis dimensional.

¹³⁶op.cit.; pag. 12.

¹³⁷Este forma de considerar las cargas de impacto se da, con pequeñas variaciones, hasta la segunda mitad del XX.

b- $\phi_{FL}/\phi_{LL} < 1/2$. A través de ejemplos analizados en detalle, llegan al siguiente valor:

$$\text{Floor difference fraction} = \Delta \phi_{FL} = 0.46 + (\sqrt{L_{UZ} \text{ EN PIES}}/230)$$

ec.- 12

Con ello llega a una -carga externa o viva- corregida de valor:

$$\phi_{LL-CORREGIDA} = \phi_{LL} + ((\phi_{FL} - 0.5 \phi_{LL}) * \Delta \phi_{FL})$$

ec.- 13

El resultado será un valor de carga externa mayor o menor que la actual dependiendo del exceso o defecto de proporción de peso del tablero.

De este modo, todas las curvas se obtienen a partir de la curva principal con una proporción de tablero de 0.5.

La curva media (mean curve) la utiliza también como línea de referencia para saber, al representar una estructura construida en el gráfico, si ésta es o no ligera.

Hay que señalar que las tablas dan peso referentes al conjunto de la estructura. Por ello, si comparamos puentes colgantes o de voladizo con arcos y emparrillados que salven la misma luz, a los primeros hay que añadirle el peso de las partes externas (vanos laterales) a la luz salvada (ya que se incluyen en el peso total).

En los pesos de las tablas, como dijimos, no se incluyen peso que no correspondan a elementos propiamente estructurales. Según él, éstos elementos extra tienen un valor que está entre 12 y 24 lb/sq.ft.; es decir, entre 60 y 120 Kp/m².

Tampoco se incluyen elementos de apoyo (que pueden ser del orden de 2 al 6 % del total); y en los colgantes tampoco los anclajes (cuyo peso puede ser de entre un 6 a un 14 % del total). Siempre según sus datos.

Los efectos de impacto, como hemos visto, si están incluidos en el total; aunque siempre para casos normales.

En la fig. 6 del libro se dan pesos de tablero (en lb/sp.ft. \approx 5 kp/m²) para diferentes secciones.

Además del peso total, en algunos casos (fig. 7, 8, 9 y 10 del libro) se da la distribución de esa carga; viendo la variación respecto al valor de la media que puede obtenerse de las tablas.

Finalmente (Fig. 11 del libro), se representan conjuntamente todos los tipos de puentes analizados. En ella se ve con claridad la mayor eficiencia de los puentes colgantes.

Hay además algo muy importante en esa figura. Para el rango de luz que está representado (2000 pies = 610 m), **la variación del peso propio es prácticamente lineal en todos los tipos (dentro de su rango de luces)**. Más adelante volveremos sobre éste tema.

En la Fig. 12 nos se nos muestra una tabla para obtener las cargas externas con varios tipos de ancho de vía; de acuerdo con las estimaciones de carga de los códigos de la época. Como ya hemos dicho, se ve claramente como en los grandes tamaños la carga tiene un valor uniforme.

Se dan además la tabla (tabla I del libro) de datos a partir de los cuales se han obtenido los diagramas.

Veamos esas gráficas y tablas.

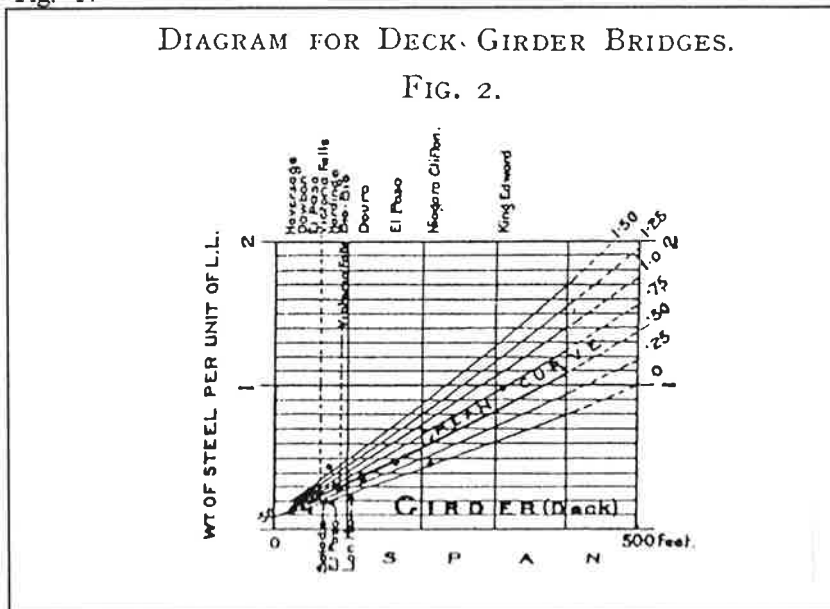
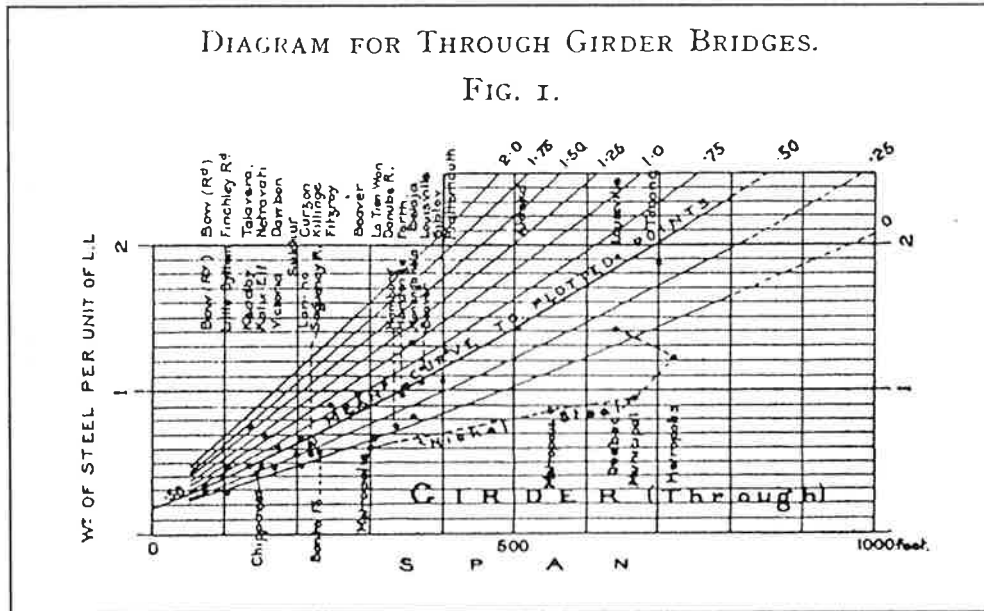
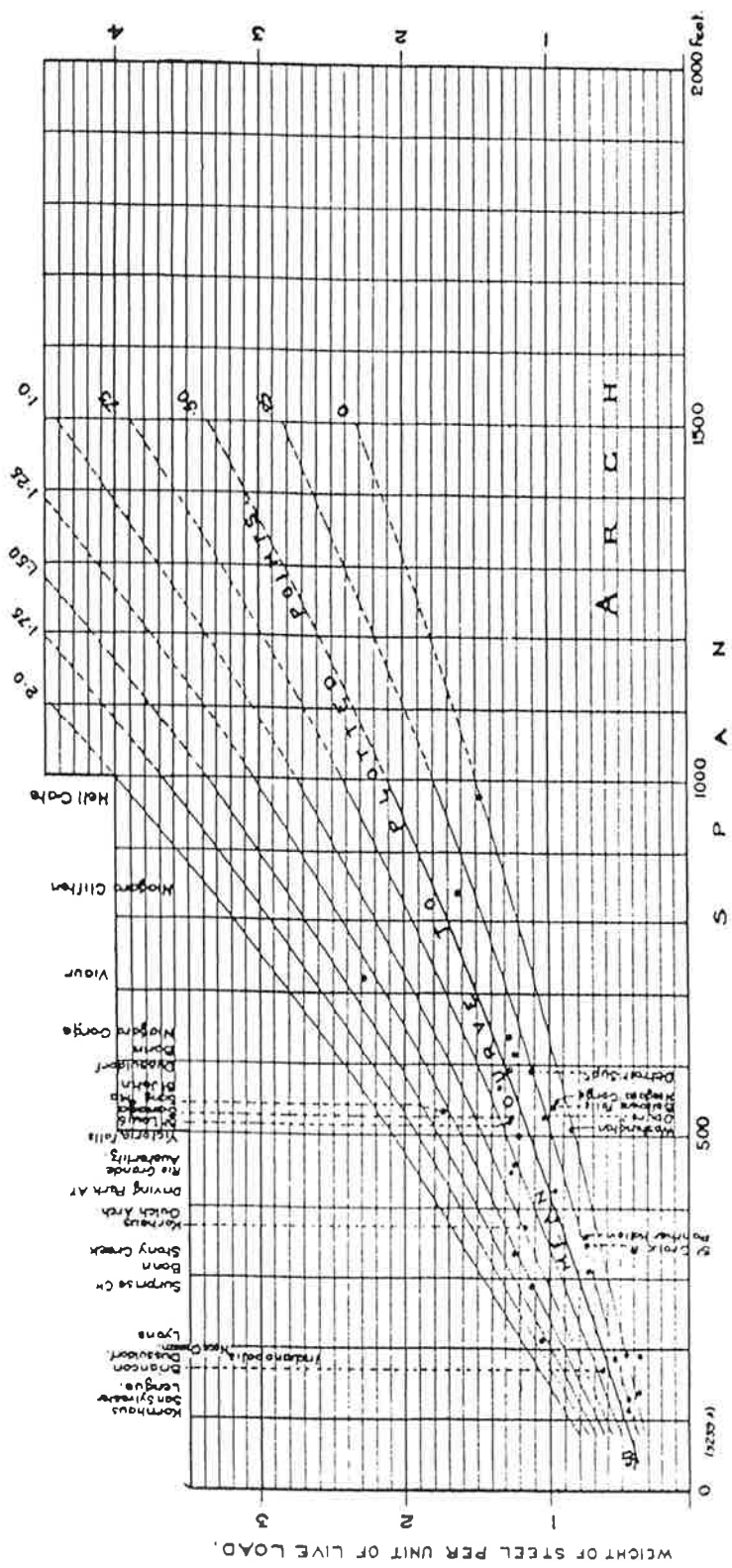


DIAGRAM FOR ARCH BRIDGES.

FIG. 3.



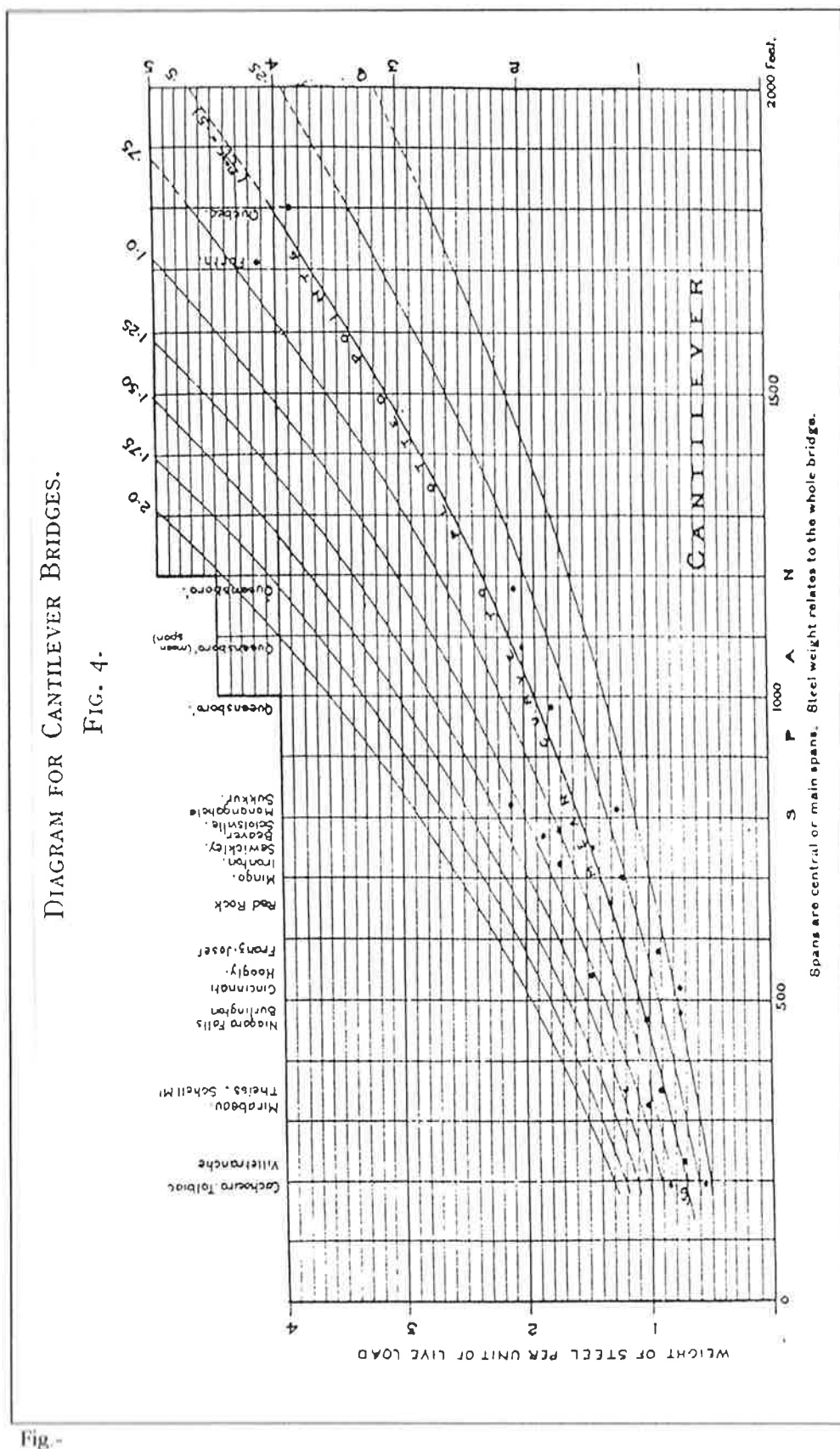


Fig.-

DIAGRAM FOR SUSPENSION BRIDGES.

FIG. 5.

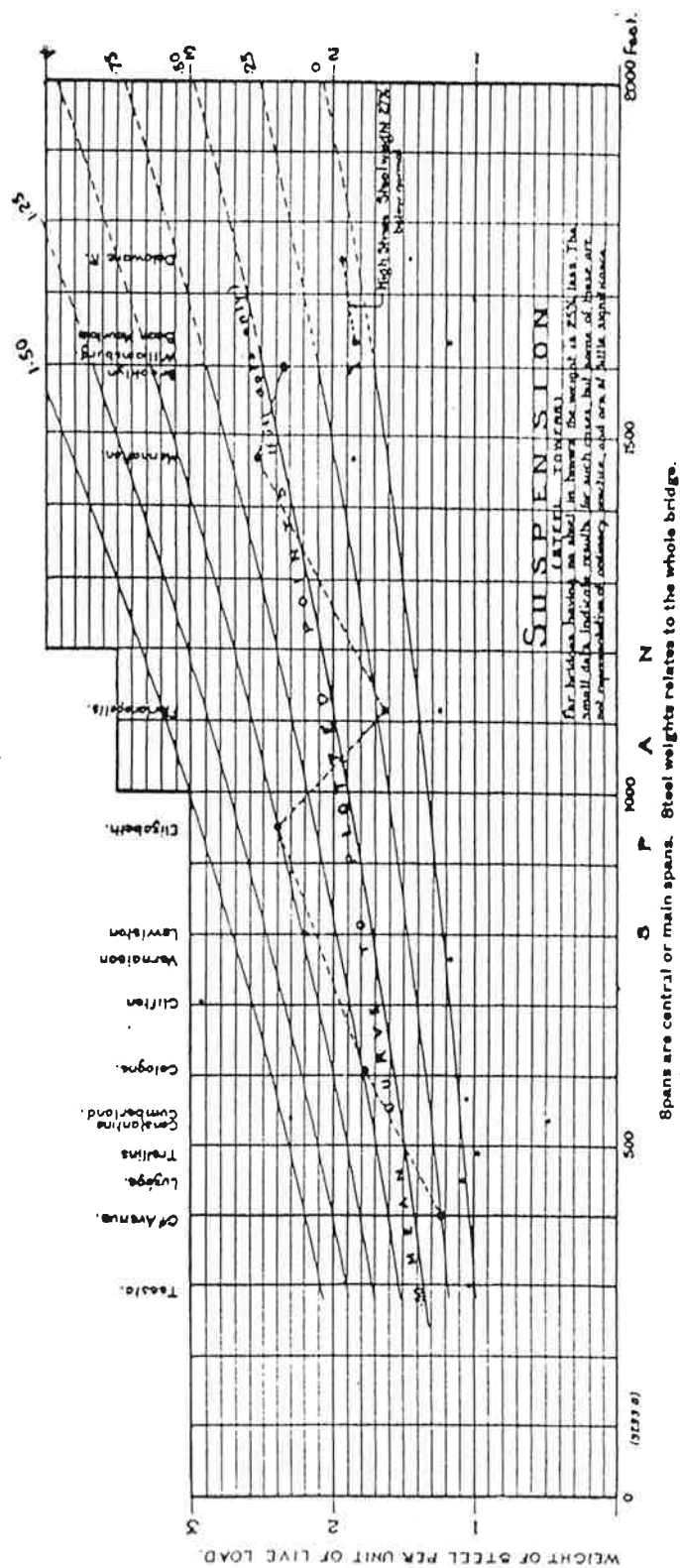


Fig. - 21

TYPICAL FLOOR WEIGHTS.
FIG. 6.

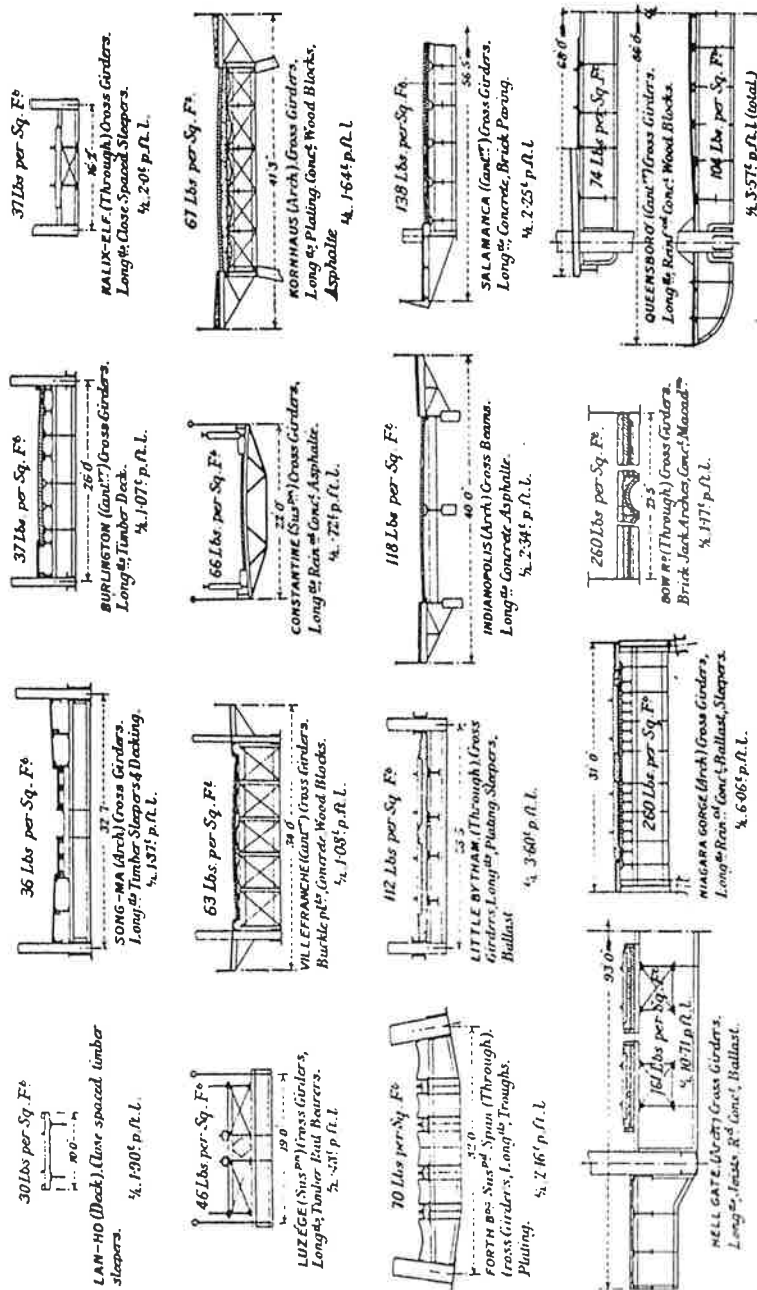


Fig - 22

TYPICAL STEEL WEIGHT DISTRIBUTIONS.

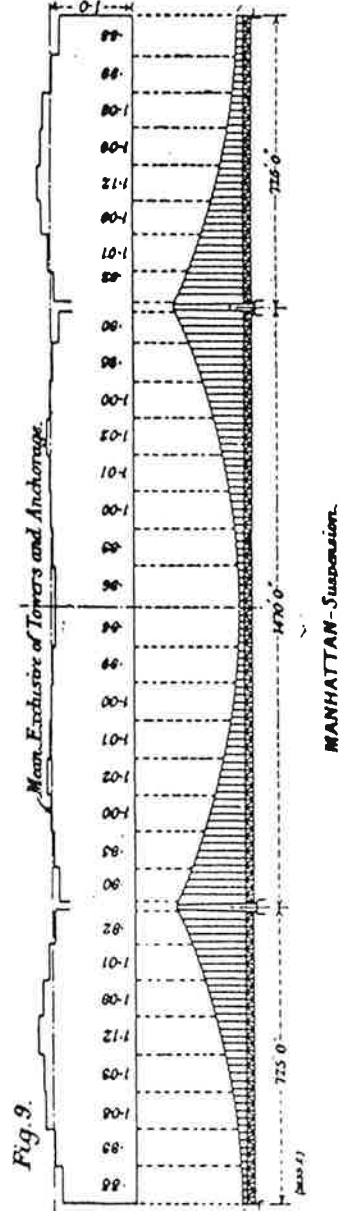
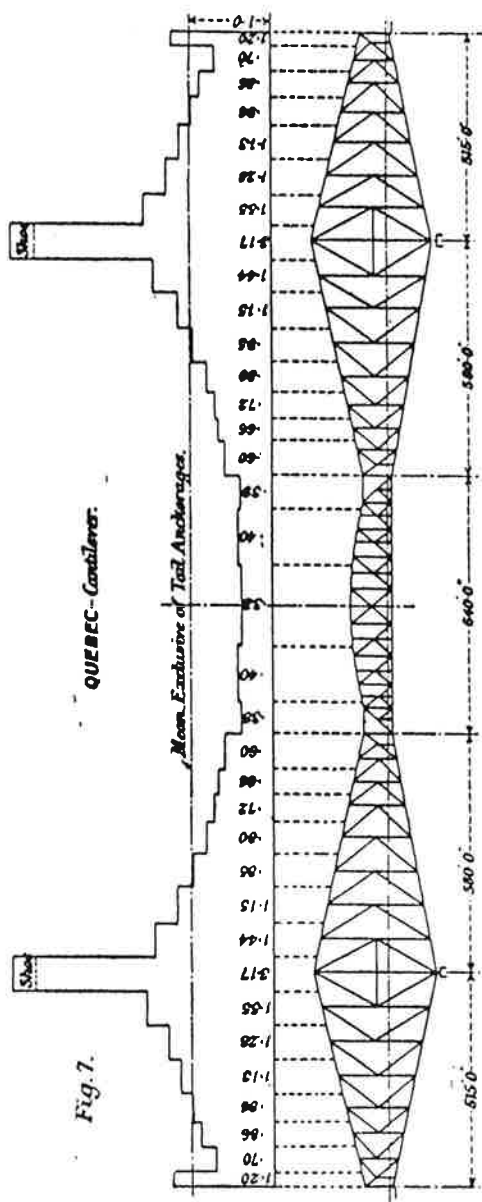


Fig. - 23

TYPICAL STEEL WEIGHT DISTRIBUTIONS.

Fig. 8.

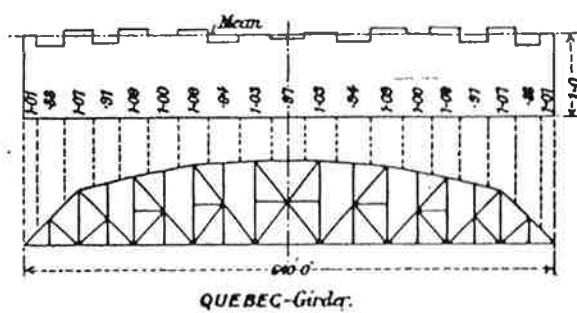


Fig. 10.

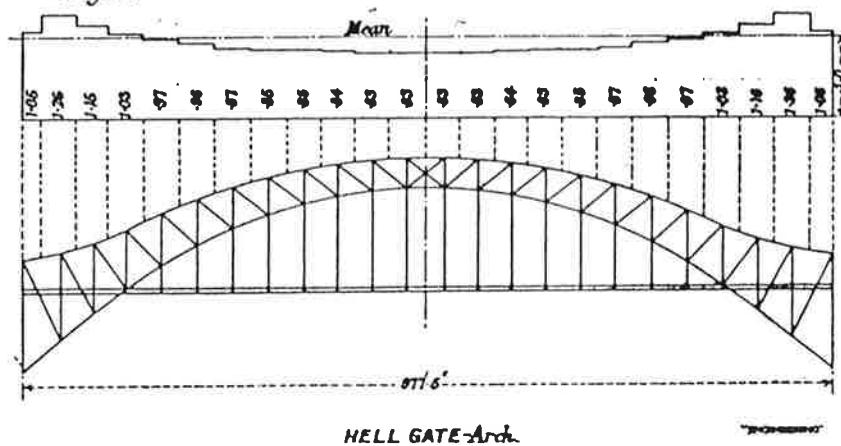


Fig.- 24

DISTRIBUTED LIVE LOADS FOR BRIDGES ON RAILWAYS OF VARIOUS GAUGES.

FIG. 12.

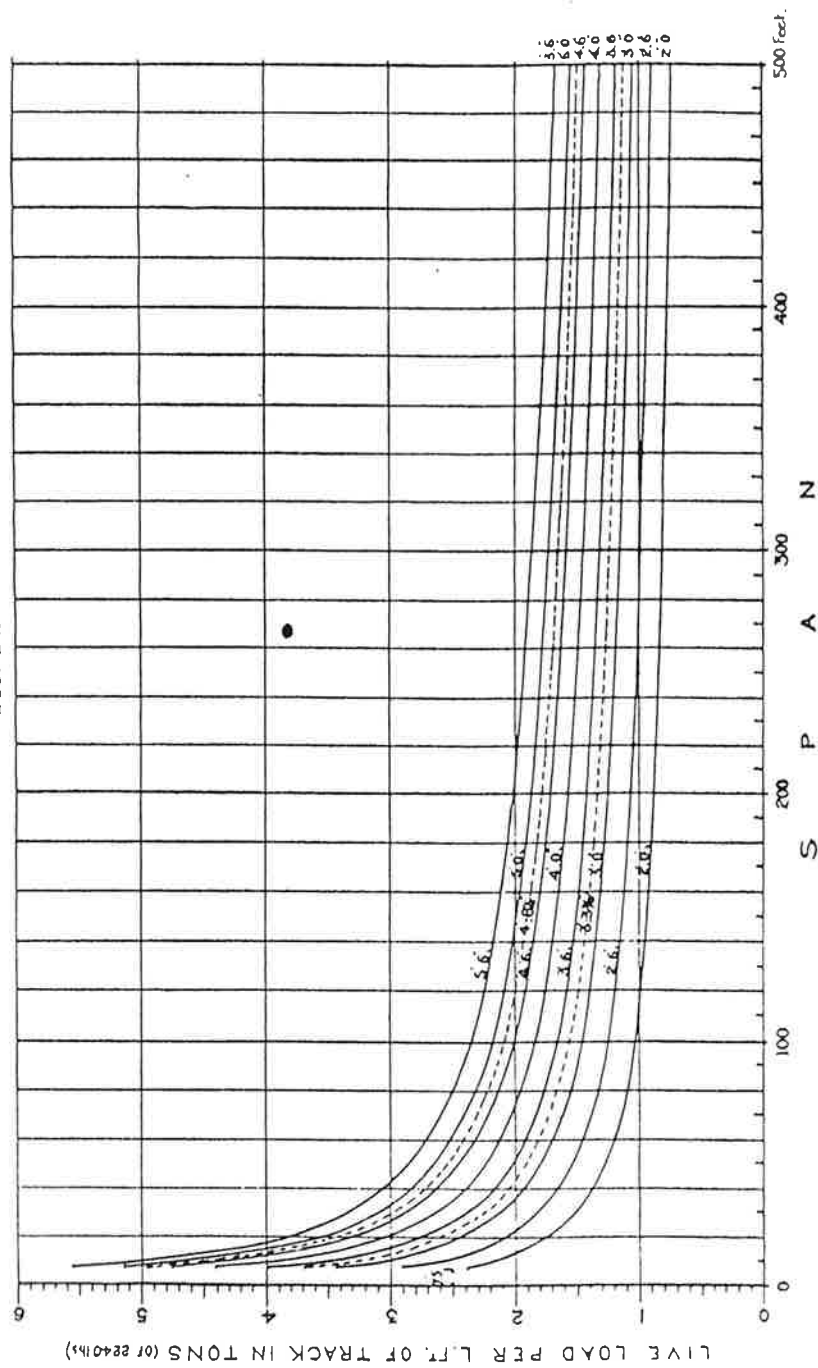


Fig. - 25

BASIC PARTICULARS.

The tabulated statement following gives the particulars of 133 bridge structures upon which the diagrams have been based. "Span" is the span considered of the bridge named, and in the case of Cantilever and Suspension bridges is the principal span, though there may be other openings. "Relevant length" is the length to which the particulars relate. "Floor Weight" includes weight of floor steel, platform, decking, truck &c. or any extraneous fixed load, as parapets, pipes, conduits &c. Flat floor plates, or decorative ironwork not essential to the main structure are not included in the weight of Steel, being peculiar to some bridges only, though they are considered to make a part of Floor weight. Trough plates taking the place of girders are however reckoned in the weight of steel. Stiffening Girders of Suspension bridges are not taken as part of Floor Weight. Live Load is Live Load as usually understood. Where the girderwork is of wrought iron, the actual weight is given, but when plotting points for such structures at low stresses the results have been suitably corrected with respect to this. Note. One ton = 2240 lbs.

GIRDER BRIDGES (Through Spans.)

| Name. | Locality | Service | Clear width | Span | Relevant length | Steel | Floor | Load | Floor Load | Steel | Floor | Load | Remarks. | Reference. |
|-------------------------|------------|---------|-------------|------|-----------------|-------|-------|------|------------|-------|-------|------|--|---|
| | | | ft. | ft. | ft. | Tons | Tons | Tons | Tons | Tons | Tons | Tons | | |
| Bow R ^d | London | Road | 21.5 | 72 | 72 | 56 | 180 | 84 | 2.14 | .78 | 2.50 | 1.17 | Jack arch & Macadam. | Unpublished. |
| Bow R ^d | do | Rail | 32.5 | 72 | 72 | 81 | 116 | 259 | .46 | 1.12 | 1.61 | 3.60 | Plated Floor & Ballast. | do. |
| Little Byham | England | do | 28.5 | 102 | 102 | 112 | 145 | 367 | .39 | 1.10 | 1.42 | 3.60 | do do do. | do. |
| Finchley R ^d | London | do | 34.0 | 103 | 103 | 201 | 425 | 260 | 1.63 | 1.95 | 4.13 | 2.52 | Heavy Concrete Floor, part plated. | do. |
| Talavera. | Spain | Road | 18.0 | 133 | 133 | 92 | 76 | 108 | .70 | .69 | .57 | .81 | Low unit stress, plated floor (10 Spans) | Rev'd Ourns Publics (Mad) 1908 & (Vice CLXXVII) |
| Keadby. | England | Road | 53.5 | 135 | 135 | 464 | 420 | 1000 | .42 | 3.44 | 3.11 | 7.41 | Plated Floor part wood & concrete | Eng News, 1899 |
| Chippawa R. | U.S.A. | do | 54.5 | 146 | 146 | 104 | 118 | 262 | .45 | .71 | .81 | 1.79 | Timber decking. | Unpublished |
| Kalix E.L.F. | Sw & Nor | Rail | 16.2 | 150 | 150 | 113 | 40 | 300 | .13 | .75 | .27 | 2.00 | Mod' Stress. Open Floor. (Not erected) | Vice CLXXIV. |
| Netrovati. | India | Road | 27.2 | 155 | 155 | 180 | 70 | 300 | .22 | 1.16 | .45 | 1.93 | Open Floor (16 Spans) | Vice CLVI. |
| Victoria. | Queensland | Road | 72.0 | 170 | 170 | 344 | 660 | 500 | 1.32 | 2.02 | 3.88 | 2.94 | Trough Floor. Concrete & Wood blocks (6 Spans) | Vice CLVI. |
| Dawbon. | India | Road | 15.7 | 171 | 171 | 124 | 49 | 235 | .21 | .73 | .29 | 1.37 | Open Floor (3 Fixed Spans) | Vice CLVI. |
| Sukkur | do | Rail | 28.0 | 200 | 200 | 212 | 150 | 400 | .37 | 1.06 | .75 | 2.00 | Suspended Span. Plated Floor | Vice CLVI. |
| Curzon | do | Road | 23.6 | 206 | 206 | 320 | 274 | 435 | .63 | 1.55 | 1.33 | 2.11 | Double deck (15 Spans) | Vice CLXXIV |
| Lan-ho | China | Road | 18.0 | 206 | 206 | 152 | 66 | 370 | .18 | .74 | .32 | 1.80 | Open Floor (5 Spans) | Eng' 1894. |
| Killinge | Sw & Nor | do | 16.7 | 219 | 219 | 226 | 60 | 438 | .14 | 1.03 | .27 | 2.00 | Mod' Stress. Open Floor (Not erected.) | Unpublished |
| Saguenay R. | Canada | do | 31.5 | 220 | 220 | 450 | 180 | 880 | .20 | 1.95 | .82 | 4.00 | Open Floor. | Eng News-Rec 1924. |
| Santa-Fé | U.S.A. | do | 16.5 | 230 | 230 | 410 | 382 | 667 | .57 | 1.78 | 1.66 | 2.90 | Unusual Floor arrang' Timber deckg. | do. 1916. |
| Fitzroy | Queensland | Road | 32.0 | 246 | 246 | 320 | 142 | 380 | .37 | 1.30 | .58 | 1.54 | Timber decking | Vice CLXIV |
| Beaver | U.S.A. | Rail | 34.5 | 285 | 285 | 1302 | 470 | 1446 | .32 | 4.57 | 1.65 | 5.07 | Suspended Span | Vice CLXXXV |
| Metropolis | do | do | 37.0 | 300 | 300 | 784 | 287 | 1573 | .18 | 2.61 | .96 | 5.24 | Nickel Steel. Unusual Impacts | Eng News & Eng Rec 1915-6. |
| La Tien Wan | China | do | 17.5 | 305 | 305 | 223 | 74 | 400 | .19 | .73 | .24 | 1.31 | Timber decking | Ind & East? Eng' 1923. |
| Danube R. | Buda-P | do | 28.5 | 321 | 321 | 645 | 225 | 507 | .44 | 2.01 | .70 | 1.58 | Continuous girders. 4 spans in 2 lengths | Arch Ing. Ver. (Han) 1877 & Vice CL |
| Hamburg | Germany | Road | 42.7 | 335 | 335 | 715 | 925 | 534 | 1.73 | 2.13 | 2.72 | 1.59 | Plated Floor, sets & concrete (3 Spans) | Eng Rev' 1891. |
| Hardinge | India | Road | 40.0 | 345 | 345 | 1237 | 420 | 1260 | .33 | 3.59 | 1.26 | 3.65 | Timber decking generally (15 Spans) | Vice CCV. |
| Forth. | Scotland | Rail | 32.0 | 350 | 350 | 766 | 350 | 757 | .46 | 2.19 | 1.00 | 2.16 | Suspended Span. Plated Floor. | Eng' 1887. |
| Belaja | Russia | do | 19.0 | 358 | 358 | 598 | 139 | 420 | .33 | 1.67 | .39 | 1.17 | Timber decking. (6 Spans) | do 1890. |
| Manangahela | U.S.A. | Rail | 48.0 | 360 | 360 | 630 | 377 | 794 | .47 | 1.75 | 1.05 | 2.21 | Part W' 10. Timber decking | Vice CLXXXV |
| Louisville | do | do | 34.0 | 370 | 370 | 1934 | 425 | 1982 | .21 | 5.23 | 1.15 | 5.36 | High Car' S' but mod' stress Heavy details | Vice CLXXXV |
| Beaver | do | do | 34.5 | 370 | 370 | 1810 | 628 | 1865 | .34 | 4.89 | 1.70 | 5.04 | Approach Span. | Eng News-Rec 1919. |
| Sibley | do | do | 21.0 | 400 | 400 | 550 | 166 | 573 | .29 | 1.38 | .41 | 1.43 | Part W' 10. Open Floor. (3 River Spans) | Vice CLXXXV |
| Plattenmouth | do | do | 22.0 | 402 | 402 | 974 | 180 | 922 | .20 | 2.42 | .46 | 2.29 | Open Floor. | Vice CLXXXV |
| Alaska | do | do | 26.0 | 504 | 504 | 1610 | 250 | 1392 | .18 | 3.19 | .50 | 2.76 | do do. | Eng News-Rec 1921. |
| Metropolis | do | do | 37.0 | 552 | 552 | 1910 | 507 | 2703 | .19 | 3.46 | .92 | 4.90 | Nickel Steel. Unusual Impacts. | Eng News & Eng Rec 1915-6. |
| Quebec. | Canada | do | 88.0 | 640 | 640 | 4060 | 1994 | 3360 | .59 | 7.75 | 3.11 | 6.25 | Suspended Span. Special Steels. | Eng News & Eng Rec 1915-6. |
| Louisville. | U.S.A. | do | 84.0 | 644 | 644 | 5488 | 740 | 3450 | .21 | 8.52 | 1.15 | 5.36 | High Car' S' but mod' stress Heavy details. | Eng News-Rec 1919. |
| Municipal. | do | Road | 36.0 | 668 | 668 | 4100 | 2606 | 3977 | .66 | 6.14 | 3.90 | 5.95 | Nickel S' Double Deck. Road, wood & Rein' Con't. | Eng News 1912. |
| Tanana R. | do | Rail | 36.0 | 700 | 700 | 2126 | 330 | 1308 | .25 | 3.04 | .47 | 1.87 | Spec S' but no effect stress increm. Open Floor | Eng News-Rec 1923. |
| Metropolis | do | do | 37.0 | 720 | 720 | 3408 | 610 | 3456 | .18 | 4.73 | .85 | 4.80 | Nickel Steel. Unusual Impacts | Eng News & Eng Rec 1915-6. |

GIRDER BRIDGES (Deck Spans.)

| Name. | Locality | Service | Clear width | Span | Relevant length | Steel | Floor | Load | Floor Load | Steel | Floor | Load | Remarks. | Reference. |
|----------------|-----------|---------|-------------|------|-----------------|-------|-------|------|------------|-------|-------|------|---------------------------------|--------------------------------|
| | | | ft. | ft. | ft. | Tons | Tons | Tons | Tons | Tons | Tons | Tons | | |
| Haversage | England | Rail | 6.0 | 27 | 27 | 7 | 6 | 68 | .09 | .26 | .22 | 2.52 | Plated Floor | Unpublished. |
| Dawbon | India | do | 11.0 | 42 | 42 | 9 | 8 | 83 | .10 | .22 | .19 | 1.88 | (2 Spans) | Vice CCVI. |
| El Paso | U.S.A. | do | 15.0 | 50 | 50 | 18 | 11 | 186 | .06 | .36 | .22 | 3.72 | Open Floor | Eng News 1914 |
| Victoria Falls | S. Africa | do | 30.0 | 63 | 63 | 49 | 31 | 252 | .12 | .78 | .49 | 4.00 | Part Plated & part Timber Floor | Vice CLXX. |
| Salado. | B. Ayres | do | 9.0 | 70 | 70 | 32 | 7 | 216 | .03 | .46 | 10 | 3.09 | Open Floor (Not executed) | Unpublished. |
| El Paso | U.S.A. | do | 15.0 | 75 | 75 | 37 | 17 | 252 | .07 | .49 | .23 | 3.36 | do do. | Eng News 1914 |
| Hardinge | India | Road | 21.0 | 75 | 75 | 133 | 40 | 378 | .10 | 1.77 | .53 | 5.04 | Timber decking (6 Spans) | Vice CCV. |
| Bio-Bio | Chile | Rail | 11.0 | 83 | 83 | 26 | 12 | 95 | .13 | .31 | .14 | 1.16 | do do. (62 Spans) | Vice CVIII. |
| Victoria Falls | S. Africa | do | 30.0 | 88 | 88 | 81 | 44 | 352 | .13 | .92 | .50 | 4.00 | Part Plated & part Timber Floor | Vice CLXX. |
| Lan-ho | China | do | 10.0 | 104 | 104 | 34 | 18 | 198 | .09 | .33 | .17 | 1.90 | Open Floor (10 Spans) | Eng' 1894. |
| Oeyers | Portugal | do | 14.7 | 122 | 122 | 48 | 20 | 150 | .13 | .39 | .16 | 1.23 | Approach Span | Rev'd Ourns Publics (Mad) 1876 |
| El Paso | U.S.A. | do | 15.0 | 166 | 166 | 200 | 82 | 500 | .16 | 1.20 | .49 | 3.01 | Open Floor. | Eng News 1914 & Vice CL |
| Niagara Cliff | do | Road | 46.0 | 210 | 210 | 166 | 164 | 374 | .44 | .79 | .78 | 1.78 | Timber decking | Vice CLXIV. |
| King Edward | England | Rail | 47.0 | 308 | 308 | 1550 | 215 | 2000 | .11 | 5.03 | .70 | 6.49 | Plated Floor. | Vice CLXXIV. |

(1913-14)

Bridges of names underlined are of Wrought Iron.

Note: Vice = Vice Inst Civ Eng.

Tab - 6

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------|--------------------|-------------------|-------|----------|-----|-------|------|-------|-----|------|-----|------|--|---|
| Kornhaus | Switz ^d | Road | 41-3 | 114 1/2 | 114 | 36 | 114 | 190 | 74 | 84 | 124 | 1-67 | Side Spans of 377' each. Plated Floor | Eng. Rec. 1892 |
| St. Sylvester | do. | do. | 13-7 | 131 1/4 | 131 | 32 | 73 | 43 | 181 | 24 | 60 | 33 | Mean of 3 spans (23.47/23.5) Plated Floor | Schw. Bauz ^g 1892 & Price CXII |
| Langue | W. Africa | Rail ^d | 13-8 | 136 1/8 | 138 | 84 | 51 | 269 | 19 | 61 | 37 | 195 | Plated Floor | Price CLXVII |
| Orancon | France | Road | 13-2 | 172 1/4 | 172 | 76 | 116 | 62 | 187 | 45 | 67 | 36 | Plated Floor & Macadam | Ann'd Trav. Pub. 1892 & Price CXI |
| Dusseldorf | Germany | do | 46-5 | 190 1/16 | 190 | 250 | 408 | 325 | 126 | 132 | 215 | 171 | Mean of 4 spans (167.187/200/200) Plated Floor | Eng'g 1900 & Price CLXXVII |
| Indianapolis | U.S.A | do | 40-0 | 192 1/4 | 192 | 185 | 406 | 450 | 32 | 35 | 212 | 234 | Rein'd Con' Floor (1.5 Spans) | Eng. News 1916 |
| Nice Chas | Switz ^d | do | 19-7 | 197 1/6 | 197 | 70 | 53 | 165 | 52 | 36 | 27 | 84 | Unusually light. Timber decking | Eng. Rev 1961 & Price CL |
| Lyons | France | do | 65-5 | 212 1/16 | 212 | 810 | 730 | 516 | 141 | 362 | 344 | 243 | Mean of 3 spans (203.425/205) Plated Floor | Le Genie Civil 1891 & Ann'd Eng'g |
| Surprise Cr | Canada | Rail ^d | 16-0 | 290 1/4 | 290 | 450 | 90 | 490 | 18 | 157 | 31 | 169 | Open Floor | Eng. Rec 1898 1893 & Price CLXVIII |
| Bonn | Germany | Road | 46-0 | 310 1/16 | 310 | 530 | 619 | 521 | 119 | 171 | 200 | 168 | Plated floor (2 Spans) | Eng'g 1900 & Price CLXXVII |
| Stony Creek | Canada | Rail ^d | 23-0 | 316 1/8 | 316 | 620 | 290 | 476 | 61 | 165 | 86 | 142 | Mod' Stress Timber decking | Eng. News 1894 |
| St. Croix R. | U.S.A | do | 12-0 | 350 1/8 | 350 | 520 | 66 | 914 | 07 | 149 | 19 | 261 | Open Floor (1.5 Spans) | do do 1911 |
| Panther Hall | do | Road | 60-0 | 360 1/8 | 360 | 708 | 734 | 746 | 08 | 157 | 204 | 207 | Plated Floor | Eng. Rec 1898 |
| Kornhaus | Switz ^d | do | 41-3 | 377 1/6 | 377 | 830 | 466 | 621 | 75 | 220 | 124 | 164 | Main Span Plated Floor | do do 1899 |
| Gulch Arch | U.S.A | Rail ^d | 14-0 | 380 1/4 | 384 | 814 | 174 | 1070 | 16 | 121 | 45 | 279 | Open Floor | Eng. News Rec 1922 |
| Driving Park | do | do | 35-0 | 428 1/4 | 428 | 495 | 214 | 535 | 40 | 116 | 50 | 125 | Timber decking | Eng. Rec 1891 & Rail' Cons 1891 |
| Rio Grande | Cuba Road | do | 16-0 | 450 1/4 | 458 | 872 | 126 | 856 | 15 | 127 | 18 | 125 | Can'tilivered Side Spans. Open Floor | Eng. News 1902 & Price CL |
| Austerlitz | Paris | do | 25-5 | 460 1/4 | 460 | 568 | 300 | 405 | 74 | 123 | 65 | 139 | Plated Floor | do do 1900 & Eng. Rec 1905 |
| Victoria Falls | S. Africa | do | 30-0 | 500 1/8 | 500 | 1380 | 270 | 1385 | 13 | 276 | 54 | 277 | Part plated and part timber decking | Price CLXX |
| Washington | U.S.A | Road | 00-0 | 510 1/8 | 510 | 2950 | 400 | 1820 | 200 | 579 | 784 | 357 | Plated Floor (2 Spans) | Eng. News 1886 & Ann'd Eng'g |
| St. Louis | do | Rail ^d | 27-18 | 520 1/8 | 520 | 1744 | 536 | 1490 | 36 | 336 | 103 | 287 | High grade of Con' used here. Dk Deck | A. & Ponts et Chaus 1887, Rec LI |
| Sanaga | S. Africa | Rail ^d | 27-8 | 524 1/8 | 524 | 804 | 212 | 720 | 29 | 132 | 40 | 137 | Open Floor | Eng. News 1912 (Eads book |
| Douro | Portugal | do | 14-7 | 525 1/8 | 525 | 700 | 184 | 630 | 29 | 132 | 35 | 120 | Main Span | Rec'd Eng'g Pub. Works (L) 1876 & |
| Song Ma | China | Rail ^d | 32-7 | 533 1/8 | 533 | 1880 | 280 | 732 | 38 | 221 | 52 | 137 | Timber decking | Le Genie Civil 1909 (Price LI |
| Bellows Falls | U.S.A | Road | 30-0 | 540 1/8 | 540 | 402 | 240 | 376 | 64 | 74 | 41 | 70 | do do | Ann'd Eng'g 1908 & Price CLXXII |
| Niagara Gt | U.S.A | Rail ^d | 49-32 | 550 1/4 | 550 | 2150 | 922 | 2450 | 38 | 391 | 168 | 447 | do do | do do 1895 & Eng. News 1896 |
| St. John | Canada | Rail ^d | 50-0 | 565 1/8 | 565 | 1300 | 1550 | 760 | 204 | 336 | 274 | 135 | Wood block & Rein'd Con' Flooring | Price CLV & Kunz (Price CLXX |
| Dehroit Sup | U.S.A | Rail ^d | 47-29 | 591 1/8 | 591 | 3750 | 2640 | 2635 | 100 | 635 | 447 | 446 | Timber decking Double Deck | Eng. Rec 1914 |
| Dusseldorf | Germany | Road | 46-5 | 594 1/8 | 594 | 1648 | 1277 | 1014 | 126 | 311 | 215 | 171 | Plated Floor. (2 Spans) | Eng'g 1900 & Price CLXXVII |
| Bonn | do | do | 46-0 | 616 1/8 | 616 | 1760 | 1230 | 1035 | 119 | 280 | 200 | 168 | do do do | do do do do |
| Niagara Gt | U.S.A | Rail ^d | 31-0 | 640 1/8 | 640 | 5225 | 2360 | 3876 | 591 | 816 | 359 | 606 | do do | Eng. News Rec 1923 |
| Vicour | France | do | 14-7 | 722 1/8 | 722 | 3542 | 240 | 1077 | 72 | 263 | 18 | 80 | Can'tilivered Side Spans | Le Nature 1902 & Eng. News 1900 |
| Niagara Gt | U.S.A | Rail ^d | 46-0 | 840 1/8 | 840 | 1620 | 636 | 880 | 75 | 193 | 78 | 105 | Timber decking | Price CLXIV |
| Hell Gate | do | Rail ^d | 93-0 | 977 1/4 | 977 | 16260 | 6510 | 10473 | 62 | 1163 | 668 | 1071 | High Stress. Rein'd Con' in Floor | Eng. News 1916 & Ann'd Eng'g |

| CANTILEVER BRIDGES | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------|----------|-------------------|-------|------|-------|-------|------|-------|------|-------|-----|---|--|-----------------------------------|
| Span | Length | Steel | | | | | | | | | | | | |
| Salamanca | U.S.A | Road | 55-5 | 400 | 392 | 1364 | 900 | 152 | 98 | 541 | 225 | Not typical. Concrete Floor. | Eng. News 1916 | |
| Cachoeira | Brazil | do | 46-0 | 197 | 394 | 518 | 934 | 592 | 158 | 132 | 237 | 1-50 | Wood block & Concrete Floor. Plated | Eng. Rec 1898 |
| Tolbiac | Paris | do | 52-5 | 197 | 531 | 1070 | 1080 | 956 | 113 | 202 | 203 | 1-80 | Plated Floor | Eng'g 1893 |
| Villefranche | France | do | 34-2 | 230 | 530 | 518 | 580 | 572 | 101 | 96 | 109 | 1-08 | do do | Le Genie Civil 1903 & Price CLVI |
| Mirabeau | Paris | do | 65-5 | 326 | 569 | 2510 | 2400 | 1364 | 76 | 441 | 422 | 2-40 | do do & Concrete | do do 1896 & Price CLXVI |
| Schell Mem | U.S.A | do | 20-0 | 352 | 512 | 340 | 130 | 292 | 45 | 66 | 25 | 57 | Timber decking | Eng. Rec 1904 (Eng'g 1896 |
| Theise | Hungary | do | 23-0 | 353 | 693 | 614 | 476 | 554 | 86 | 89 | 80 | 80 | Low Stress. Plated Floor | Eng. News 1898 |
| Niagara Falls | U.S.A | Rail ^d | 31-0 | 470 | 910 | 1643 | 633 | 1729 | 37 | 181 | 70 | 190 | Part W.M. Timber decking | Ann'd Eng'g c. 1885 |
| Burlington | do | Road | 26-0 | 480 | 1000 | 740 | 430 | 1070 | 40 | 74 | 43 | 107 | Timber decking | Eng. News 1917 |
| Ginginh | do | do | 38-0 | 520 | 1024 | 1117 | 858 | 1390 | 62 | 109 | 84 | 136 | Part W.M. Timber decking | Ann'd Eng'g c. 1830 |
| Hoogly | India | Rail ^d | 31-0 | 540 | 1200 | 3330 | 960 | 2400 | 40 | 278 | 80 | 200 | Plated Floor | Price CLII |
| Frans Josef | Hungary | Road | 64-0 | 578 | 1100 | 3920 | 4400 | 2490 | 77 | 356 | 400 | 226 | do do | Eng. Arch Ver. 1897 & Kunz |
| Red Rock | U.S.A | Rail ^d | 25-0 | 660 | 990 | 1530 | 368 | 1348 | 27 | 155 | 37 | 136 | Open Floor | Ann'd Eng'g c. 1891 |
| Mingo | do | do | 31-0 | 700 | 1296 | 5358 | 1076 | 5326 | 20 | 421 | 83 | 411 | do do | Eng. Rec 1904 |
| Iranlon | do | Road | 29-0 | 725 | 1426 | 1810 | 710 | 900 | 79 | 127 | 50 | 63 | Timber decking | Eng. News Rec 1923 |
| Sevickey | do | do | 47-0 | 750 | 1350 | 3920 | 2500 | 1928 | 119 | 290 | 170 | 143 | Plated Floor. Wood & Concrete | Ann'd Eng'g c. 1913 |
| Beaver | do | Rail ^d | 34-5 | 769 | 1409 | 11700 | 2416 | 6899 | 35 | 830 | 71 | 490 | Floor has double longitudinal | do do 1911 & Price CLXXV |
| Sciobville | do | do | 38-7 | 7775 | 1550 | 12054 | 1860 | 8400 | 22 | 778 | 20 | 542 | Light timber decking | Eng. News 1915-18 & Eng. Rec 1915 |
| Monangahela | do | do | 32-0 | 812 | 1504 | 6408 | 1278 | 6166 | 21 | 426 | 85 | 410 | Open Floor | Eng. Rec 1903 & Kunz |
| Sukkur | India | do | 28-0 | 820 | 900 | 3136 | 630 | 1574 | 40 | 348 | 70 | 176 | Plated Floor | Price CLII |
| Queensboro | U.S.A | Rail ^d | 84-86 | 984 | 1902 | 20950 | 1194 | 6792 | 175 | 1102 | 626 | 357 | Nickel Steel. The 984 & 1182 spans are | Eng. Rec 1907 & Kunz |
| do | do | do | 1083 | 3725 | 46942 | 2334 | 3304 | 175 | 1260 | 626 | 367 | reated as independent cases for lengths as | do do do | |
| do | do | do | 1182 | 2122 | 27516 | 13260 | 7580 | 175 | 1297 | 625 | 357 | given The figures for Mean Span (1083) relate | do do do | |
| Forth | Scotland | Rail ^d | 29-5 | 1710 | 5330 | 50010 | 6600 | 11565 | 57 | 938 | 124 | 216 | Plated Floor | Eng'g 1887 |
| Quebec | Canada | do | 88-0 | 1800 | 2830 | 56860 | 3385 | 12740 | 74 | 12008 | 332 | 450 | Nickel Steel. Double Deck | do 1910 & Jour. Eng. Inst (Canada |

| SUSPENSION BRIDGES (With Tower Steel.) | | | | | | | | | | | | | | |
|--|---------|-------------------|-------|------|------|-------|-------|-------|-----|------|-----|------|--|--|
| Ch Avenue | U.S.A | Road | 60-0 | 400 | 700 | 1370 | 779 | 940 | 83 | 194 | 111 | 1-34 | Timber decking | Eng. Rec 1891 |
| Cologne | Germany | do | 62-7 | 605 | 1210 | 7750 | 3700 | 324 | 115 | 640 | 306 | 2-66 | Part Nickel Steel. Plated Floor. Wood blocks | Eng. News Rec 1913 |
| Elizabeth | Hungary | do | 65-6 | 951 | 1241 | 10070 | 3476 | 3030 | 115 | 811 | 280 | 2-44 | Plated Floor. Link Chains. (1 Concrete | Eng. News 1905 & Jour. Arch. Ver. |
| Florianopolis | Brazil | Rail ^d | 45-7 | 1114 | 1919 | 3500 | 1588 | 1714 | 93 | 182 | 83 | 89 | Packing Towers. High grade of sta. Tim d'g | Eng. News Rec 1923-4 (1904 |
| Manhattan | U.S.A | do | 1200 | 1470 | 2920 | 37218 | 2000 | 10430 | 115 | 1274 | 411 | 357 | Nickel Steel. Double Deck | Eng. News 1905 & Ann'd Eng'g |
| Williamsburg | do | do | 118-0 | 1600 | 2792 | 25000 | 7730 | 8475 | 91 | 895 | 277 | 304 | Bridge as strengthened Double Deck | do do 1901-6 & Rail' Cons 1903 |
| Bear Mountain | do | Road | 55-0 | 1632 | 2472 | 11360 | 6000 | 3487 | 172 | 460 | 243 | 1-44 | Flexible Towers. Sil' & Con' St. High Stress | Eng. News Rec 1924 |
| Delaware R. | do | Rail ^d | 118-0 | 1750 | 3183 | 35714 | 20044 | 8527 | 235 | 1122 | 630 | 268 | do do do | Jour. W.M. Soc. Eng 1923 & Ann. Eng 1924 |

| SUSPENSION BRIDGES (Without Tower Steel.) | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---------|-------------------|-------|--------|------|-------|------|-------|-----|-----|-----|------|---|--|
| Teesta | India | Foot | 6-0 | 300 | 300 | 50 | 261 | 48 | 54 | 17 | 09 | 161 | Plated Floor | Prop. Papers of Indian Eng'g 1881 |
| Luzoga | France | Rail ^d | 18-7 | 450 | 450 | 278 | 175 | 218 | 80 | 62 | 39 | 48 | Timber decking | Le Genie Civil 1915 & Price CLXIV |
| Trellins | do | Road | 12-0 | 490 | 666 | 153 | 90 | 146 | 62 | 23 | 14 | 22 | do do | A. & Ponts et Chaus 1906 & Price CLXXVII |
| Constantine | Algeria | do | 22-0 | 539 | 535 | 230 | 348 | 383 | 91 | 43 | 65 | 72 | Not typical. Rein'd Con' Flooring | Le Genie Civil 1911 & Price CLXXVIII |
| Cumberland | U.S.A | Foot | 10-0 | 540 | 540 | 200 | 30 | 97 | 31 | 37 | 06 | 18 | do do | Eng. News Rec 1919 |
| Clifton | England | Road | 31-0 | 702 | 702 | 1184 | 456 | 200 | 228 | 169 | 65 | 29 | Not typical. Shif'g Girder shallow | Eng. News 1915 |
| Vernaison | France | do | 18-0 | 764 | 1076 | 410 | 240 | 302 | 79 | 38 | 22 | 28 | Timber decking | Eng. Rec 1904 & Le Genie Civil |
| Lewisston | U.S.A | Rail ^d | 29-0 | 800 | 854 | 1026 | 306 | 408 | 75 | 120 | 36 | 48 | Not typical. Timber decking | do do 1893 (1893 |
| Mananopolis | Brazil | Rail ^d | 43-7 | 1114 | 1919 | 2660 | 1588 | 1714 | 93 | 139 | 85 | 89 | High grade steel Chains. Timber decking | Eng. News Rec 1913-4 |
| Manhattan | U.S.A | do | 1200 | 1470 | 2920 | 27309 | 2000 | 10430 | 115 | 935 | 411 | 357 | Nickel Steel. Double Deck | Eng. News 1905 & Ann'd Eng'g |
| Brooklyn | do | do | 85-0 | 1535 | 3455 | 31044 | 5217 | 3455 | 51 | 309 | 151 | 100 | Masonry Towers. Timber decking | Kunz & Specifications 1885 |
| Williamsburg | do | do | 118-0 | 1600 | 2792 | 25530 | 7730 | 8475 | 91 | 700 | 277 | 304 | Bridge as strengthened Double Deck | Eng. News 1901-6 & Rail' Cons 1903 |
| Bear Mountain | do | Road | 55-0 | 1632 | 2472 | 11360 | 6000 | 3487 | 172 | 298 | 243 | 1-44 | Sil' & Con' Steel. High Stress | Eng. News Rec 1924 |
| Delaware R. | do | Rail ^d | 118-0 | 1750</ | | | | | | | | | | |

(See B)

Bridges of names underlined are of Wrought Iron.

Tab. - 7

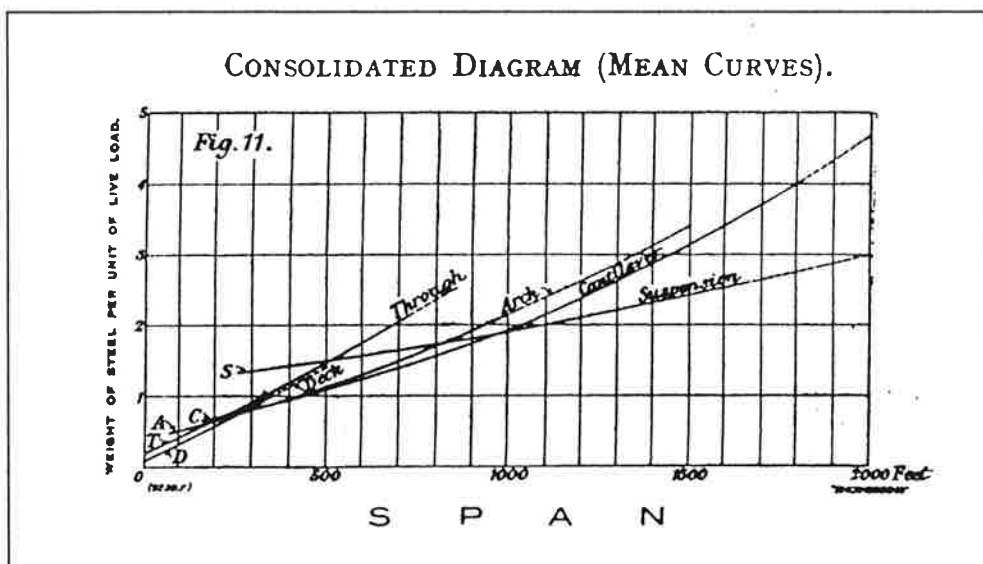


Fig. - 26

Simplemente ya anotar que para el uso de las tablas principales no necesitamos más que la carga externa del puente y la del tablero. A partir de ahí, con la luz, se obtiene fácilmente el peso total de la estructura. No es necesario tomar otras consideraciones por cargas de impacto, etc.; que ya vienen incluidas. Las explicaciones dadas al comienzo son sólo para la generación de las gráficas. Su uso es simplismo.

A la carga total obtenida se pueden añadir ciertos incrementos por apoyos, anclajes,...; en las cantidades que se indicó.

Hemos dadas abundantes explicaciones sobre este pequeño texto, pero su valor lo justifica. El problema se resuelve no sólo para los puentes. En una estructura de edificación -tipo puente-, el peso puede obtenerse con dichas tablas. El peso del tablero puede ser sustituido por la carga que le llega transversalmente (hablamos de estructuras totalmente unidireccionales). La única corrección que es importante hacer es la de las cargas de impacto; en el caso de que no tengamos cargas de tráfico. Si la estructura es de gran luz, esta corrección no va a ser importante; pero en caso contrario puede tener mucho influencia.

A principios del siglo XX van a aparecer estudios teóricos americanos sobre puentes colgantes, por Edgar Marburg, Henry S. Jacoby, William H. Barr y D.B. Steinman. En esos años tenemos bastante información obtenida a nivel práctico, pero no teórico.

D.B. Steinman¹³⁸ realiza una tesis que es publicada en 1911, y es un buen exponente de los intentos de principios de siglo de llegar a resultados teóricos. Algunos puntos de su trabajo teórico son muy ingeniosos; a pesar de que según Waddell sus resultados no son demasiado válidos. Veremos que es lógico que así fuera. Steinman destacó como profesional, y encontramos numerables referencias suyas sobre puentes.

El trabajo de Steinman muestra, en primer lugar, el -estado del arte- de la cuestión: hasta ese momento no hay trabajos teóricos de entidad y los datos empíricos que ofrecen los diseñadores de puentes no sólo no son justificados sino que ofrecen discrepancias notables. Se plantea por tanto resolver de manera racional los tamaños máximos y los intervalos económicos de diferentes tipos. *Centra sus trabajos en el -cantilever- y en el colgante; ya que estaba claro que eran los dos únicos tipos que podían llegar a grandes luces.*

¹³⁸Steinman, D.B. Suspension Bridges and Cantilevers, Their Economic Proportions and Limiting Spans. New York. Van Nostrand Co. (The Van Nostrand Science Series). 1911.

El método propuesto no podía ser más -norteamericano-. Se pretende analizar un abanico de estructuras de ambos tipos para de ese modo deducir las leyes de crecimiento de peso y costo. En ambos casos se estudian puentes de carretera pesados. En el caso de ferrocarril se advierte que la cercha de rigidización del puente colgante es más ligera, aumentando por tanto su intervalo económico.

A-PUENTES COLGANTES.

Mostraremos en primer lugar el resumen de los datos de diseño para las distintas luces analizadas. Estos datos son imprescindibles para comparar resultados. Recordemos que no son datos reales sino que se derivan de sus cálculos teóricos. Esto desde luego es muy importante en lo referente al tema de detalles, que incrementan el consumo notablemente; y quizás sea ese uno de los motivos de las discrepancias con Waddell.

PRINCIPAL DATA FOR DESIGN OF SUSPENSION BRIDGES

| | No. 1. | No. 2. | No. 3. |
|--|-----------|---------------------|----------|
| l - Span | 1500, | 2250, | 3000 ft. |
| l_s - Side-span - $l/2$ | 750, | 1125, | 1500 ft. |
| f - versed-sine = $0.12l$ | 180, | 270, | 360 ft. |
| f_s - versed-sine in side-span = $f/4$ | 45, | 67.5, | 90 ft. |
| d - depth of truss = $.024l$ | 36, | 54, | 72 ft. |
| a - panel length (between suspenders) | 18.5, | 22.3, | 24.8 ft. |
| Type: Stiffening truss hinged at the towers. | | | |
| Suspension rods in side-spans. | | | |
| Loading: | | | |
| 4 railroad tracks at | 3000 lbs. | = 12000 lbs. p.l.f. | |
| 2 lines of cars at | 1000 | = 2000 | |
| 40 ft. of roadway at | 75 | = 3000 | |
| 20 ft. of roadway at | 50 | = 1000 | |
| Total congested load | | = 18000 lbs. p.l.f. | |
| Total width of structure = 115 ft. + 2 cantilevers at 10 ft. | | | |
| 4 Cables, spaced $37'.5 + 40' + 37'.5$ c. to c. | | | |
| 4 Trusses, spaced $37'.5 + 40' + 37'.5$ c. to c. | | | |

Tab.- 8

| DESIGN OF SUSPENDERS | | | |
|---|-----------------------|-----------------|-----------------|
| The load carried by the suspenders consists of the following items: | | | |
| | S. B. No. 1. | S. B. No. 2. | S. B. No. 3. |
| Truss and bracing | 2,624 | 4,015 | 5,786 lbs. |
| Floor | 3,712 | 3,800 | 3,812 |
| Suspenders | 126 | 207 | 320 |
| Total Dead-load | 6,462 | 8,022 | 9,918 |
| Live-load | 4,500 | 4,500 | 4,500 |
| Total load p.l.f. (= g_s) | 10,962 | 12,522 | 14,418 lbs. |
| Total load per suspender | 202,800 | 279,800 | 358,000 lbs. |
| With a specified working stress of 30,000 lbs. per square inch, the required sections for the suspenders will be: | | | |
| | 6.8 | 9.3 | 11.9 sq. in. |
| Their average length (= $\frac{1}{2}f + d$) = | 96 | 144 | 192 ft. |
| Hence, their mean weight = | 126 | 207 | 320 |
| | lbs. p.l.f. of truss. | | |
| as assumed above. | | | |

Tab.- 9

Final Computation. The total load carried by the cables consists of the following items:

| | S. B. No. 1. | S. B. No. 2. | S. B. No. 3. |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|
| Dead-load on sus- penders (as above) | 6,462 | 8,022 | 9,918 |
| Weight of cable | 1,286 | 2,160 | 3,720 |
| Total dead-load (-g) | 7,748 | 10,182 | 13,638 |
| Live-load (-p) | 4,500 | 4,500 | 4,500 |
| Total load p.l.f. (-g + p) | 12,248 | 14,682 | 18,138 |

Tab.- 10

Hay que decir que los aceros no son iguales en todas las partes. En los cables, la tensión de trabajo es de 60 Kips (4200kp/cm²), con un límite elástico de 180 kips. (coeficiente de seguridad de tres); aunque no lo plantea como constante sino en relación a la luz: $\sigma = 180000(1+2000)/(1+9000)$. En péndolas y cordones de la cercha la tensión de trabajo es de 30 kips(nickel steel) (2100kp/cm²), y para los elementos de alma de la cercha y sus arriostramientos transversales, es de 20 kips(structural steel) (1400kp/cm²). En cuanto al factor de pandeo, se sigue el criterio de Hodgkinson; teniendo la siguientes reducciones (siendo λ la esbeltez mecánica): $\sigma(\text{psi})/((1 + l^2/(8000\lambda^2)))$.

A partir de ahí construye lo que denomina fórmulas -semiempíricas-. Sigamos su notación en el razonamiento. Los pesos a considerar son (lineales, en -lbs per linear foot-):

| | |
|----|--|
| LL | carga exterior (live load) |
| C | peso de los cable (cable) |
| S | peso de las péndolas (suspenders) |
| T | peso de las cerchas de rigidización, incluido arriostramientos transversales (truss) |
| F | peso del tablero (Floor) |

A partir de aquí realiza un **estudio dimensional simple e ingenioso**, que nos recuerda los razonamientos de Galileo (o los mencionados de Waddell, sin ir tan lejos). Este es su razonamiento.

El peso del cable es proporcional a la carga total que sostiene y a la luz(l); suponiendo que la esbeltez del mismo (la pendiente de arranque) no se modifica (y añadamos que suponiendo un dimensionado constante). La misma relación existe en las péndolas. El peso de la cercha lo divide en dos partes. La mayor contribución corresponde a al carga exterior -LL- (live load), y su repercusión en peso es proporcional a dicha carga y la luz.; de nuevo a condición de que la esbeltez de la cercha permanezca constante. La otra parte corresponde al viento, y esta parte de peso será proporcional al cuadrado de la luz; supuesto el viento constante. El peso del tablero es proporcional a la carga exterior, y es prácticamente independiente de la luz.

De este modo, si introducimos los correspondientes coeficientes de proporcionalidad, tendremos la siguiente relación.

$$C = a(C + LL + S + T + F)l$$

$$S = b(LL + S + T + F)l$$

$$T = c(LL)l + dl^2$$

$$F = eLL$$

Si sustituye los pesos y luces de sus diseños teóricos, considerando la luz en unidades de 1000 ft; llega a los siguientes valores para los coeficientes.

| | S.B.Nº1 | S.B.Nº2 | S.B.Nº3 | Media |
|----|---------|---------|---------|--------|
| a= | 0.070 | 0.066 | 0.068 | 0.068 |
| b= | 0.0077 | 0.0073 | 0.0074 | 0.0075 |
| c= | 0.35 | 0.34 | 0.36 | 0.35 |
| d= | 105 | 105 | 105 | 105 |
| e= | 0.83 | 0.84 | 0.85 | 0.85 |

Al ser las desviaciones de los tres casos muy escasas, supone que su razonamiento es correcto. En realidad, lo único que confirma es que en el estudio dimensional ha seguido los mismos criterios de diseño que en el teórico.

Las ecuaciones serán por tanto:

$$C=0.068(C+LL+S+T+F)l$$

$$S=0.0075(LL+S+T+F)l$$

$$T=0.35(LL)l + 105l^2$$

$$F=0.84LL$$

Ahora bien, antes de seguir con sus deducciones **deberíamos hacer ciertas observaciones.**

En primer lugar hablemos de sus -datos de diseño-. Las luces escogidas son todas de gran tamaño; 1500, 2250, 3000 ft; (la luz más pequeña corresponde aproximadamente con la del mayor puente colgante de por entonces; el de Brooklyn). Esto le evita muchos problemas, y más aún en los puentes colgantes, donde la cercha de rigidización es más pesada en las pequeñas luces que en las grandes; debido como es lógico a la mayor repercusión de los trenes de carga en luces pequeñas (con poco peso propio). Fenómeno que se invierte en las luces grandes. Esto es válido en general para cualquier estructura, como veremos al hacer un análisis dimensional del problema. De hecho esto explica en gran parte (además de otro tipo de temas de carácter constructivo) que todas las gráficas verdaderamente empíricas arranquen de valores ya altos. Intentemos representarlo con ayuda de la siguiente figura.

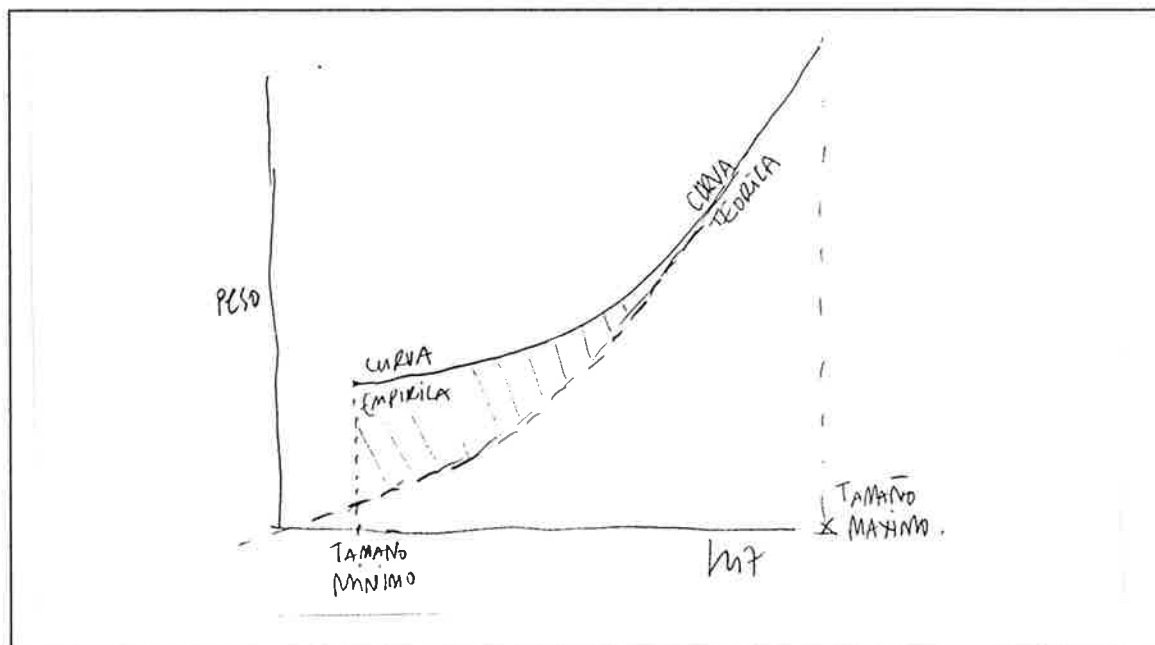


Fig.- 27

En primer lugar, la curva empírica no arranca nunca de una luz cero, sino que en función del tipo tiene unos mínimos de carácter constructivo. Es decir, tiene un tamaño mínimo que nunca es cero. Además, las diferencias entre las dos curvas son mayores cuanto más pequeña es la luz; por el problema, ya mencionado, de la mayor influencia de las cargas puntuales y móviles (o a nivel de diseño, pueden verse la figura de -cargas lineales equivalentes- en el apartado de Thorpe).

En segundo lugar, se toma una luz lateral de $l/2$, que corresponde desde luego a un buen diseño; pero que es una circunstancia que sólo se busca de manera vital en las grandes estructuras. En las medianas mandan más las circunstancias geológicas y podemos desde ver reducir esa proporción hasta el punto de no encontrar tramos laterales. Con esa reducción de los tramos laterales son los anclajes los que ven incrementar su peso. Al no ser peso de acero, el peso total de la estructura se camufla; y en la mayoría de las gráficas empíricas para éstos puentes lo que se plasma es el peso de acero. Y en cuanto a los pilonos, las repercusiones son idénticas.

En tercer lugar, la esbeltez del puente se supone constante en todos los casos, con valor de 8.33 en el tramo central. Valor muy razonable y acorde con la práctica actual, pero no tan acorde con la práctica del momento. Veamos los mayores puentes del momento de EE.UU.¹³⁹:

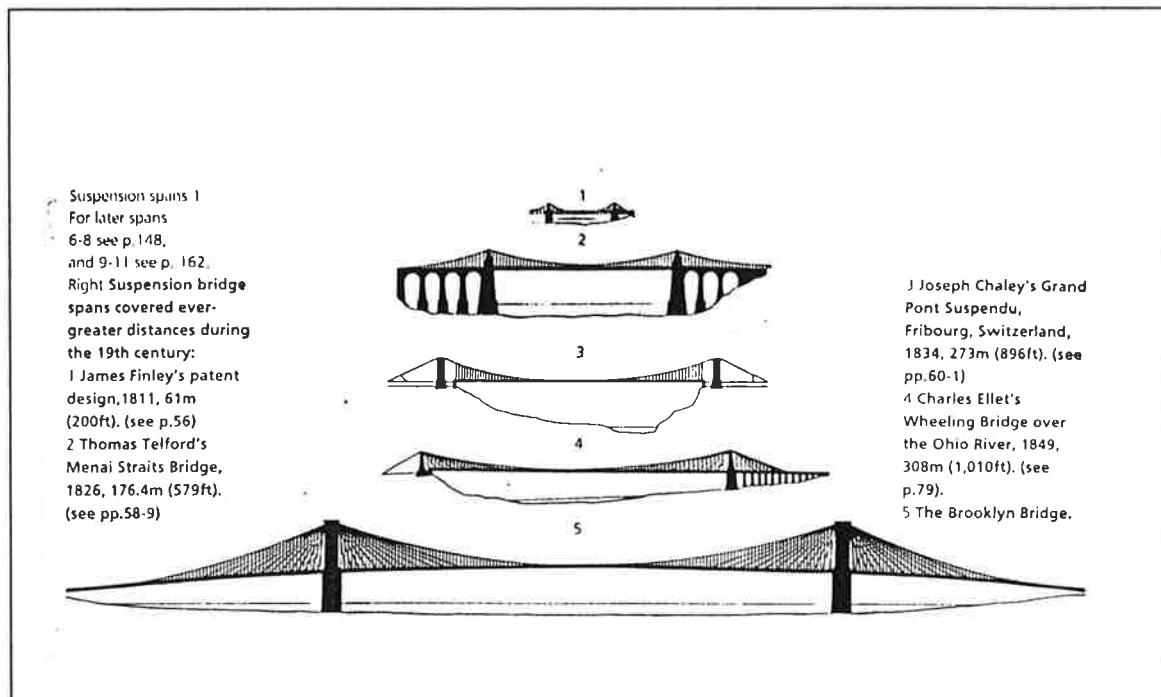


Fig.- 28

En puente de Brooklyn tiene una esbeltez de 11 aproximadamente.

A medida que los tamaños crecen en el XX, la esbeltez se reduce a los valores suyos. Pero cuando se comparan sus resultados con los empíricos de entonces, esta diferencia de esbeltez provoca una notable diferencia de resultados.

En cuarto lugar, la esbeltez de la cercha de rigidización se mantiene constante. Sostiene que la esbeltez más económica es la de 1/40; aunque reconoce que en la práctica suele ser mayor. En la práctica no es cierto que se mantenga la proporción de dicho elemento. El problema es de nuevo menor influencia de las cargas móviles con el tamaño. En ese época, y según él lo considera, los estudios apuntaban a que el momento de la cercha debido a las cargas vivas -q- sigue con bastante exactitud la relación: $M=kql^2$; donde k es una constante ($=1/60$ con las unidades consideradas por él). Pero a medida que la luz crece y con ella el peso propio, este factor se va haciendo cada vez menor.

En quinto lugar, considera un ancho de tablero constante e invariable con el tamaño; y por tanto una carga total del mismo constante. Esto sólo se justifica por las luces que toma. Es indudable que esta relación no tiene por que mantenerse con el tamaño. Cuanto más grande es el puente, y más costoso, más lógico será tener anchos de tablero más grandes. Además, cuanto más grande es la luz más interesa ensancharlo por los problemas de viento.

Si nos centramos en el **análisis dimensional**, debemos **hacer también ciertas puntualizaciones**. Su planteamiento tiende a mantener los coeficientes de forma y de ese modo llegar a algún sitio.

La primera suposición para el peso del cable es correcta.

En las péndolas no podemos decir lo mismo. La práctica demuestra que la relación del peso de dichos elementos no es lineal con el aumento de tamaño¹⁴⁰. Supone que las péndolas son siempre las mismas. En ese caso, al crecer el puente con un factor α (y suponiendo la carga exterior lineal constante),

¹³⁹de Brown, D.J., op.cit.; pp. 84.

¹⁴⁰Veanse por ejemplo las tablas de pesos del estudio de viabilidad para un puente sobre el estrecho de Gibraltar: Calavera, José; González Valle, Enrique; et. al. "Estudio Tecnológico Prospectivo para Paso sobre el Estrecho de Gibraltar (Parte de -Materiales-". INTEMAC. (Manuscrito). 1991. . BITM

la carga viva de la péndola crece también con α ; y como su longitud crece con dicho factor; el crecimiento total por la carga exterior crecerá con α^2 .

Por otra parte, la parte de peso de la cercha no está bien computada; ya que falta considerar el incremento de peso propio de la cercha. En el incremento de peso de la cercha por carga vertical sólo considera la carga viva -LL-; pero si la variación de tamaño es grande el incremento por el peso propio de la cercha debe ser tenido en cuenta.

Además, el peso de los detalles no está aquí computado (si lo hace en las péndolas); y como veremos más adelante, con los sistemas constructivos de la época ese peso no debe ser despreciado.

En cuanto al tablero, estamos otra vez en el problema de la variación de las cargas -vivas equivalentes- con el tamaño; aunque esto sólo es importante en luces pequeñas. En este caso, por partir de tamaños grandes, lo dicho es bastante correcto.

Pero sigamos con sus razonamientos.

A partir de las últimas ecuaciones podemos poner el peso del cable, sustituyendo las distintas variables, en función sólo de la carga viva y de la luz. El resultado es:

$$C = \{0.068l(1.84LL + 0.35LLl + 15l^2)\} / \{(1 - 0.068l)(1 - 0.0075l)\}$$

Y aquí viene otro salto mortal. Supone que el tamaño máximo se produce cuando la sección del cable tiende a ser infinito y por tanto el denominador tiende a cero. Esto no es así, ya que el problema es de tensión y no de dimensión de área. Y este razonamiento está repetido en otros procesos de libro para obtener el tamaño máximo.

Para este problema a una luz máxima de 14700ft.(4480m).

Pero plantea otra forma de obtener el tamaño máximo. Un método que además es válido por tanto para otros tipos. Si C y W son respectivamente el peso del cable y la carga soportada (lineal) para el tamaño máximo, para otro tamaño menor la relación será:

$$C/C_1 = (C+W)l / (C_1+W_1)l_1;$$

Lo cual, con su razonamiento de que $C \rightarrow \infty$ (que repetimos no es correcto) nos da:

$$l_{\max} = (C_1 + W_1)l_1 / C_1; \text{ ec. - 14;}$$

Fórmula que concuerda con sus resultados anteriores.

Como veremos, la relación correcta sería: $\sigma_{pp}/\sigma_{adm} = L/L_{\max}$; y está relacionada a la anterior en cuanto que existe relación:

$$\sigma_{pp} \rightarrow C_1$$

$$\sigma_{adm} \rightarrow C_1 + W_1$$

Es decir, se acerca al problema mucho más que en otros autores anteriores. Lo realmente curioso es ese proceso para lograr el máximo de hacer tender $C \rightarrow \infty$. De alguna manera lleva implícito el material en sus cálculos anteriores; pero sorprende que no plantee el tema a nivel tensional.

También se plantea el problema del tamaño -practicable-, y lo enfoca de una manera un tanto curiosa. Parte del área máxima de dimensionado que puede conseguir para el cable por motivos constructivos (sección de 16 cables de 24 in. de diámetro). De ahí se derivan los tamaños practicables en función de la carga viva LL:

| | |
|-----------|-------------------------------------|
| LL=10.000 | $l_{\text{pract}}=4900 \text{ ft.}$ |
| LL=15.000 | $l_{\text{pract}}=4000 \text{ ft.}$ |
| LL=20.000 | $l_{\text{pract}}=3500 \text{ ft.}$ |

B- PUENTES -CANTILEVER-

El -cantilever- surge como respuesta a las grandes luces, y frente al colgante, tiene la ventaja de que no necesita de estructuras auxiliares para el montaje así como de disponer de mayor rigidez tanto en el montaje como al finalizarse.

Hasta los 400ft(120m) aproximadamente era competitivo frente al de suspensión¹⁴¹. La evolución actual de este tipo es el atirantado; y los motivos de su empleo siguen siendo similares a los arriba mencionados.

Mostremos también en primer lugar los datos de partida.

| DESIGN OF CANTILEVERS | | | |
|---|-----------------|---------------------------|---------|
| ART. 23 | | | |
| PRINCIPAL DATA FOR DESIGN OF CANTILEVER BRIDGES | | | |
| | No. 1. | No. 2. | No. 3. |
| $L = \text{total span} = m + l$ | ft. | ft. | ft. |
| $+ m$ | 1000 | 1500 | 2000 |
| $l = \text{suspended span}$ | 500 | 650 | 800 |
| $m = \text{cantilever arm}$ | 250 | 425 | 600 |
| $n = \text{anchor arm}$ | 400 | 600 | 800 |
| $w = \text{width c. to c. of trusses}$ | 50 | 60 | 80 |
| $d = \text{depth of suspended truss}$ | 50-85 | 75-110 | 100-135 |
| $h = \text{depth at towers}$ | 150 | 225 | 300 |
| Load: $L.L = 18,000$ lbs. p.l.f. Wind = 30 lbs. per sq.ft. | | | |
| <i>Working Stresses.</i> | <i>Tension.</i> | <i>Compression-</i> | |
| Structural steel | 20,000 | 20,000 | |
| | | $1 + \frac{1^2}{8000r^2}$ | |
| Nickel steel | 30,000 | 30,000 | |
| | | $1 + \frac{1^2}{8000r^2}$ | |

Tab.- 11

Hagamos un pequeño esquema para seguir su nomenclatura.

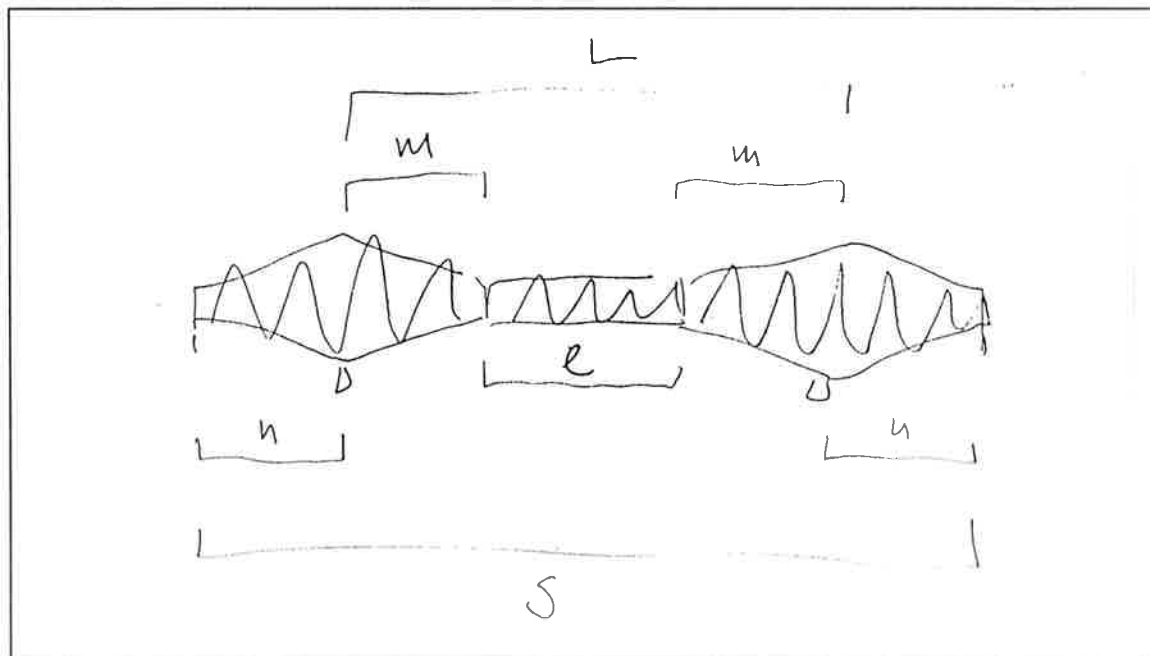


Fig.- 29

¹⁴¹ Como veremos más adelante, los puentes de luces para estos dos tipos en la actualidad han crecido, y en caso del atirantado el acero se ha unido al hormigón en casi todas las ocasiones.

Para sus diseños, al autor toma relaciones a medio camino entre las habituales de esas construcciones y las óptimas ($l=0.68$; $m=0.16L$; $n=0.37L$) de los estudios teóricos. Datos que aparecen en la tabla anterior.

El ancho mínimo lo plantean entre $1/20$ y $1/25$ de L . Para ello parten de la hipótesis de que en las cerchas en mínimo es $1/18$. Dando la misma rigidez relativa para (la carga lateral) al -cantilever- llegan a las relaciones anteriores.

Después de calcular los tres puentes con las luces que se indican en los datos, se procede de un modo similar al del puente colgante para determinar las fórmulas -semiempíricas-. Es decir, se sigue el mismo planteamiento en los dos casos. Veamos entonces cuál es en este caso el estudio dimensional.

Siguiendo su nomenclatura, sean:

T_1 =peso lineal(plf) de la estructura de barras en la zona central suspendida (l)

T_2 =peso lineal(plf) de la estructura de barras en el brazo en voladizo interno (m)

T_3 =peso lineal(plf) de la estructura de barras en el brazo en voladizo externo (n)

F = peso lineal(plf) del tablero.

LL = peso lineal(plf) de cargas exteriores.

El peso T_1 , si la estructura se mantiene básicamente proporcional con el cambio de tamaño, es proporcional a la luz y a la carga total.

$$T_1=a(T_1+F+LL)l;$$

Aplicando sus resultados llega a un valor medio de $a=0.00054$.

El peso T_2 , considera por un lado la componente de peso que le supone soportar la cercha central, y por otro el propio peso y carga del brazo volado. Con el razonamiento anterior:

$$T_2= b_1 (T_1+F+LL)l + b_2(T_2+F+LL);$$

En este caso, se llega a unos valores: $b_1=0.00086$ y $b_2=0.00023$;

Otra posibilidad en éste caso es, a partir de un sólo coeficiente, poner el peso en función de la luz total central L ; con la siguiente relación:

$$T_2= b (T_1+F+LL) \sqrt{L};$$

llegando a $b=0.0134$, y se supone que a valores similares a los de antes.

En cuanto a T_3 ; parte de que una fórmula que se adaptara a la realidad sería demasiado compleja, por lo que en este caso plantea la siguiente simplificación.

$$T_3= c (T_3+F+LL)\sqrt{n};$$

llegando a un valor de $c=0.0190$.

Deberemos en éste caso **hacer también ciertas consideraciones**, que son además de la misma clase que en anterior tipo.

En el caso de T_1 , la premisa es más o menos rigurosa en función del rango de luz que se analice. De nuevo entran en consideración las variaciones de LL con el tamaño. Además, F tiene una parte de subestructura que también crece con $-a-$, con lo que el incremento total del mismo sería una función de $-a^2-$. Además está el incremento de peso de detalles con una gran variación de tamaño.

Lo mismo se puede decir en relación a T_2 para el primer razonamiento, aunque en su segunda alternativa además no está clara la relación con \sqrt{L} ; e idénticamente en T_3 con relación a \sqrt{n} .

A partir de aquí vuelve a sacar los límites de tamaño. En este caso se llega a expresiones de T_i en función de cocientes, y se hace igualmente el denominador cero para el **tamaño límite**. De nuevo el proceso no es ortodoxo. Llega por este método a los siguientes tamaños máximos:

$$l=1850 \text{ ft}; \quad m=1875 \text{ ft}; \quad n=2760 \text{ ft}; \quad L=11120 \text{ ft}.$$

A los **tamaños -practicables-** llega partiendo de las áreas de dimensionado que puede conseguir por motivos constructivos. Esto de nuevo no es una forma muy ortodoxa de enfocar el problema. Suponiendo un área máxima de 3000 in.; se llega a la siguiente relación de luces practicables en función de la carga LL :

| | |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| $LL=10.000 \text{ lbs plf}$ | $L_{\text{pract}}=3060 \text{ ft.}$ |
| $LL=15.000 \text{ lbs plf}$ | $L_{\text{pract}}=2500 \text{ ft.}$ |
| $LL=20.000 \text{ lbs plf}$ | $L_{\text{pract}}=2160 \text{ ft.}$ |

C- PUENTES -CERCHA-

De la estructura central del tipo anterior se desprenden las relaciones para el caso de la cercha; siendo entonces sus intervalos analizados los de $L=500, 650$, y 800 ft. Faltaría, según el, considerar que en los -cantilever- existe un sobredimensionado por el procedimiento de izado que estima del 6,1%; y que habría que descontar en el caso cerchas tipo. Por ello, la relación en una cercha simple sería:

$$T = 0.0005 L(T+F+LL)L; \text{ ec.- 15}$$

Y con el argumento anterior se llega a una luz máxima de $L_{\max}=1960$ ft; es decir, del orden de tres veces de las estudiadas.

Aquí aparece otro problema no comentado. Al variar la forma de modo proporcional, se llega a luces de la cercha central que ni se construían ni son razonables para construir. Por tanto, la realidad sería que el vano suspendido central no creciera proporcionalmente.

Si nos fijamos en los datos de -cantilever- construidos, vemos que la luz de la cercha central suele ser del orden de 300 a 400 ft; pero en el caso del de Quebec, su luz es de 675 ft (200m). Desde luego, está claro que esa magnitud pudo tener mucha influencia en el desastre de su primera construcción en 1907.

Estudia también el tema de costos, y de un modo similar, partiendo de una relación del costo C con la luz l del tipo:

$$C = al + bl^2 + cl^3;$$

Veamos simplemente en la siguiente figura que resultados obtiene. De nuevo también nos remitimos a los comentarios hechos antes sobre la diferencia entre curva teórica y curva empírica. Esta claro que tampoco -caza- la desviación que se producen en los tamaños pequeños.

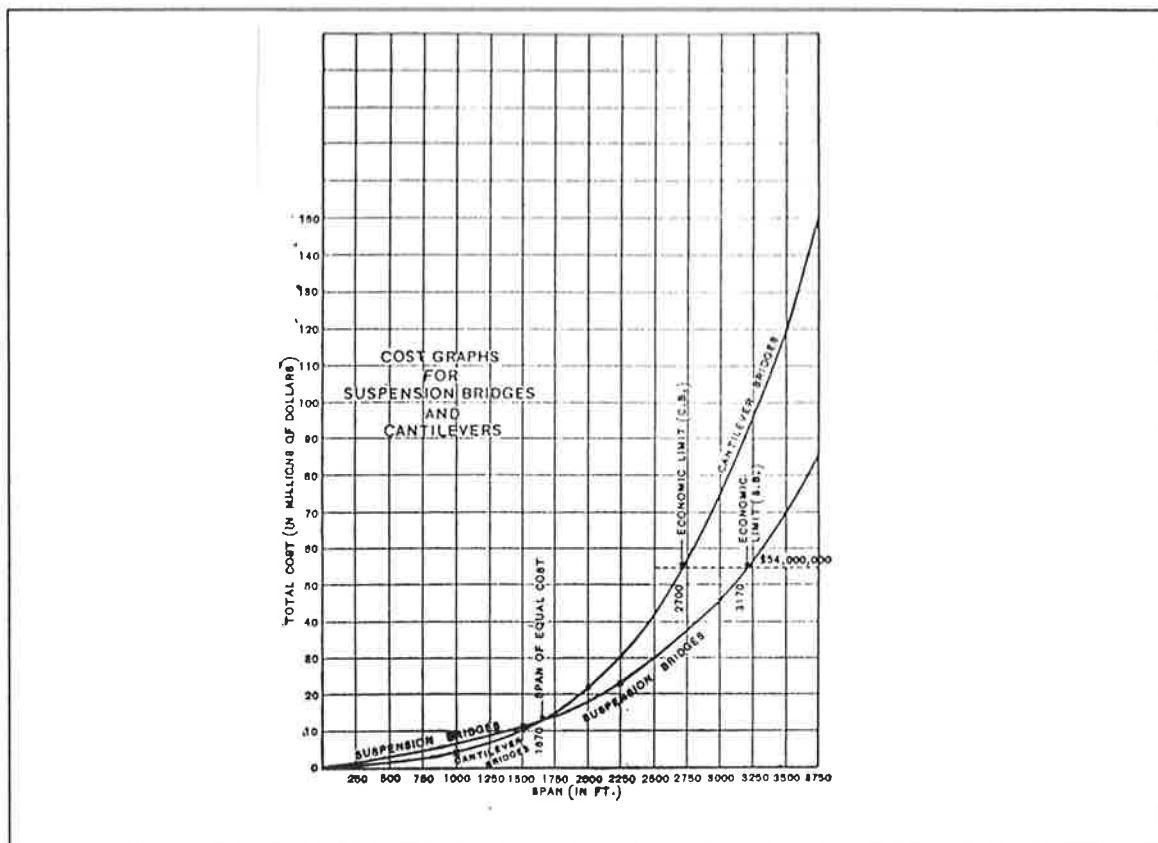


Fig.- 30

No obstante, a pesar de las precisiones expuestas, el intento tiene mucho interés. Y las ecuaciones semiempíricas de peso son bastante aproximadas para esas luces. Por las precisiones aportadas entenderemos que dichas ecuaciones aún no estaban pulidas; y de ahí que Waddell comprobara

que no se adaptaban correctamente a la realidad; pero seguramente por motivos distintos a los que Wuddell supondría.

Es uno de los primeros intentos serios de enfocar de forma teórica (o semiteórica) el problema de peso propio.

En 1914, **J. Melan**¹⁴², desarrolla una investigación para determinar el canto y número de paneles óptimo de la cerchas Pratt y Warren. Formuló expresiones matemáticas para el volumen de material de dichas cerchas y hace uso de ciertos datos empíricos que denomina -coeficientes de construcción¹⁴³- (Konstruktionkoeffizienten); y que tienen en cuenta correcciones por pandeo y correcciones por ciertos elementos constructivos (sobre todo uniones). Según él, dichos coeficientes no dependen de la longitud de los miembros; es decir, del tamaño (cosa que no es cierta). Representando gráficamente las fórmulas obtiene los mínimos. *La conclusión general es que se economiza con pocos paneles y grandes cantos.*

En 1915, **Maximilian H. Angst**¹⁴⁴, analiza las proporciones de peso mínimo en cerchas de cordones paralelos de puentes con varios sistemas de división interna del alma; utilizando el mismo método que Melan. Nos da una esbeltez óptima, para la cercha de cordón superior parabólico, un 15% menor que la de cordones paralelos, aunque no lo justifica.

Lord Rayleigh¹⁴⁵, en 1915, aplica el análisis dimensional para determinar la relación de resistencia entre dos puentes semejantes. Su trabajo será muy útil para el nuestro. Podemos definir una relación general de la que dependen las tensiones, válida para todo tipo de estructura.

Sean:

σ = tensión normal.

L = tamaño

ϕ = fuerza

con esas variables se llega a la expresión (veremos el proceso con detalle más adelante):

$$\sigma = \phi \phi(\omega_i, \omega_j) / L^2; \text{ ec.- 16}$$

siendo $\phi(\omega_i, \omega_j)$ una función de forma que no varía al hacer transformaciones semejantes.

De esta expresión se deduce, para el caso de peso propio, la relación entre dos estructuras semejantes de diferente luz.

$$\sigma/\sigma_0 = L/L_0;$$

que es la relación que se deriva directamente del Principio de Similitud. Utilizaremos este importante resultado para avanzar otras conclusiones.

R. Fleming. 1919.¹⁴⁶

¹⁴²Melan, J. "Fachwerktranger Mit Weiter Ausfachung". *Der Eisenbau*. Vol. 5. 1914.

¹⁴³Estos coeficientes se suponen constantes para cada tipo, independientemente del tamaño; lo cual no es desde luego muy lógico estrictamente hablando; pero se justifica en la práctica si pensamos en que los márgenes de luz de la época eran muy concretos y limitados.

¹⁴⁴Angst, Maximilian H. Untersuchungen über die Trärgewichte und die günstigsten Trägerabmessungen bei Parallel- und Halbparabelträgern mit untenliegender Fahrbahn. (Dissertation) Zurich. 1915.

¹⁴⁵Lord Rayleigh, The Principle of Similitude, *Nature* 95, 1915; pags. 66-68 y pags. 202-203. (De interés especial son las pags. 66-68, donde se realiza un análisis dimensional sobre resistencia en puentes semejantes.)

¹⁴⁶Fleming, Robins; "Weight of Roof Trusses by Empiric Formulas"; *Engineering News Record*, march 1919; pp. 576-577; vol 82; n°12.

Este autor nos ofrece un **excelente trabajo de recopilación y análisis de fórmulas empíricas realizadas por otros autores; con unas conclusiones realmente interesantes.**

El artículo comienza con la siguiente frase:

“Much ingenuity and study have been spent in the development of empiric formulas for determining the weights of steel roof trusses.”¹⁴⁷

El porqué de -Much- lo podemos ver inmediatamente. Siguiendo su notación:

T= peso total de la cercha = $W \cdot S \cdot D$; (lb).

W= peso de la cercha (lb/ft²) repercutido en la proyección horizontal de la superficie que carga a la cercha.

S=luz de la cercha (ft)

D=separación entre cerchas (ft).

P=carga de la cercha (lb/ft²) en proyección horizontal de cubierta.

U=tensión media admisible (psi) (sólo para la fórmula de Thayer)

Las fórmulas que comúnmente se citaban en la literatura técnica son:

a- Cambria Steel Co.¹⁴⁸(para luces de hasta 75 pies)

$T=5SD$;

b- Carnegie Steel Co.¹⁴⁹ (para cargas mayores o iguales a 40 psf, medido en proyección horizontal)

$W=(P/40)(1/5)(\sqrt{S} + S/8)$;

c- Fowler.¹⁵⁰(para cerchas tipo Fink y luces de hasta 200 pies)

cargas ligeras $W= 0,04S + 0,4$

cargas pesadas $W= 0,06S + 0,6$

d- Johnson, Bryan y Turneanure.¹⁵¹

$W= S/25 + 4$

e- Jones & Laughlin.¹⁵²

$W=(P/40)(S/20 + 12/D)$

f- Ketchum.¹⁵³(para cerchas de hasta 150 pies)

$W=(P/45)(1 + S/(5\sqrt{D}))$;

g- Maurer.¹⁵⁴

¹⁴⁷op.cit.; pag. 576.

¹⁴⁸publicado en: Cambria Steel, 11th. ed.; 1914.

¹⁴⁹publicado en: Pocket Companion, 19th. ed.; 1917.

¹⁵⁰Specifications for Steel Roofs and Buildings. 5th. ed.; 1909.

¹⁵¹Modern Framed Structures.(primeras ediciones)

¹⁵²Standard Steel Construction, 1916.

¹⁵³Specifications for Steel-Frame Buildings. 3rd.ed.; 1916.

$$W = S/25 + 1$$

h- Merriman.¹⁵⁵

$$T = (3/4)DS(1 + S/10);$$

i- Ricker.¹⁵⁶

$$W = S/25 + S^2/6000;$$

j- Ricker.¹⁵⁷

$$W = S/25 + S^2/12.600;$$

k- Thayer.¹⁵⁸

$$T = \sqrt{(PF/U) (4S^2 + 60S)};$$

l- Trautwine.¹⁵⁹

$$W = (0,05 \text{ a } 0,08)S;$$

m- Tyrrell. (cargas de 40 psf sobre superficie horizontal cubierta, crujeas de 10 a 20 pies, pendiente de pares de 6pulgadas/1pie, y tensiones de 12.000 psi en compresión y 15.000 en tracción)

$$W = S/20 + 12/D;$$

A partir de hay, Fleming las comparó con dos tipos de cerchas y se tres características distintas cada una.

La primera comparación la hace con tres cerchas Fink con luces de 40,60 y 80 pies, separadas 16 pies, una carga por superficie horizontal de 40 psf aplicada uniformemente en el cordón superior, pendiente del faldón de 6in./1ft, con unos pesos comprobados respectivos de 1.370, 2.550 y 4.320 lb.

La siguiente tabla da los datos de la comparación.

| Formula | 40-Ft. Span | | 60-Ft. Span | | 80-Ft. Span | |
|-----------------------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|-------|
| | W | T | W | T | W | T |
| Cambria..... | 5.00 | 3,200 | 5.00 | 4,800 | 5.00 | 6,400 |
| Carnegie..... | 2.26 | 1,446 | 3.05 | 2,928 | 3.79 | 4,851 |
| Fowler..... | 2.00 | 1,280 | 2.80 | 2,688 | 3.60 | 4,608 |
| Johnson, B. & T..... | 5.60 | 3,584 | 6.40 | 6,144 | 7.20 | 9,216 |
| Jones & Laughlin..... | 2.75 | 1,760 | 3.75 | 3,600 | 4.75 | 6,080 |
| Ketchum..... | 2.67 | 1,709 | 3.56 | 3,417 | 4.44 | 5,683 |
| Maurer..... | 2.60 | 1,664 | 3.40 | 3,264 | 4.20 | 5,376 |
| Merriman..... | 3.75 | 2,400 | 5.25 | 5,040 | 6.75 | 8,640 |
| Ricker, 1907..... | 1.87 | 1,197 | 3.00 | 2,880 | 4.27 | 5,466 |
| Ricker, 1912..... | 1.73 | 1,107 | 2.68 | 2,573 | 3.71 | 4,749 |
| Thayer..... | 2.75 | 1,760 | 3.75 | 3,600 | 4.75 | 6,080 |
| Trautwine..... | 2.00 | 1,280 | 3.00 | 2,880 | 4.00 | 5,120 |
| Tyrrell..... | 2.75 | 1,760 | 3.75 | 3,600 | 4.75 | 6,080 |

Tab.- 12

La siguiente comparación la hace con tres cerchas tipo Warren, de la misma luz y carga, pero con pendiente de pares 1in./1ft.; dando unos pesos respectivos de 1.500, 2.900, y 4.800 lb..

¹⁵⁴Cyclopedia of Civil Engineering; 1908.

¹⁵⁵Roofs and Bridges; 1888, 1911.

¹⁵⁶"A Study of Roof Trusses", University of Illinois Bulletin, n° 16, Aug. 1907.

¹⁵⁷Design and Construction of Roofs; 1912

¹⁵⁸Structural Design, Vol. II, 1914.

¹⁵⁹Engineer's Pocket Book; 1914.

Podemos ver en la tabla esos datos de comparación.

| Formula | 40-Ft. Span | | 60-Ft. Span | | 80-Ft. Span | |
|-----------------------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|-------|
| | W | T | W | T | W | T |
| Cambria..... | 5.00 | 3,200 | 5.00 | 4,800 | 5.00 | 6,400 |
| Carnegie..... | 3.16 | 2,024 | 4.27 | 4,100 | 5.31 | 6,791 |
| Fowler..... | 3.00 | 1,920 | 4.20 | 4,032 | 5.40 | 6,912 |
| Johnson, B. & T..... | 5.60 | 3,584 | 6.40 | 6,144 | 7.20 | 9,216 |
| Jones & Laughlin..... | 3.85 | 2,464 | 5.25 | 5,040 | 6.65 | 8,512 |
| Ketchum..... | 3.73 | 2,393 | 4.97 | 4,784 | 6.21 | 7,956 |
| Maurer..... | 2.60 | 1,664 | 3.40 | 3,264 | 4.20 | 5,376 |
| Merriman..... | 3.75 | 2,400 | 5.25 | 5,040 | 6.75 | 8,640 |
| Ricker, 1907..... | 1.87 | 1,197 | 3.00 | 2,880 | 4.27 | 5,465 |
| Ricker, 1912..... | 1.73 | 1,107 | 2.68 | 2,573 | 3.71 | 4,749 |
| Thayer..... | 3.26 | 2,082 | 4.44 | 4,259 | 5.62 | 7,193 |
| Trautwine..... | 2.60 | 1,664 | 3.90 | 3,744 | 5.20 | 6,656 |

Tab.- 13

Según puede verse, las variaciones son incluso del 100%. Anota correctamente la variación en la definición de las variables entre las distintas fórmulas. La justificación de este hecho es que, según él, es incompatible hacer una formulación simple y poder al mismo tiempo ponderar correctamente todas las variables que intervienen. Debido a esto las fórmulas son muy restrictivas y debe usarse con mucha precaución.

Pero lo mejor de todo es lo siguiente (y entonces ya podemos explicar por que usa -ingenuity- en esa primera frase):

“....Such a formula is not necessary. In calculating stresses the weight of the truss is usually so small compared with the weight of the covering, the snow and the wind, that an error in its assumption is negligible.”¹⁶⁰

En una cubierta normal con pendiente 6in./1ft., con una carga uniforme sobre el cordón superior de 800 plf (libras/pie), el peso propio lineal de la cercha varía entre 30 y 75 plf para luces de hasta 85 pies. Para pendientes más bajas el peso puede ser de un 5 a un 25% más. La variación por el tipo de carga puede oscilar entre el 25 al 75%. El método de cálculo del diseñador y otros factores pueden dar una variación del 5 al 25%.

Es decir, según él son demasiadas incertidumbres para un problema cuya no consideración supone un error del 5 al 10%; perfectamente asumible.

Su modo de ver el problema es correcto. Dentro de las luces que alcanzan las cerchas de cubiertas (es decir, con poco gasto de tensiones en su propio peso), y dado el gran número de variables que intervienen para una correcta determinación; lo más acertado es no gastar tiempo alguno en el intento.

Ahora bien; las conclusiones de Fleming olvidan que:

a- lo realmente importante es el esfuerzo de mucha gente para determinar ecuaciones que definan el peso de antemano; lo cual inevitablemente conduce a un intento de establecer las verdaderas variables del problema.

b- los autores que plantean estas fórmulas para cubiertas son casi siempre (por no decir siempre) ingenieros que diseñan y/o escriben sobre puentes; donde el problema del peso ya no es una mera cuestión de economía. Es decir, está claro que este tipo de formulaciones arrancan del incremento de las luces que se produce a finales del XIX; y que intentan producir ecuaciones para el caso de cerchas. No hay que olvidar que es en ese momento cuando se tiene verdadera consciencia en la construcción del peso como variable. Y así, las propias consecuencias que Fleming saca en el artículo son algo totalmente nuevo en la literatura de estructuras.

¹⁶⁰ op.cit.; pag. 577.

c- No creo, además, que la mayoría de los autores no tuvieran consciencia de que para las cerchas el peso propio no representaba ningún problema¹⁶¹; sino que se trataba más de un ejercicio intelectual. O si se quiere, podemos entender estas fórmulas como una extensión de una corriente general de la época.

¹⁶¹ Una prueba de ello podemos verlo en T. Shedd, que al plantear la optimización del canto de puentes con jácenas armadas se -olvida- del peso propio; y en ese caso aún es de más magnitud que en el caso de las cerchas de cubierta.

El Sistema -Zeiss- (1922) y los procesos de industrialización para la optimación del peso.

Es evidente que la fabricación en serie de una construcción a través de un proceso industrial¹⁶² lleva consigo, como una de las variables económicas, la optimación del peso de la estructura.

Otra parte de la optimación es la del montaje; y hay que decir que por lo general es más determinante que el factor peso. Más aún, y como era de esperar, *el proceso hacia la industrialización comenzó incidiendo casi exclusivamente en los aspectos constructivos.*

En la mente de todos está el pabellón de Paxton, para la Gran Exposición de Londres de 1851. Lo que no es tan conocido es que ya entonces existía una gran profusión de -catálogos- de piezas de fundición que permitían elegir capiteles y columnas de catálogos como si del prontuario de Ensidesa se tratase. De hecho, los primeros catálogos de perfiles laminados de acero aparecen en 1870.

Pero no sólo es el caso de Paxton (que ya llevaba años experimentando con soluciones similares). La biblioteca de Santa Genoveva de Labrouste es de los años 1843-1850; y la estación St. Pancras de Londres de Barlow es de 1864.

F. Chaslin denomina al periodo comprendido entre 1840-1880 como -edad de oro de los catálogos-.¹⁶³

Dentro de este proceso, la aparición de sistemas cerrados como producto de construcción -llave en mano- comienza a dispararse a comienzos del XIX. En lugares, como Norteamérica e Hispanoamérica¹⁶⁴, donde existían menos trabas legales y socio-económicas para el desarrollo de este proceso, los ejemplos de casas prefabricados son múltiples.

Creo que este preámbulo nos puede situar temporalmente para hablar de un sistema constructivo de interés para nosotros.

Hablamos de la primera construcción de una cúpula geodésica, en 1922 (ver figura). El sistema fue concebido por **Walter Bauersfeld** (al frente de un equipo de ingenieros durante cinco años) para la firma **Carl Zeiss de Jena (Alemania)**. A nivel constructivo, la firma de ingenieros Dyckerhoff y Widmann intervinieron posteriormente de forma decisiva, planteando un gunitado de hormigón (ferrocemento) para el cerramiento. La estructura surge para formalizar lo que supuso todo una revolución: la invención de los planetarios (precisamente por la empresa Zeiss). *De este modo, se ofrecía al cliente todo el sistema de modo parecido al lo que hoy sucede con un coche.*

¹⁶²La prefabricación es tan antigua como la arquitectura. La intruducción de la industria en los procesos de fabricación es lo realmente novedoso del XIX y lo que marca su diferencia con aquella.

¹⁶³En relación a los -catálogos- del XIX; vease:

Salas Serrano, Julián; Capt. 73. "Los Catálogos de Elementos de Fundición"; *Alojamiento y Tencología: ¿Industrialización Abierta?*; Madrid, 1981; IET(CSIC).

¹⁶⁴Paradójicamente, a lugares como Cuba, llegan modelos de casas prefabricadas tipo -colonial- desde el otro lado del océano; y a las cuales uno nunca asociaría a la prefabricación.

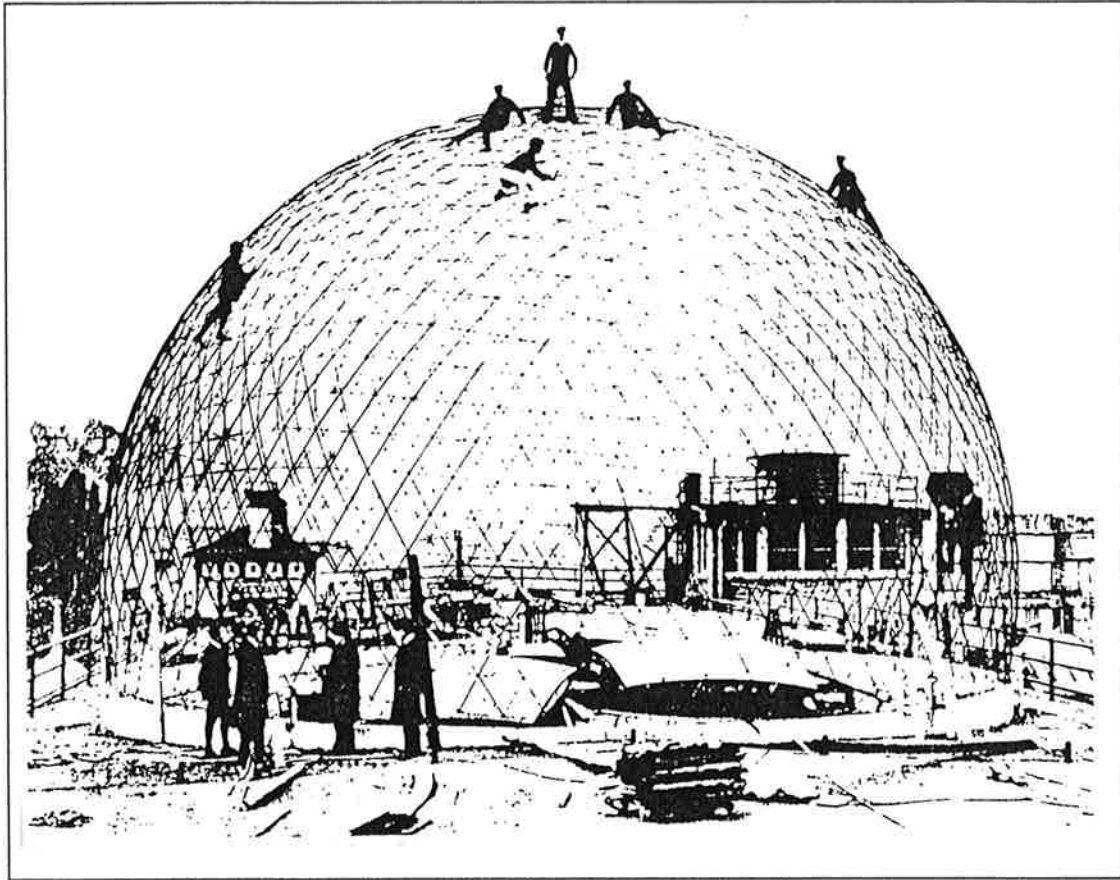


Fig.- 31

El diseño de la estructura es innovador; y se incidió de manera especial tanto en la facilidad de montaje como en su poco peso. Esto último era realmente algo novedoso; y es ajeno a todos los catálogos del XIX. La publicidad del invento fue notable.

La malla base derivaba del icosaedro. Sistemas algo posteriores como el también alemán Mero no hacen más que perfeccionar el nudo.

Este tipo de sistemas hoy se asocian a Fuller de manera casi mesiánica; aunque él produce sus patentes con bastante posterioridad; y rodea al invento de un misiticismo que esconde muchas incorrecciones.

El hecho descabale en todo esto es la relación de pesos de ésta cúpula con otras de similares luces pero construidas con fábrica e incluso con hormigón armado (de la época).

Veamos uno de los ejemplos dados por el propio Bauersfeld.

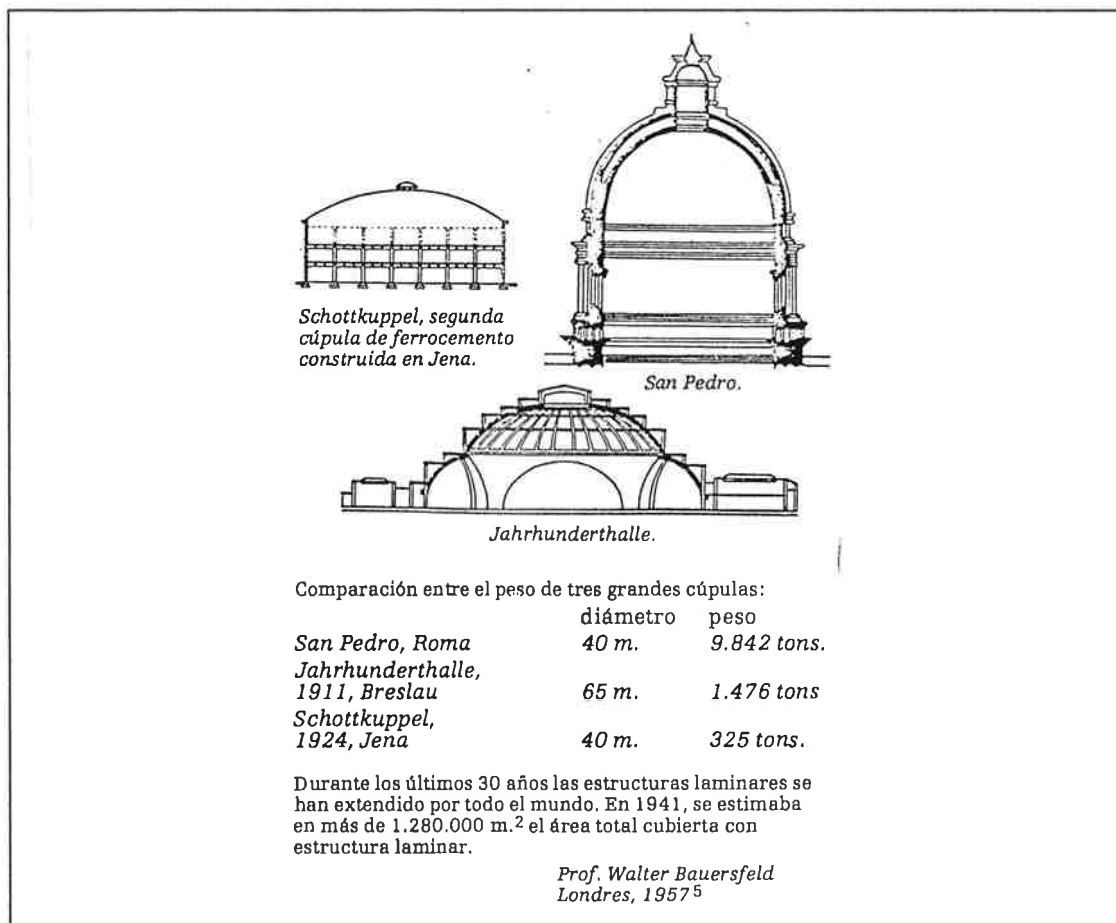


Fig. - 32

Pero aún más esclarecedor es la gráfica que nos define una relación más genérica de pesos de cúpulas.

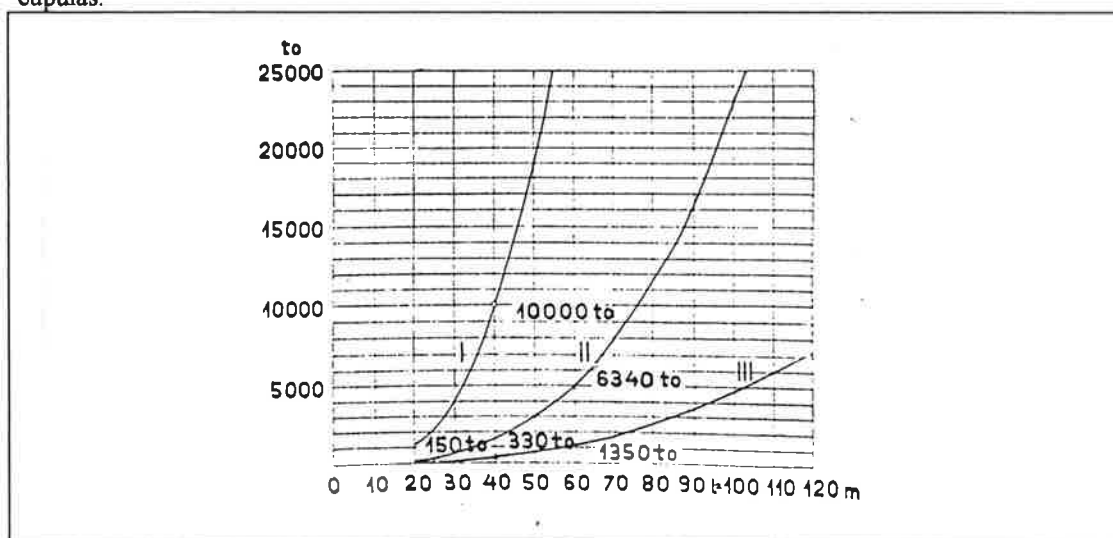


Fig. - 33 165

165 c.f., Rguez. Avial Azcúnaga, M.; "Planetarios" *Arquitectura*; 1932; pp. 144-152.

Son interesantes las anotaciones del sistema constructivo:

"Las barras de hierro que forman el enrejado de la malla son de sección rectangular de 22 por 8 milímetros y tienen unos 60 cm. de longitud; cada 5 ó 6 de estas barras van unidas por tornillos tensores: estas constan de dos discos metálicos y un sólo tornillo. En el

Las curvas I, II y III hacen referencia precisamente a los tres tipos antes indicados: la I, las tradicionales de fábrica; la II, de hormigón armado como la de Breslau; y la III, las ligeras de barras.

Este tipo de sistemas industrializados cerrados ahora no sólo no nos sorprende, sino que es uno de los procedimientos más usados hoy en día.

Lo destacable es que en los años 20 *lo ligero* ya se van convertido en un concepto propio de la arquitectura y la ingeniería del s. XX; y que seguirá siéndolo el próximo siglo. En último término, los motivos son económicos, como lo es también el paso de la bóveda de cañón del románico a la de crucería del gótico. Pero no olvidemos que detrás siempre hay un modo global de pensar que es el que determina las decisiones (quizás Italo Calvino, en sus *-Seis Propuestas para el Próximo Milenio-*, pueda explicar mejor que yo éste punto).

En 1931, Adolf Voigt¹⁶⁶ hace también investigaciones teóricas sobre proporciones óptimas de puentes cercha de acero para ferrocarril. Utiliza también los *-coeficientes de construcción-* usados por Melan. Trabaja sobre la cercha Warren. Plantea el canto óptimo mediante la derivada del volumen respecto al canto de la cercha. Llega a inclinaciones óptimas para las diagonales del orden de unos 60 grados con la horizontal.

En los años treinta se vuelve a dar una mejora sustancial en los aceros de alta resistencia. Es la época del Golden Gate o del George Washington. Los aceros trefilados comienzan su desarrollo, que llega a su tope en los años 60 (el Verranzo Narrows se finaliza en 1964). En esos años se llega ya a los valores actuales de límite elástico de estos aceros que andan entre 15.000 y 18.000 kp/cm² (en aceros de pretensar se llega a valores de 19.000 kp/cm²).¹⁶⁷

Ya hemos citado a J. A. L. Waddell antes. No obstante, sus publicaciones más importantes del tema se van a producir en los años 30. Es sin duda una de las grandes fuentes de producción de fórmulas empíricas. A través de él pasan muchas fórmulas a los manuales de los años 50 y 60. De él tenemos tres artículos de gran interés. Curiosamente, es esos manuales se hace una sucinta referencia; cuando el volumen e interés de la información aportada es elevadísimo.

Las primeras aportaciones importantes de Waddell las encontramos dentro de su libro *-Bridge Engineering*¹⁶⁸ de 1916; dentro de los capítulos XIV y LXVIII. La información procede de un pequeño tratado anterior también suyo de 1897 y titulado "De Pontibus".

Entre mediados de los años 10 y durante los años 20 hubo una gran profusión en la construcción de puentes. Muchos de ellos fueron puentes voladizo (Cantilever Bridges); muchos de los cuales fueron proyectados en su oficina. A partir de esos trabajos es capaz de **recopilar gran número de datos** sobre construcciones de éste tipo. Esa información es procesada, **formulando leyes empíricas y estudiando las proporciones más económicas de ese tipo de puentes**, y sacada a la luz en 1933; en el primero de sus artículos que analizaremos. Este trabajo engloba a los primeros estudios y es mucho más amplio y sistemático. Después vienen otros dos artículos que abarcan ya otros tipos estructurales. Van a publicarse en 1936 y 1938. De esto dos, el primero es sin duda el más importante; el enfoque del primer estudio se

planetario de Jena, que fué donde se empleó este sistema para cúpulas de 25m. de diámetro, las barras se acoplaron fácilmente en ocho días por sólo cuatro obreros, mediante un andamio giratorio colocado en el interior. El enrejado se rellena con alambres. La superficie interior se reviste con tablas de entarimado y se proyecta desde fuera el hormigón por el procedimiento Torket de aire comprimido. (...), basta decir que el espesor total es la 250ª parte del diámetro, relación aún menor de la que existe entre una cáscara de huevo de gallina y el diámetro correspondiente."

Las dos figuras anteriores provienen de:

Bauersfeld, Walter, "Projection Planetarium and Shell Construction"; Instituto de Ingeniería Mecánica de Londres; 10 de Mayo de 1957. (Zeiss System).

¹⁶⁶Voigt, Adolf. "Die günstigsten Höhen der als Strebenfachwerke Ausgebildeten Hauptträger eiserner Eisenbahnbrücken". *Die Bautechnik*. Vol. 9. 1931.

¹⁶⁷En el apartado de materiales describimos las últimas investigaciones sobre el acero, que han ido dirigidas no a una mejora de la resistencia sino a mejorar su tenacidad y su durabilidad.

¹⁶⁸J. A. L. Waddell; *Bridge Engineering* (chp. XIV y LXVIII) 2 Vol.; 1916, N. Y.; New York; John Wiley and Son.

aplica a otros tipos estructurales y se obtienen gráficas ya bastante completas. El último matiza cuestiones y estudia la economía de la sección transversal del puente.

ECONOMIC PROPORTIONS AND WEIGHTS OF MODERN HIGHWAY CANTILEVER BRIDGES¹⁶⁹.

Se cubre un estudio *hasta luces de 1200 pies (360m)* en el vano principal. *A partir de ahí, nos dice, es más económico plantear puentes colgantes.*

A pesar del título, añade también alguna información sobre puentes resueltos con *cerchas*. La razón es que, como nos dice, éste es el tipo utilizado *cuando las luces son más pequeñas.*

En la introducción nos habla de otra serie de trabajos de este tipo realizados por otros autores. Este es el caso de Edgar Marburg, Henry S. Jacoby, William Barr y D.B. Steinman. Sus trabajos son de tipo teórico y, según el, presentan serias discrepancias con la realidad debido a los modelos adoptados (que necesariamente han sido simples debido a la gran complejidad real del problema). Son éstas deficiencias las que le llevan a plantear un método práctico que sirva a la vez para chequear los resultados de esos otros investigadores.

Notas Previas.

Dentro de su primer tratado, "De Pontibus", realizado para -cantilevers- de ferrocarril de una sola vía, articulados y de acero -carbon steel-, llega a las siguientes proporciones económicas:

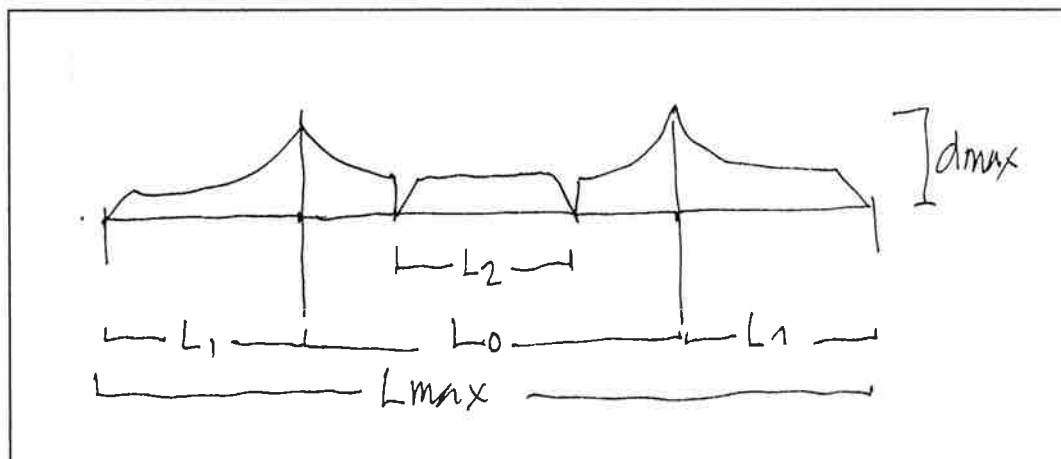


Fig.- 34 170

A- $L_2 = 3/8 L_0$

B- $L_1 = 2/10 L_{max}$

C- Si L_0 fuese un dato fijo; $L_1 \geq 1/4 L_0$, o, $L_1 \geq 15/100 L_{max}$.¹⁷¹

D- $d_{max} \leq 15/100 L_0$.

En este tipo de puentes, de finales del XIX, el tablero era de poca importancia, y las cargas de peso propio no eran las que gobernaban el diseño. Pero la situación cambia con el tiempo. Las luces crecen y, simultáneamente, el tablero cobra mucha mayor importancia. A partir de casos reales, se dan cuenta que esas primeras conclusiones no son válidas ya. Eso es lo que le empuja a hacer un nuevo estudio para los nuevos puentes (o puentes modernos que dice él).

¹⁶⁹Waddell, J.A.L. "Economic Proportions and Weights of Modern Highway Cantilever Bridges". *Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Transactions*, Vol. 59, n° 98; Paper 1845, 1933. BEC.

¹⁷⁰Las hemos representado gráficamente por nuestra cuenta para que puedan ser leídas con más rapidez.

¹⁷¹Es digno de mención el que ésta tercera condición se fija por -aesthetic reasons-.

WEIGHTS OF METAL IN STEEL TRUSSES¹⁷².

Sigamos entonces con el segundo artículo. Condensa y amplía trabajos los anteriores.

El artículo analiza el peso propio en **estructuras de barras** de varios tipos, y nos da dos tipos de datos:

1- Tablas para obtener la **relación** de peso propio frente a peso total, por unidad de longitud. Si llamamos ϕ_L a la carga por unidad de longitud y seguimos usando el factor ϕ para medir rendimientos (en este caso lineal); hablamos de la relación:

$$\phi = \phi_{L(DL)} / (\phi_{L(LL)} + \phi_{L(DL)})$$

2-También se dan algunas tablas más generales (3(a), 3(b), 4 y 5) en las que se da directamente el valor del **peso propio** $\phi_{L(DL)}$ por metro lineal; sin referirlo al total.

Es válido para estructuras de acero (carbon steel and silicon steel) y para puentes tipo cercha, voladizo y arco; tanto para carreteras como para vías de ferrocarril. No se dan datos, sin embargo, de puentes colgantes¹⁷³. La modificación de las fórmulas puede usarse para trabajar con aceros especiales (de hasta $\approx 7000 \text{ kp/cm}^2$ en la época) para estructuras de proporciones de económicas¹⁷⁴.

El proceso para obtener las gráficas es **empírico**, a través de estructuras construidas; si bien se han contrastado los resultados con otros casos.

De nuevo subrayar el hecho de que se considera el conocimiento del peso propio de la estructura como un problema de primer orden.

Es consciente de la aproximación de los resultados, pero son perfectamente válidos en una primera aproximación con diseños habituales.

Al igual que hacía Thorpe, pero de manera menos explícita, considera la variación transversal obteniendo gráficas para distintos casos frecuentes tanto de ancho de vía como de tipo de carga (autopista o ferrocarril); recomendando la interpolación o extrapolación para situaciones distintas a las tabuladas¹⁷⁵.

En las fig. del texto 1(e), 1(f), 3(a) y 5; el peso de la estructura incluye el peso del elementos sobre el arco.

¹⁷²Waddell, J.A.L.; "Weights of Metal in Steel Trusses"; *Proceedings of the ASCE; Transactions*; Vol. 101, 1936, pp. 1-30

¹⁷³El problema radica en que pretende obtener pesos por unidad de longitud en vez de pesos totales, y éste es especialmente difícil para éste tipo.

¹⁷⁴"...to cover uneconomic proportions."; pp. 1. Vemos claramente como la variable proporción ha estado siempre en mente de los proyectistas como algo básico para la economía (peso propio) de una estructura.

¹⁷⁵En esos casos, el ancho de las dos aceras se computará en el ancho total según su semisuma.

Dentro de los puentes voladizo se distinguen dos tipos.

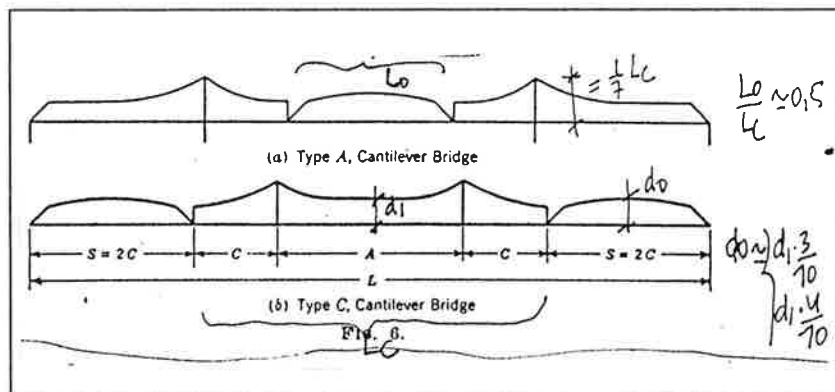


Fig. - 35

Aclaraciones sobre la CARGA TOTAL.

Como en otros casos; se considera suma de las cargas exteriores (suma de las cargas -vivas- y las de impacto) y las de peso propio (suma de las del tablero y la estructura principal). No se incluyen tampoco peso de anclajes, aparatos de apoyo o pilas.

USO DE LAS TABLAS.

El modo de usar las tablas es nuevamente sencillo. Los datos de partida son la luz, el tipo da carga (tren o automóvil y clase), el ancho de la calzada y las aceras, y el tipo de acero.

Entrando con esos datos en las tablas se obtiene el peso propio por unidad de longitud de modo absoluto o relativo.

En los casos genéricos en los que se da el peso de manera absoluta necesitamos la ayuda de tablas adicionales¹⁷⁶. Con ellas ya podemos determinar el peso propio por unidad de longitud del tablero. Después, y con las misma tablas, se evalúa el total de las cargas exteriores, incluyendo las de impacto. Sumando todas las cargas obtenemos la carga total.

En el caso de los puentes en voladizo con tres tramos, la determinación de la carga exterior media (por unidad de longitud), se hace del siguiente modo: la carga media de cada tramo se multiplicará por su correspondiente longitud, y el resultado total se dividirá por la suma de todas las longitudes. Esto será necesario hacerlo siempre en las puentes voladizo para el uso de las tablas con resultados relativos¹⁷⁷.

Correcciones de los datos obtenidos.

A la hora de obtener las curvas se han usado “**proporciones económicas**” (es decir, proporciones óptimas). **Es una de las partes de más interés del trabajo.** En caso de ser proporciones distintas, se han de corregir los resultados con los siguientes factores:

¹⁷⁶Waddell, J.A.L.; op. cit.; pp. 896,893 y 895 (Tab. 2, fig. 1 y 3).

¹⁷⁷De nuevo se vuelve a encontrar con problemas a usar valores de peso por unidad de longitud. Esto funciona bien sólo cuando la sección longitudinal varía poco; u aún así tiene problemas.

1- CORRECCIONES POR VARIACIÓN DE PROPORCIÓN Y/O ESBELTEZ DENTRO DEL TIPO.

1a- Puentes -Voladizo- tipo C.

Se ha supuesto una luz extrema de 0.36 veces la luz total; valor que da la mayor economía. Los factores de corrección para otros casos se indican en la siguiente tabla.

| TABLE 1.—MODIFICATION FACTORS FOR UNECONOMIC LAYOUTS OF TYPE C CANTILEVERS | | | |
|---|--|---|--|
| Ratio of length of anchor span to total length of structure | Multiplier for weight given by diagram | Ratio of length of anchor span to total length of structure | Multiplier for weight given by diagram |
| 0.31 | 1.10 | 0.35 | 1.01 |
| 0.32 | 1.08 | 0.36 | 1.00 |
| 0.33 | 1.06 | 0.37 | 1.05 |
| 0.34 | 1.04 | 0.38 | 1.19 |

Tab.- 14

Como se ve, se habla de proporción de forma muy limitada y distinta a la que hemos definido nosotros como variable. Sólo se está considerando la relación de luces y no la de cantos. Esta seguramente no se olvida, sino que se da por supuesto que se mantiene dentro de una esbeltez habitual.

1b- Puentes Arco.

Para arcos bi y triarticulados, las esbelteces óptimas (flecha /luz) están en los siguientes valores:

| | |
|--|---------------|
| Arcos continuos(Solid-Rib structure) | 0.175 a 0.225 |
| Arcos triangulados(Braced-Rib structure) | 0.200 a 0.250 |
| A. con tablero superior.(Spandrel-Braced str.) | 0.225 a 0.275 |

Es decir, mirándolo como (luz/flecha) tenemos valores de entre 3.6 y 5.7.

Si el grado de articulación es menor recomienda incrementar los valores anteriores en 0.05.

El grado de variación del peso por desviación de éstas proporciones no está estudiado; aunque piensa que tampoco es muy relevante.

1c- Puentes Cercha.

Si llamamos w_o al peso unitario longitudinal para la proporción económica (óptima) y w para otra distinta; λ_o a la esbeltez óptima y λ para otra distinta (se supone siempre que menor que λ_o); y γ_λ al factor corrector por la esbeltez¹⁷⁸:

Supone que el peso total se reparte de manera similar entre los cordones y el alma. El peso del cordón varía casi de manera inversamente proporcional a la esbeltez; y el peso del alma varía casi de forma proporcional a la esbeltez. Según esto tendremos:

$$w_o = (w/2 * \lambda_o/\lambda) + (w/2 * \lambda/\lambda_o); \text{ ec.- 17}$$

Y, por tanto, el factor corrector será igual a:

$$\gamma_\lambda = w_o/w = 1/2(\lambda_o/\lambda + \lambda/\lambda_o); \text{ ec.- 18}$$

¹⁷⁸ Hemos respetado todo el razonamiento, pero se ha cambiado la nomenclatura para poder ver mejor las correlaciones con nuestro razonamiento.

La formulación es brillante; y llega, por un camino no estrictamente cierto, a conclusiones similares a las que propendremos.

2- VARIACIONES POR MATERIAL. (CAMBIO DEL TIPO DE ACERO)

2a. Cambios de acero en cerchas.

Los valores de los aceros más empleados entonces son:

Tipo de acero. Límite elástico.(lb/sq.in.) Límite elástico.(kp/cm²)

Carbon Steel¹⁷⁹: 16.000 1.125

Silicon Steel: 45.000 3.164

Alloy Steel¹⁸⁰: 70.000 4.922

Para correcciones en el caso de aceros del tipo -Alloy Steel-, con un factor que denominaremos γ_{σ} , nos da los siguientes factores:

si partimos de los valores de las tablas para el -Silicon Steel-, y llamando: $\gamma_{\sigma i} = 45.000/\sigma_{\text{ALLOY STEEL}}$, se dan una serie de factores correctores totales que dependen de la luz.

Luz(pies) factor corrector ($\gamma_{\sigma f}$)

<500 $0.3 + (0.7 * \gamma_{\sigma i})$

500<L<1000 $0.25 + (0.75 * \gamma_{\sigma i})$

>1000 $0.2 + (0.8 * \gamma_{\sigma i})$

Como vemos, hay una parte lineal que varía proporcionalmente con el límite elástico del material, y hay otra parte no lineal. La parte lineal crece con el tamaño, mientras que por contra la no lineal disminuye¹⁸¹. El factor total afecta más cuanto mayor sea la mejora del acero¹⁸².

2b- Variaciones de material para otros tipos.

Las correcciones por material las considera como válidas para cualquier tipo, no sólo las cerchas.

¹⁷⁹Las tablas de peso se han confeccionado con este valor; sin embargo, hay -carbon steel- con límites elásticos de 18.000 y hasta 20.000.

¹⁸⁰Este valor tampoco es único y depende del tipo de aleación; aunque siempre es mayor que los anteriores.

¹⁸¹La razón de que todo ello no sea lineal es que al cambiar de acero nunca varío sólo las propiedades del material, sino que también altero configuraciones de forma a nivel de pieza (pandeo). Por eso aparecen esos dos factores en las fórmulas empíricas.

¹⁸²Hay que decir que las variaciones en los tres casos son pequeñas, y el factor final puede considerarse básicamente como proporcional a $\gamma_{\sigma i}$. Esto se aprecia bastante bien comparando los gráficos del texto fig. 1c y fig. 1d.

CHEQUEO DE LAS RESULTADOS CON CASOS REALES.

Las fórmulas y datos empleados han sido comparados con casos reales, por el autor y su compañía, durante 20 años. Los resultados han sido satisfactorios. Los datos de éstas comparaciones nos las da en la siguiente tabla:

| Structure | Type of bridge | Type of span | Width of roadway, in feet* | Foot-walks | | Span length, in feet | Total load of bridge, in pounds per linear foot | TROSS METAL | | PER-CENTAGE RATIOS | |
|-----------------------|----------------|--------------|----------------------------|------------|----------------|----------------------|---|-----------------------------------|---------------|--------------------|-----------------|
| | | | | Number | Width, in feet | | | Weight, in pounds per linear foot | Kind of metal | Computed | From the curves |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) | (11) | (12) |
| Springfield, Mass. | Highway | Fixed | 54 | 2 | 8 | 163.3 | 5 730 | 858 | Carbon | 15.0† | 12.9 |
| Saratoga Lake, N. Y. | Highway | Fixed | 20 | 1 | 5 | 200.0 | 6 500† | 800† | Carbon | 12.4† | 12.8 |
| Tombigbee River, Ala. | Railway | Fixed | One* | .. | .. | 207.0 | 14 100 | 2 160 | Carbon | 15.3 | 14.5 |
| Tombigbee River, Ala. | Railway | Lift | One* | .. | .. | 161.0 | 15 940 | 1 810 | Carbon | 11.4 | 11.3 |
| Albany, N. Y. | Highway | Fixed | 42 | 2 | 6 | 222.0 | 13 320 | 2 174 | Carbon | 11.9 | 12.0 |
| Albany, N. Y. | Highway | Lift | 42 | 2 | 6 | 341.0 | 19 400 | 3 090 | Silicon | 16.0 | 16.0 |
| Jacksonville, Fla. | Highway | Fixed | 40 | 2 | 6 | 264.0 | 14 230 | 2 400 | Carbon | 16.8 | 16.3 |
| Jacksonville, Fla. | Highway | Fixed | 40 | 2 | 6 | 264.0 | 13 680 | 1 800 | Silicon | 13.2 | 12.5 |
| Portsmouth, N. H. | Highway | Fixed | 28 | 1 | 6 | 297.1 | 4 340 | 870 | Carbon | 20.0 | 20.6 |
| Portsmouth, N. H. | Highway | Lift | 28 | 1 | 6 | 297.1 | 4 660 | 996 | Carbon | 21.3† | 20.6 |
| San Mateo, Calif. | Highway | Fixed | 27 | .. | .. | 297.5 | 7 620 | 1 620 | Carbon | 21.3 | 20.0 |
| Newark Bay, N. J. | Railway | Lift | Two* | .. | .. | 299.0 | 26 450 | 3 700 | Silicon | 14.0 | 14.2 |
| Newark Bay, N. J. | Railway | Lift | Two* | .. | .. | 210.8 | 27 690 | 2 630 | Silicon | 9.6 | 9.5 |
| Bath, Me. | Highway | Fixed | One* | .. | .. | 330.0 | 21 460 | 4 024 | Silicon | 18.7 | 18.6 |
| Lexington, Mo. | Highway | Fixed | 20 | .. | .. | 408.0 | 6 952 | 2 040 | Carbon | 29.3 | 29.3 |
| Lexington, Mo. | Highway | Fixed | 20 | .. | .. | 246.0 | 6 290 | 1 092 | Carbon | 17.3 | 17.0 |
| Cape Cod Canal, Mass. | Railway | Lift | One* | .. | .. | 544.0 | 14 920 | 4 830 | Silicon | 32.7 | 32.2 |
| Charleston, S. C. | Highway | Cantilever | 20 | .. | .. | 640.0 | 6 284† | 1 726† | Silicon | 27.5† | 27.2 |
| Charleston, S. C. | Highway | Cantilever | 20 | .. | .. | 1 050.0 | 7 841† | 2 971† | Silicon | 37.9† | 37.0 |

* Number of tracks indicated for railway bridges.

† Average for two trusses of different live loadings in the same span.

‡ See reference to this item in the text.

Tab.- 15

De la tabla se desprenden las siguientes conclusiones:

- 1- Las desviaciones medias de las resultados, sin considerar signos, para los valores de peso relativos son del 0.4 %.
- 2- Si tengo en cuenta sólo los incrementos, la variación media es del 0.3%.

Es decir, las tablas están algo por debajo de la media. La razón para que ocurra esto es que las tablas fueron sacadas de estructuras bastante óptimas a nivel de material; lo cual obviamente no siempre sucede.

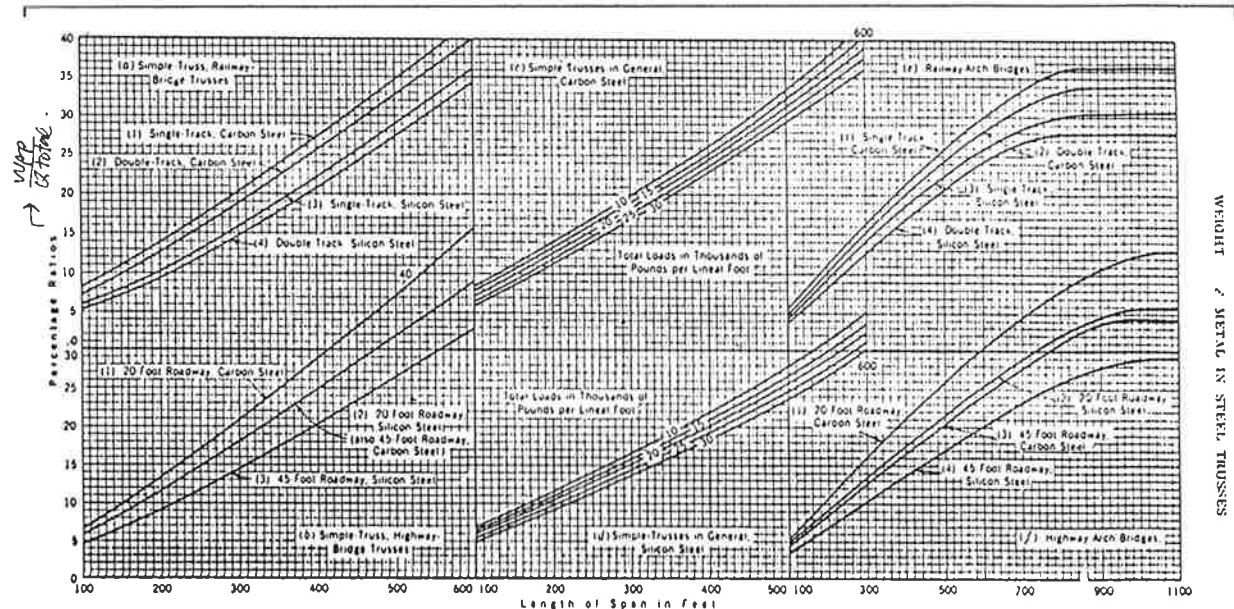


FIG. 1.—PERCENTAGE RATIO OF WEIGHTS OF METAL PER LINEAR FOOT, FOR TWO BRIDGE TRUSSES, IN RELATION TO THE TOTAL LOADS PER LINEAR FOOT CARRIED BY SUCH TRUSSES.

Fig.-36

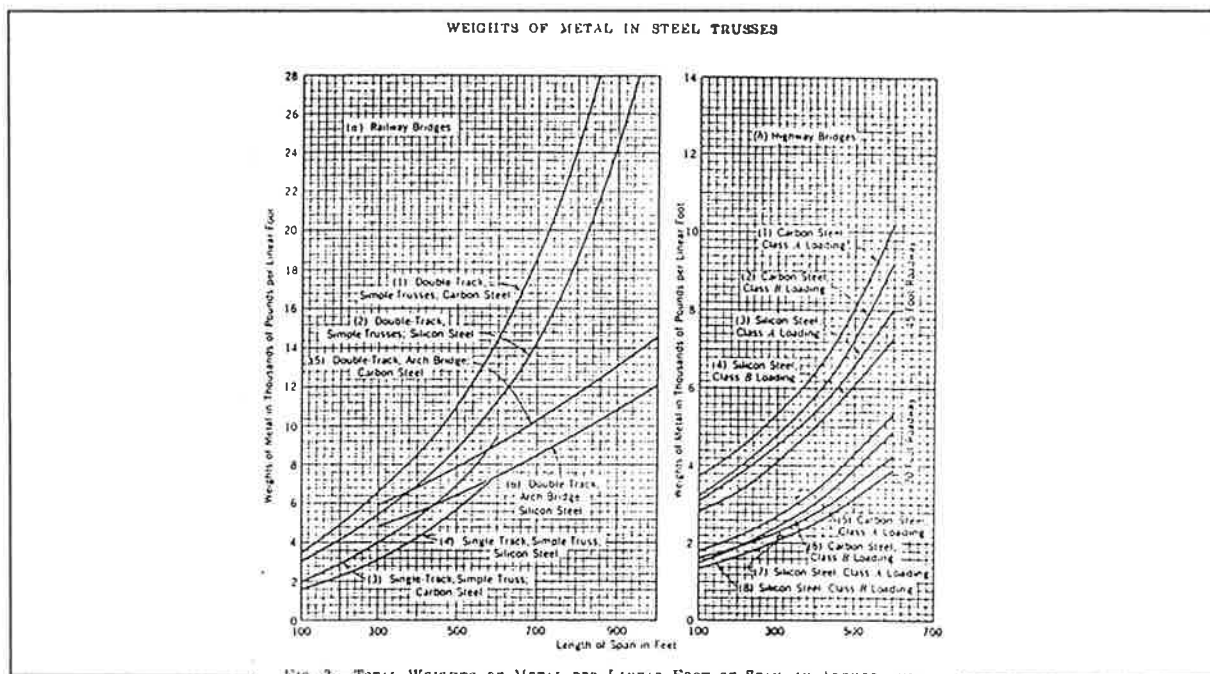


FIG. 3.—TOTAL WEIGHTS OF METAL PER LINEAR FOOT OF SPAN, IN ARCHES AND SIMPLE TRUSS SPANS.

Fig.-

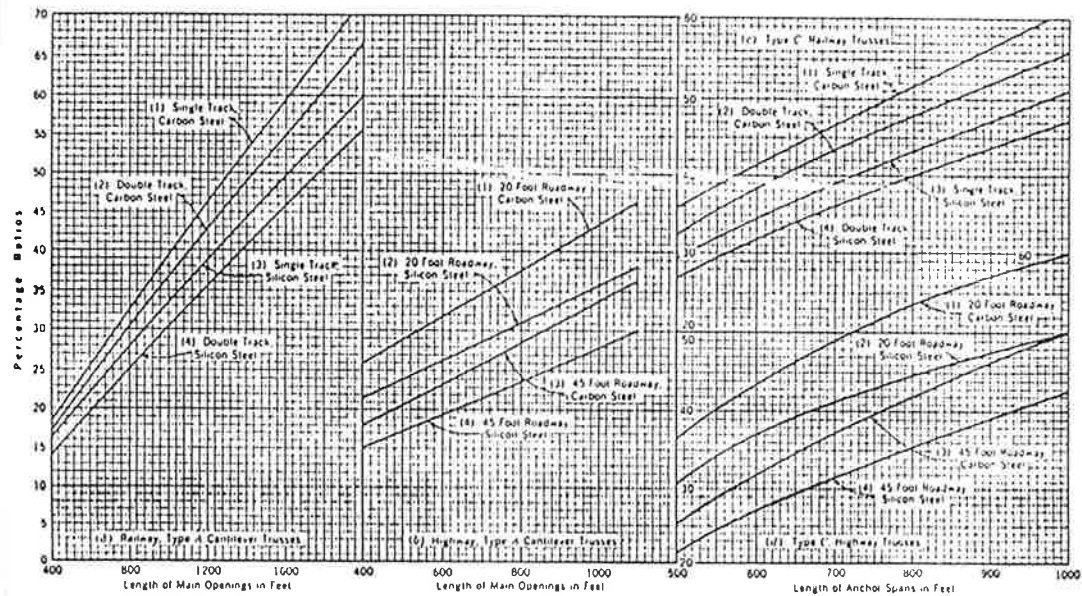


FIG. 2.—PERCENTAGE RATIO OF WEIGHTS OF METAL PER LINEAR FOOT, FOR TWO CANTILEVER BRIDGE TRUSSES, IN RELATION TO THE TOTAL LOADS PER LINEAR FOOT CARRIED BY SUCH TRUSSES.

fig. - (f70)

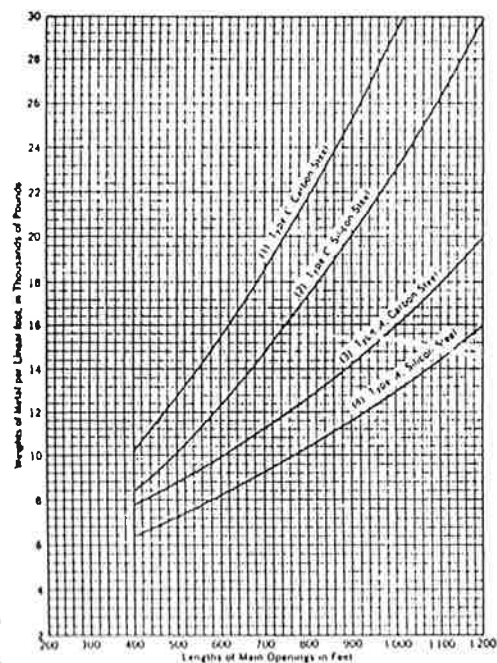


FIG. 4.—TOTAL WEIGHT OF METAL PER LINEAR FOOT OF SPAN, IN DOUBLE-TRACK, RAILWAY, TYPE A AND TYPE O CANTILEVER BRIDGES.

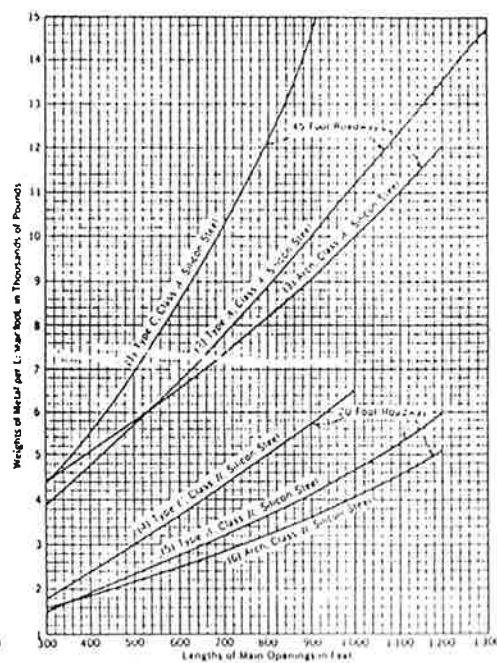


FIG. 5.—TOTAL WEIGHT OF METAL PER LINEAR FOOT OF SPAN, IN HIGHWAY BRIDGES, INCLUDING TYPE A AND TYPE O CANTILEVERS.

WEIGHTS OF METAL IN STEEL TRUSSES

Fig. - 38

DISCUSIONES

El artículo finaliza en éste punto. Después aparece un apartado de debate, en el cual opinan distinguidos miembros de la profesión. Su interés es muy alto, por lo que intentaremos resumir los aspectos más destacables de cada carta. Opinan diversos autores y de aspectos varios, pero sólo hablaremos de aquellos que tienen relación directa con nuestro trabajo.

Clarence D. Foight.

Señala con mucho acierto que en las curvas construidas empíricamente faltaría dar, además del tipo básico, la esbeltez de los elementos usados, el número de divisiones de las cerchas y el tipo de triangulación diagonal usado en cada caso concreto. Waddell nos dice que se han confeccionado con estructuras de -proporciones económicas-; pero no nos dice cuáles son éstas.¹⁸³

Es decir, nos está indicando una serie de variables que influyen en el problema y que no se han diferenciado a la hora de montar los gráficos.

En éste sentido, el autor ha realizado este tipo de estudios para el caso de cerchas de cordones paralelos.¹⁸⁴

Es problema es atacado de manera mucho más rigurosa. Nos da valores lineales de peso propio para tres esquemas internos de cerchas. Con la siguiente ecuación, y con la ayuda de unas gráficas (ver fig. siguiente); podemos ver como varían éstos valores.

$$q \cdot 3.4(1+p)L(K/n^2)$$

$$w = \frac{q \cdot 3.4(1+p)L(K/n^2)}{\sigma_b - 3.4(1+p)L(K/n^2)} ; \text{ ec.- 19}$$

$$\sigma_b - 3.4(1+p)L(K/n^2)$$

donde:

w= peso propio medio de la cercha por pie lineal¹⁸⁵.

q= carga soportada total por pie lineal. (suma de la parte de peso propio del tablero y de las cargas exteriores; pero sin contar ni el peso de la cercha ni los arriostramientos)

p= proporción de detalles de la sección tipo de la barra.¹⁸⁶

L= Luz total de la estructura.

σ_b = tensión admisible media de la sección bruta¹⁸⁷.

n=número de módulos de la configuración interna.

K= factor de forma dependiente¹⁸⁸ de la esbeltez $\lambda=d/l$ del recuadro.(ver fig.-)

El grado de aproximación de la fórmula se supone que es del 5%.

¹⁸³Foight, seguramente, desconoce su primer artículo de 1933. Allí aparecen datos de ese tipo.

¹⁸⁴Este tipo de estructuras se usó profusamente en EE.UU. entre los años 1925-35; demostrando ser altamente competitivas para estructuras de puentes de gran luz.

¹⁸⁵No se incluyen las barras marcadas con líneas de trazos.

¹⁸⁶Los valores de -p- oscilan entre: 0.30 a 0.35 para conexiones con pasadores; y entre 0.35 a 0.40 para uniones con roblones. Estos datos vienen corroborados en trabajos posteriores como el de Waling.

¹⁸⁷El valor de la tensión bruta es del orden del 75% del de la sección neta (teniendo en cuenta los taladros). El acero de las tablas es el -Carbon Steel-; así, su límite elástico es de 16.000 lb/sp.in., y el valor de σ_b es de 12.000.

¹⁸⁸Salvo en el tercer caso, ésta variación es completamente lineal.

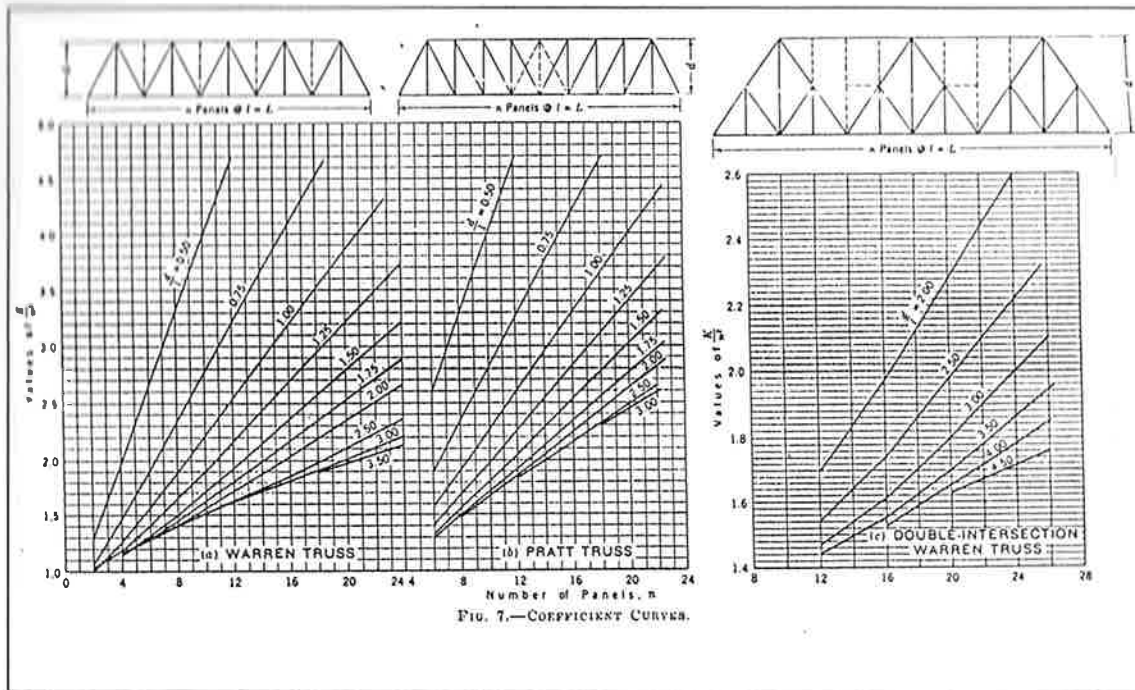


Fig.- 39

Hay un dato muy importante. Cada conjunto de curvas se saca de una cercha en la que va creciendo la luz; pero al hacerlo se mantiene el tipo de configuración interna de la estructura. Él observa que la proporción óptima varía con el número de paneles (lo cual es lógico por que en realidad existe un cambio de tipo estructural). No obstante, agrupa las agrupa por configuraciones del módulo base iguales (ángulos de las diagonales iguales).

Antes de pasar al siguiente autor es necesario extraer más información de sus conclusiones; procesándola de otros modos.

En primer lugar, veamos como son en cada tipo las estructuras con igualdad de valores en la ordenada K/n^2 . Si pasamos en cada caso de esbeltez local d/l , y con la ordenada constante, a el valor de esbeltez global, vemos que ésta se mantiene constante. Es decir, el factor K/n^2 no es más que una forma algo rebuscada de introducir la variable de esbeltez general $\lambda = L/d$.¹⁸⁹

El valor final de la tabla agrupa entonces dos valores de forma conjuntamente; el primero la esbeltez λ , y el segundo la configuración interna. Fijadas estas dos variables obtengo un valor de K/n^2 .

La ecuación que nos da el peso propio no es, desde luego, homogénea; lo cual nos hace pensar que el autor la ha obtenido de manera empírica.

Hacemos notar de nuevo el problema del valor de la tensión. Su valor es distinto, bastante más bajo, del de los acero ahora empleados. Al ser la fórmula empírica no tiene mucho sentido modificarla para otros valores.

Pero lo que si podemos hacer es usar nuestros conocimientos del problema para modificar los valores finales (partiendo inicialmente con sus valores de tensión). En este sentido, sabemos que la variación del peso dependerá de forma inversamente proporcional con el valor de las tensiones. Esto es exacto si suponemos que ello conlleva un cambio de la configuración de la sección para que los coeficientes de pandeo se mantengan. De lo contrario, para que siga siendo cierto, habría que introducir factores correctores (luego hablaremos de ello).

Por último, podemos representar gráficamente los valores de w para distintos valores de luz y de esbeltez. Tomaremos en todos los casos el valor medio de $-p = -0.35$. La variación de peso por el tipo de unión no será demasiado relevante.

En primer lugar, y a partir de las tabla originales, podemos llegar a las siguientes equivalencias:

¹⁸⁹La única discrepancia a esa relación lineal aparece en algunos de los primeros tramos del caso de la cercha Warren con doble-intersección. Más adelante daremos una explicación sobre ello.

a- Cercha Warren.

| | | | | | | | | |
|-----------|-----|-----|------|------|-----|------|-----|----|
| K/n^2 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 |
| λ | 5.6 | 8.6 | 11.8 | 14.8 | 18 | 20.8 | 23 | 26 |

b- Cercha Pratt

| | | | | | | | | |
|-----------|-----|-----|------|------|------|----|-----|---|
| K/n^2 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 |
| λ | 5.6 | 8.6 | 11.4 | 14.3 | 17.2 | 20 | 23 | |

c- Cercha Warren con doble intersección.

| | | | | | | | | |
|-----------|--------------------|------|------|---|-----|---|-----|---|
| K/n^2 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 |
| λ | 4.5 ¹⁹⁰ | 8.15 | 11.5 | | | | | |

Como vemos, y de acuerdo con lo ya dicho, en los tres casos obtenemos valores casi idénticos de λ para un mismo valor de K/n^2 .

Este hecho puede ser de entrada una sorpresa, pero tiene una sencilla explicación. Los tres tipos se diferencian en su configuración interna, pero sólo hasta cierto punto. Con más o menos números de montantes, lo que nunca se hace es utilizar ángulos de diagonales "malos". Todos están entre 30 y 60 grados, y en ese margen no tenemos una variación importante. Este es el motivo de la igualdad de esos valores y de que, en realidad, estemos hablando prácticamente de un mismo tipo.

Pero volvamos otra vez al tema de las discrepancias en el tercer tipo de cercha. Las desviaciones se producen en la primera parte, donde las esbelteces son muy pequeñas. Si comparamos este tipo con los otros dos podemos ver que la diferencia está simplemente en la mayor subdivisión de las diagonales. Dicho de otro modo, hay una mayor -densidad- en la configuración interna. Pero es relativa. En las esbelteces pequeñas (exactamente entre 4 y 8) es donde mayor es la diferencia de -densidades-, y donde nos aparecen las desviaciones. Hay que decir que difícilmente encontraremos una cercha de este tipo con esbelteces de menos de 8. Además, su diseño está pensado para luces mayores que la Warren normal. *En los casos construidos, la densidad absoluta es la misma.* Veamos con una figura estos conceptos de densidad relativa y absoluta.

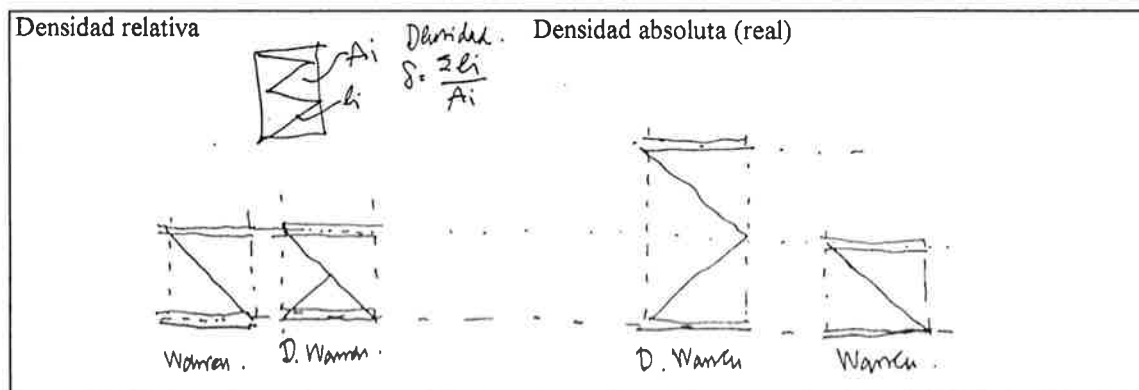


Fig.- 40

¹⁹⁰Vemos como es en ese valor, de la parte primera de la gráfica, donde aparecen las divergencias.

Esto nos da pie para proponer una hipótesis:

En una cercha de cordones paralelos, los parámetros de forma relevantes son la esbeltez global y la densidad absoluta de la cercha ($\delta_A = \Sigma l_i / A_i$) independientemente de la configuración mientras sus barras se mantengan dentro de unos límites razonable (30-60 grados).

Más adelante volveremos sobre ello partiendo de nuestros presupuestos.

Hay otro tema importante que antes hemos mencionado. En la fórmula no hay ningún factor que corrija el pandeo local en función de la luz. **Dentro de cada tipo el único parámetro es la esbeltez.** No hay más que ver como se construían estos puentes para adivinar la respuesta. Al crecer el puente de tamaño van creciendo las subdivisiones a nivel de sección, manteniendo los valores de pandeo dentro del mismo orden. Esto es lo real siempre. Por ello, los problemas de pandeo pueden quedar englobados de manera constante dentro, por ejemplo, del valor de las tensiones.

Tomaremos entonces, como valor único, la siguiente equivalencia:

| | | | | | | | | |
|-----------|-----|-----|------|------|------|------|-----|----|
| K/n^2 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 |
| λ | 5.6 | 8.6 | 11.6 | 14.5 | 17.6 | 20.4 | 23 | 26 |

Otra de las cosas que haremos será dividir los dos miembros de la ecuación por $-q$. De ese modo, los datos que obtengo son de rendimiento: relación entre el peso propio de la cercha y la carga que soporta. Hay que puntualizar que dentro de $-q$ se incluyen todas aquellas cargas de peso propio del tablero.

Al hacer esto me libero además del problema de la conversión de unidades: calculo primero el factor de rendimiento (adimensional), y luego puedo ya calcular el peso propio para una carga $-q$ en las unidades que desee.

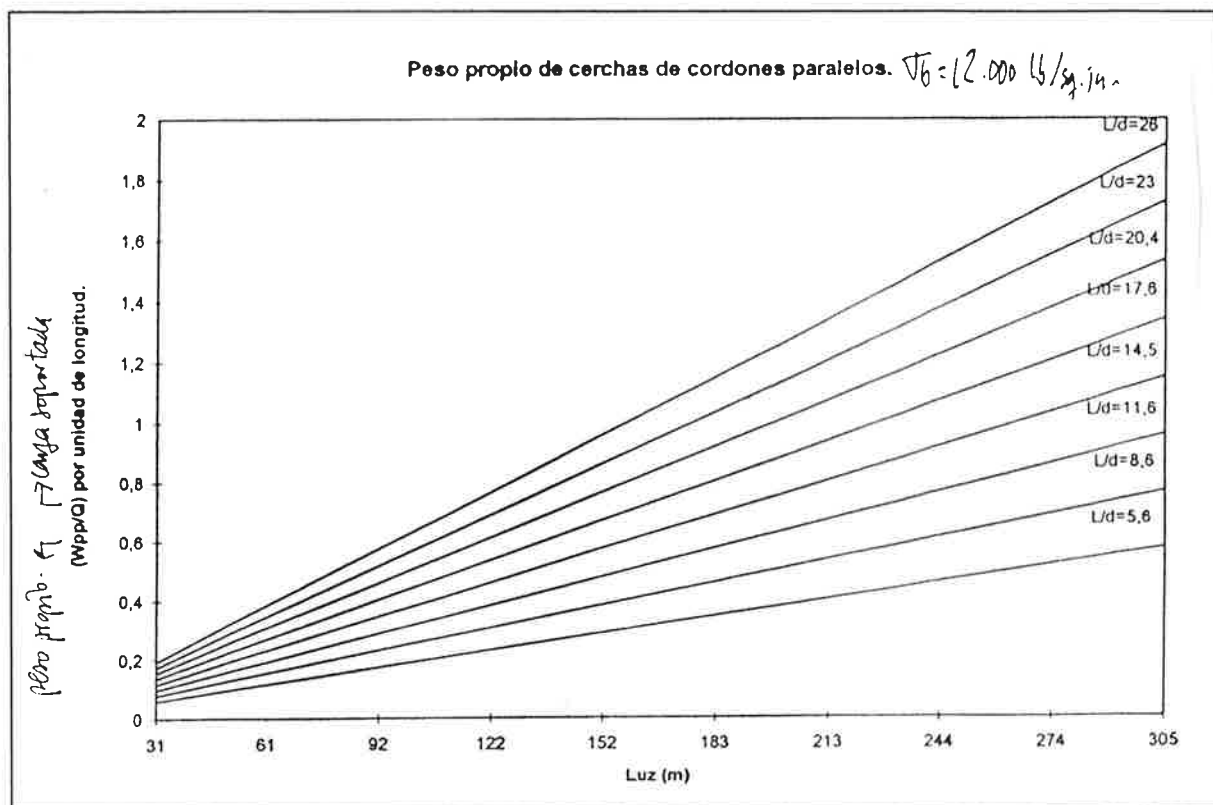


Fig.- 41

Volvemos a reseñar la potencia del gráfico. La única condición es moverse dentro de diseños racionales, con inclinaciones de barras de 30 a 60 grados. Cumpliendo esa condición, y con los únicos datos de luz y esbeltez, puedo obtener el factor de peso propio.

Faltaría, para compararlo con casos actuales (p. ej. con un A-42), tener en cuenta la variación de tensiones. Los gráficos tienen una $\sigma_b = 12.000 \text{ lb/sq.in.} = 844 \text{ kp/cm}^2$. Si tomamos un valor $\sigma_b = 1730 * 0.75 = 1300 \text{ kp/cm}^2$, habrá que corregir los valores anteriores con el factor $\gamma = 0.65$.

A. H. Fuller.

Es curioso que, al igual que otro, nos dice que la información aportada por Waddell es muy útil para los diseñadores noveles; y da por hecho que los proyectistas de experiencia ya tienen datos acumulados sobre la influencia del peso propio de la estructura. Es decir, el problema era ampliamente conocido pero no se había formulando en los textos.

Es interesante una reseña que nos da este autor. En 1932, Frank Kerekes preparó un artículo¹⁹¹ sobre el peso propio de cerchas biapoyadas para puentes de ferrocarril y carretera. En el se da la siguiente fórmula para el peso propio:

$$w = C * L + F ; \text{ec. - 20}$$

donde:

w=peso de acero (lb/ft)

L=luz (ft)

C y F son constantes.

Los valores de las constantes para diferentes casos son los siguientes:

CASO-a-C=4;F=500. Puentes de carretera roblonados, con ancho de calzada de 20 ft., tablero con losa de hormigón de 8in., y un tipo de carga exterior H-15.

CASO-b-C=10;F=1200. Puentes de una sola vía, roblonados, de ferrocarril, suelo "ordinario", y un tipo de carga E-60.

La fórmula la limita a luces entre 100 y 300 pies; lo cuál desde luego cubre un pequeño rango de las luces posibles.

Plantea además sugerencias para modificar el valor de las constantes por variaciones del tipo de suelo, ancho de calzada y carga exterior.

El planteamiento es muy elemental. Pero lo más importante es ver como se va poco a poco trabajando y perfilando una documentación hasta ahora desconocida o no sistematizada.

Observamos que plantea una variación lineal. Puede ser interesante ver gráficamente esa variación y que fuerza tiene la parte no lineal.

¹⁹¹Fuller, A. H.; Kerekes, Frank; Analysis and Design of Steel Structures; New York, 1933; Van Nostrand Co. (Más adelante volveremos sobre ese artículo de éste libro)

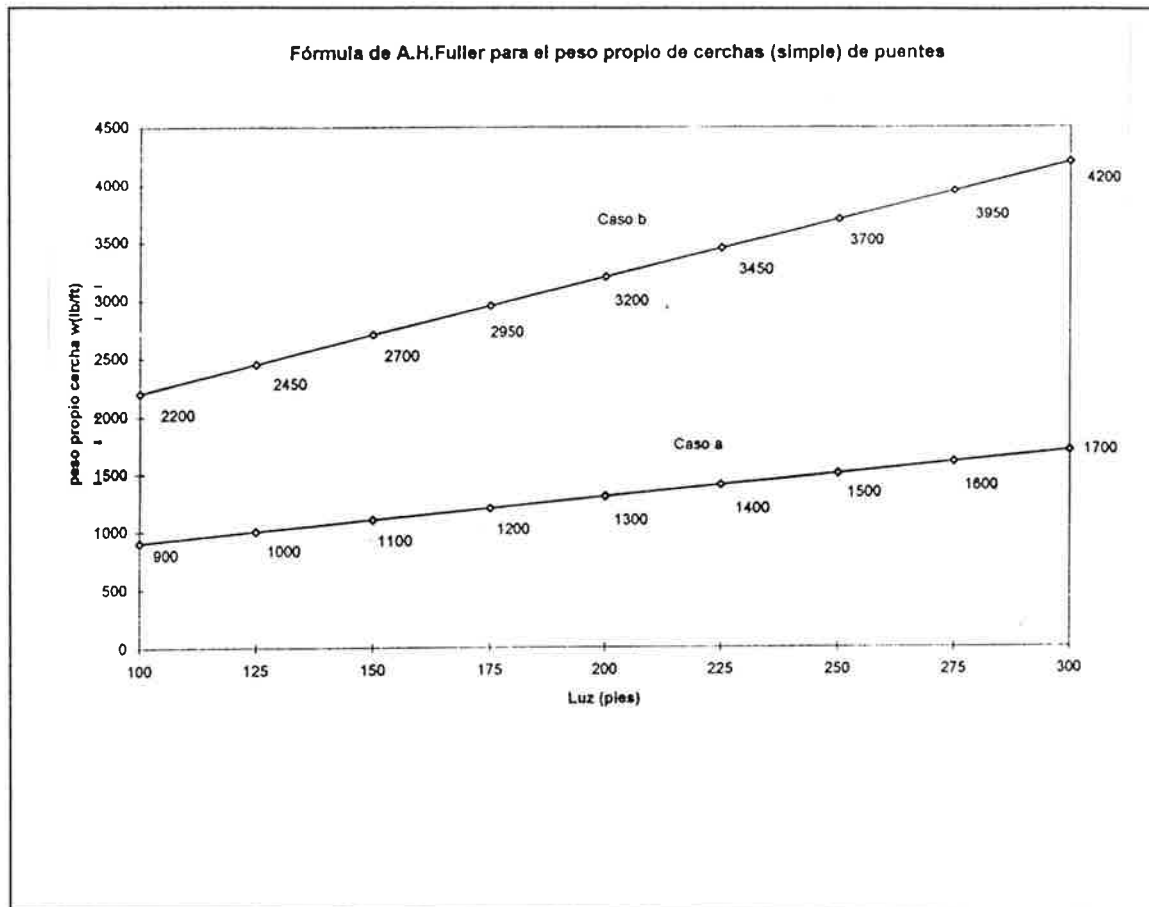


Fig.- 42

Fuller comparó estos valores con los obtenidos de la fig.3 de Waddell, obteniendo algunas diferencias. Las curvas de Waddell dan valores del orden de un 10% superiores; aunque esto es aún mayor en el caso de puentes de carretera. Las similitudes son mayores en con las fig. 1 y 2 (con valores relativos) de Waddell que con la fig.3 (de valores absolutos).

La explicación para él está en como se consideran los arriostramientos. Kerekes incluye dentro de -C*L-, el peso de la cercha y la parte de arriostramientos que varía con la luz; y en -F- en peso del tablero y la parte de atado que es independiente de la luz. Waddell separa siempre el peso de la cercha del resto. Ese 10% es considerado por Fuller como un valor bastante justo para la parte del arriostramiento que varía con la luz.

Curiosamente, y a pesar del escaso margen de validez de la fórmula, Fuller defiende la ecuación de Kerekes por su simplicidad frente a las gráficas; aunque reconoce la validez de los datos de Waddell.

William E. Wilbur.

Nos dice como viene usando desde hace años curvas confeccionadas por Waddell¹⁹², y otras similares¹⁹³, para estudios preliminares y para el cálculo de cargas de peso propio de diseño.

Plantea que quizás se pudiese avanzar si se diese el porcentaje de peso no en relación al total, sino en relación al total menos el peso de la cercha (tal y como lo plantea C.D. Foight). Esto es algo también observado por Fuller, ya que sus discrepancias venían en parte de que para calcular el peso total en las gráficas de Waddell, primero había que suponer el peso total de la cercha (con la fig.3). Wilbur, partiendo se ello, volvió a reprocesar las gráficas fig1(c) y 1(d) de Waddell. Este es el resultado.

¹⁹²Las dadas en su libro -Bridge Engineering-.

¹⁹³Subrayamos de nuevo el hecho de que el tema era algo de gran debate y actualidad. El trabajo de Waddell no sale de la nada.

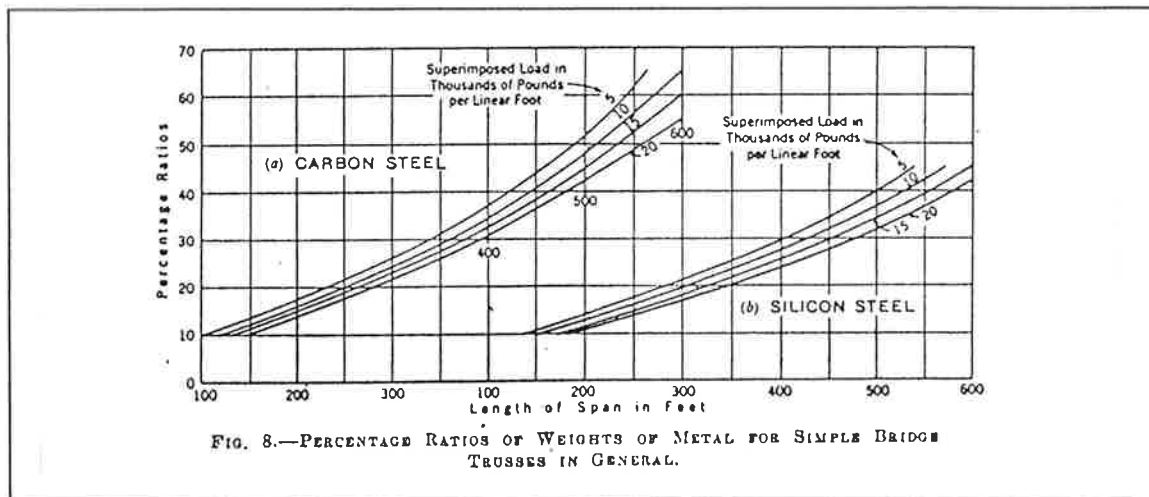


Fig.- 43

Los datos obtenidos casan bastante bien con los de su experiencia.

Además, para el **caso de cerchas de puentes de luces moderadas** realizados con -carbon steel- de 16.000 lb/sq.in., consiguió obtener una formula que se adapta bastante a los resultados.

$$w = (1/2 * L) + (w_t * L / 1600) ; \text{ ec. - 21}$$

donde:

w = peso de la cercha (lb/ft)

L = Luz (ft)

w_t = carga total por cercha¹⁹⁴, incluido su peso propio (lb/ft)

Waddell, en las curvas de la fig.1(c), da valores no estrictamente proporcionales; más acordes cuando la luzes /o las cargas son mayores.

Así mismo, señala que es caso de puentes de carretera con cargas no muy altas y de poca luz, los resultados de Waddell no se ajustan a la realidad y son demasiado altos.

W. N. Downey.

Realiza un serie de comentarios restringidos a los resultados para el caso de puentes biapoyados de carretera.

Se chequearon los datos de Waddell de acuerdo con las especificaciones de carga de la AASHO de 1931. Se consideran -carbon steel- (16.000 lb/sq.in) y la sección neta. El peso total del tablero se consideró del orden de 115 lb/sq.ft.. Con todo ello se llegó a una concordancia altísima con las curvas de Waddell de la fig.1(b).

Se aporta además una distribución de peso de cada elemento en función de la luz.

¹⁹⁴ Los valores de Waddell son para las dos cerchas.

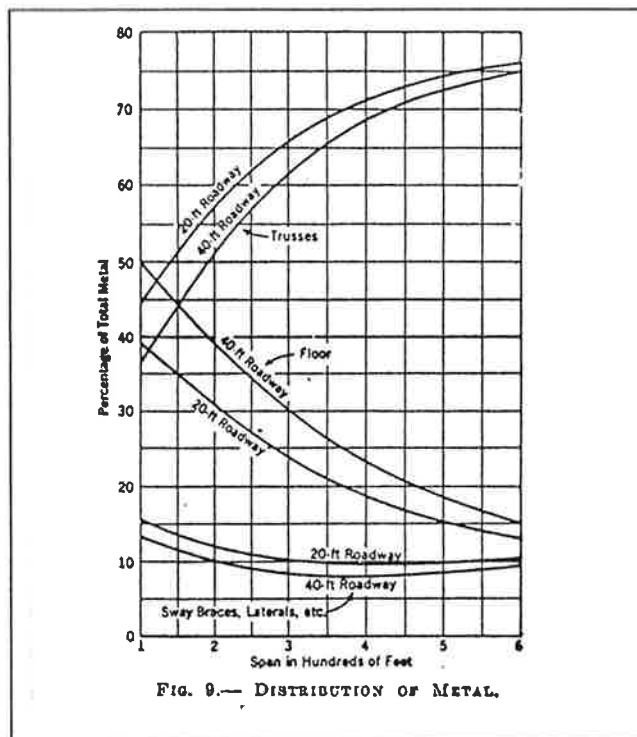


FIG. 9.— DISTRIBUTION OF METAL.

Fig. - 44

No se incluye en ninguno de los casos los pesos de barandillas y otros elementos auxiliares, aunque piensa que Waddell sí los incluye en su fig.3(b). Las concordancia en ésta última tabla para anchos de carretera de 20 pies son buenos en grandes luces, pero piensa que se quedan algo bajos en luces de menos de 300 pies.

Nos ofrece así mismo una fórmula para obtener el peso de acero de un puente de carretera de cualquier ancho a partir del de 20 pies de vía; según sigue:

$$w = C \cdot w_{20} ; \text{ec. - 22}$$

donde:

w = valor del peso para el nuevo ancho (lb/sq.ft)

w_{20} = valor del peso para el ancho de 20 pies (lb/sq.ft)

$C = 1 - b/100 (0.10 + (b/100 * L/500))$; siendo b el nuevo ancho.

Si se quiere hacer una transformación partiendo de un valor distinto del de 20 pies de ancho, primero hay que pasar al equivalente de 20 pies, y después hacer el paso definitivo. Nos da una nueva gráfica como comparación de la de la fig.-3(b) de Waddell.

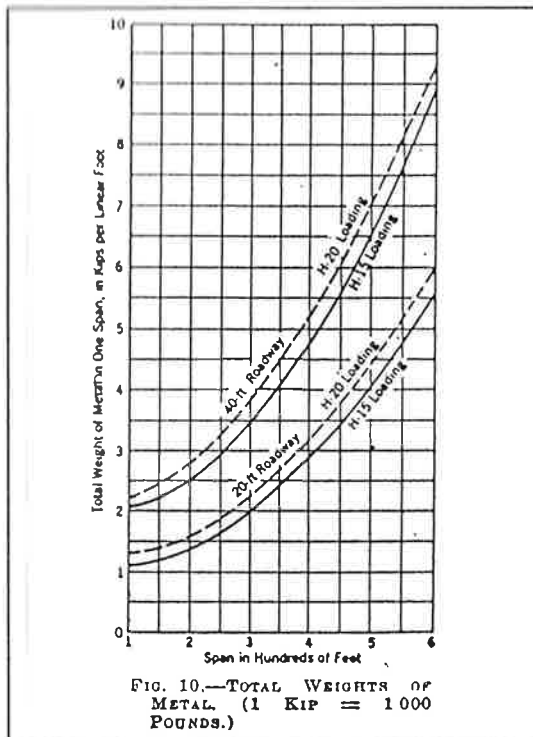


Fig.- 45

Da otras dos figuras más. La primera para la determinación del peso del tablero sin necesidad de recurrir a las primeras tablas de Waddell (fig. 1 a 5 del texto). La segunda para la determinación de la cantos económicos de la cercha en función de la luz (el valor de C_2 representa la esbeltez). Este es un punto importante que Waddell dejó totalmente implícito dentro de sus palabras -proporciones económicas. Ahora Downey nos da más datos de esas proporciones económicas.

Hay dos cosa a reseñar sobre esto último. En primer lugar anotar que la esbeltez va disminuyendo progresivamente con la luz. Y en segundo lugar, que los valores en los que se mueven para las luces fuertes (donde realmente tienen más relevancia) concuerdan con nuestras deducciones teóricas al respecto.

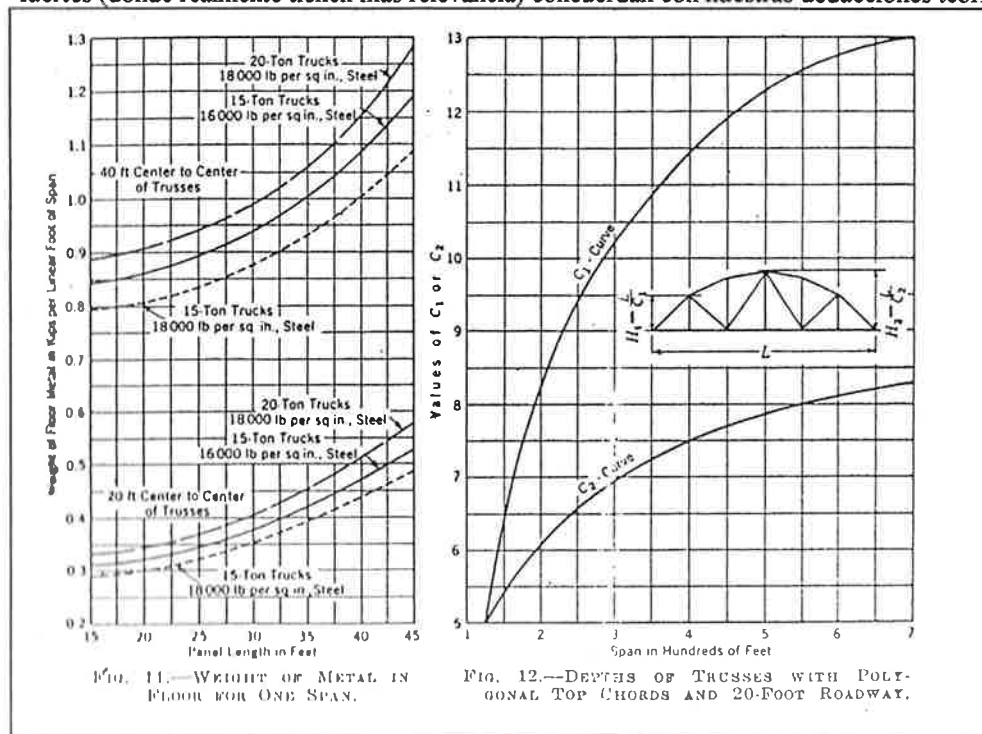


Fig.- 46

Theron M. Ripley.

Nos hace algunas anotaciones sobre la normativa de puentes de carretera de la AASHO de 1931 que merece la pena señalar; mejorando de ese modo el entendimiento de las gráficas.

1- El tipo de cargas móviles puede ser de tres tipos, denominadas H20, H15 y H10; y conllevan un tren de cargas móvil o su respectiva carga equivalente. Las del tipo 15 y 10 son un 75 y 50% inferiores respectivamente a la H20. El tren de cargas móvil se utiliza para luces inferiores a 60 pies, y consiste en las siguientes cargas.

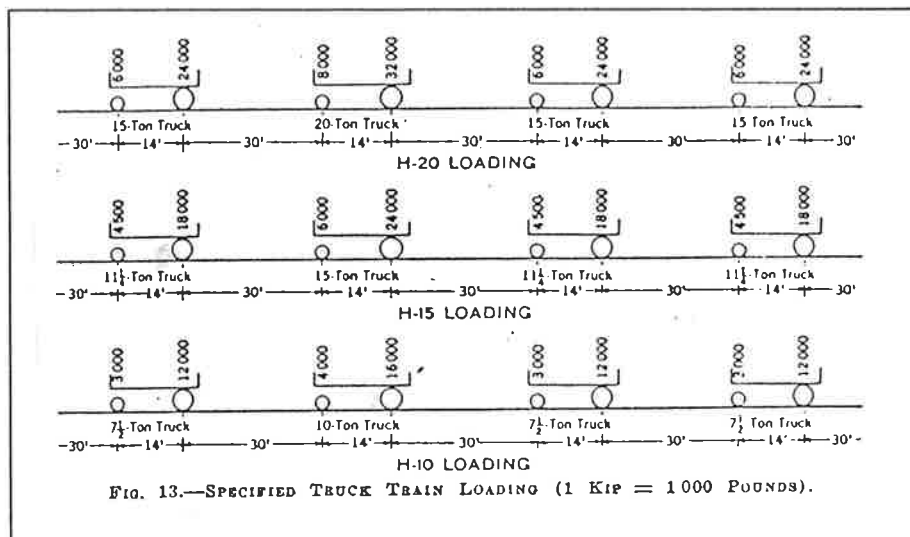


fig.- (f81)

2- Si el ancho de carga del tablero excede los 18 pies, las cargas especificadas deberán ser reducidas un 1% por cada pie en exceso; no siendo la reducción en ningún caso mayor del 25%.

Supone que el autor toma las cargas de Clase A y B como las H15 y 10 respectivamente. Anota que el estado de New York todas las autopistas se construyen con un tipo de carga H20 y un ancho de tablero de 20 pies.

Anota además que la construcción actual de autopista se hace con un ancho de tablero de 40 pies (12.4m); consistente en un apoyo de hormigón armado de 12 in.(30.5 cm) de grueso. Con ello, el peso por pie de puente será de unas 3.83 to. (12.5 to/m); y el peso de tablero para soportarlo pesa del orden de 0.54 to/ft (1.78 to/m). A este habría que añadir, para completar las cargas de diseño, cargas de impacto, presión de viento, elementos auxiliares del puente,...

Con todo ello, y pensando que además la mayoría de los puentes construidos tienen menos de 300 pies, reclama una mayor aclaración y puntualización para el tipo de cargas empleadas en la construcción de las gráficas de Waddell (fig. 1 a 5).

H. H. Allen.

Aporta, al igual que hizo Waddell en su artículo de 1933, una tabla con datos de puentes construidos. Señala también el tipo de acero empleado y su límite elástico. Las proporciones de peso de la tabla se dan con el mismo criterio que en Waddell (sobre peso total). Los datos de los diez puentes voladizos concuerdan bastante bien con los de las figs. 1,2,3 y 5 de Waddell. En el caso de cerchas el grado de acuerdo con Waddell es muy alto. En los puentes colgantes hay más discrepancias entre los datos reales y los representados. Esto puede deberse a la mayor cantidad de material auxiliar para su construcción en éstos tipos (frente a otros en los que se usan medios auxiliares de apeo).

TABLE 3.—WEIGHTS OF METAL, MODERN HIGHWAY BRIDGES

| Structure | Type of span | Width of roadway, in feet | | Foot-walks | Main span, length, in feet | Total load, in pounds per linear foot | Truss metal | | Percentage ratios | | Unit stress, in kips per square inch |
|---|--------------|---------------------------|----------------|------------|----------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|---------------|-------------------|-----------------|--------------------------------------|
| | | No. | Width, in feet | | | | Weight, in pounds per linear foot | Kind of metal | Computed | From the curves | |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) | (11) | (12) |
| Huntington, W. Va. (Ohio River)..... | Cantilever.. | 22 | 1 | 8 | 700 | 9 408* | 3 165 | Carbon | 33.7 | 32.8 | 16 |
| Bellaire, Ohio (Ohio River)... | Cantilever.. | 22 | 1 | 6 | 700 | 8 993* | 3 210 | Carbon | 35.7 | 33.2 | 16 |
| Pt. Pleasant, W. Va. (Kanawha River)..... | Cantilever.. | 20 | 1 | 4.25 | 800 | 7 452 | 2 462 | Carbon | 33.0 | 30.6 | 16 |
| Ashland, Ky. (Ohio River; Long A Arm)..... | Cantilever.. | 22 | 1 | 5 | 739 | 7 800 | 2 426 | Silicon | 31.1 | 28.2 | 24 |
| Portsmouth, Ohio (Ohio River) | Cantilever.. | 22 | 1 | 6 | 700 | 7 090 | 2 790 | Carbon | 39.4 | 32.0 | 16 |
| Cabin Creek, W. Va. (Long A Arm)..... | Cantilever.. | 20 | 1 | 4 | 450 | 7 130 | 1 785 | Carbon | 25.0 | 26.2 | 16 |
| Cabin Creek, W. Va. (Short A Arm)..... | Cantilever.. | 20 | 1 | 4 | 450 | 7 295 | 1 860 | Carbon | 25.5 | 26.2 | 16 |
| Ashland, Ky. (Ohio River; Short A Arm)..... | Cantilever.. | 22 | 1 | 5 | 739 | 7 565 | 2 222 | Silicon | 29.0 | 28.2 | 24 |
| Norfolk, Va. (Elizabeth River) | Cantilever.. | 36 | 2 | 10 | 1 198.5 | 22 620* | 9 280 | Carbon | 41.0 | 38.6 | 16 |
| St. Albans, W. Va. (Kanawha River)..... | Cantilever.. | 20 | 1 | 4.25 | 450 | 7 145 | 1 695 | Carbon | 23.7 | 26.4 | 16 |
| Huntington, W. Va. (Ohio River)..... | Suspended.. | 22 | 1 | 8 | 350 | 8 312* | 2 290 | Carbon | 27.54 | 21.0 | 16 |
| Bellaire, Ohio (Ohio River)... | Suspended.. | 22 | 1 | 6 | 350 | 7 844* | 2 247 | Carbon | 28.70 | 24.1 | 16 |
| Pt. Pleasant - Henderson, W. Va. | Suspended.. | 20 | 1 | 4.25 | 300 | 6 511 | 1 673 | Carbon | 25.7 | 20.6 | 16 |
| Ashland, Ky. (Final) (Ohio River)..... | Suspended.. | 22 | 1 | 8 | 350 | 7 119 | 1 774 | Silicon | 24.9 | 20.7 | 24 |
| Portsmouth, Ohio (Ohio River) | Suspended.. | 22 | 1 | 6 | 350 | 6 068 | 1 970 | Carbon | 32.4 | 23.7 | 16 |
| Cabin Creek (Kanawha River) | Suspended.. | 20 | 1 | 4 | 200 | 6 389 | 1 086 | Carbon | 17.0 | 12.9 | 16 |
| Norfolk, Va. | Suspended.. | 36 | 2 | 10 | 493.5 | 18 878* | 4 780 | Carbon | 25.4 | 31.3 | 16 |
| Ashland, Ky. (original design) | Suspended.. | 22 | 1 | 5 | 350 | 6 510 | 1 460 | Silicon | 22.4 | 20.7 | 24 |
| St. Albans, W. Va. | Suspended.. | 20 | 1 | 4.25 | 200 | 6 443 | 1 100 | Carbon | 17.1 | 13.0 | 16 |
| Ashland, Ky. | Simple..... | 20 | 1 | 5 | 156 | 6 720 | 760 | Carbon | 10.3 | 10.5 | 16 |
| Huntington, W. Va. | Simple..... | 22 | 1 | 8 | 144 | 12 394* | 1 370 | Carbon | 11.0 | 9.3 | 16 |
| James River..... | Lift..... | 22 | .. | .. | 300 | 5 998 | 1 260 | Carbon | 21.0 | 20.8 | 16 |
| James River..... | Simple..... | 20 | .. | .. | 208 | 6 860 | 940 | Carbon | 13.7 | 13.8 | 16 |
| Typical spans..... | Simple..... | 20 | .. | .. | 200 | 5 556 | 730 | Carbon | 14.3 | 13.5 | 16 |
| Typical spans..... | Simple..... | 45 | .. | .. | 200 | 13 048 | 1 645 | Carbon | 12.5 | 11.5 | 16 |
| Typical spans..... | Simple..... | 20 | .. | .. | 300 | 6 197 | 1 397 | Carbon | 22.5 | 21.0 | 16 |
| Typical spans..... | Simple..... | 45 | .. | .. | 300 | 14 259 | 2 804 | Carbon | 19.7 | 18.0 | 16 |
| Typical spans..... | Simple..... | 20 | .. | .. | 400 | 6 085 | 2 155 | Carbon | 30.8 | 29.0 | 16 |
| Typical spans..... | Simple..... | 45 | .. | .. | 400 | 15 783 | 4 287 | Carbon | 27.2 | 25.0 | 16 |

* Including electric street railway.

† 1 kip = 1 000 lb.

Tab.- 16

En general, los datos reales son algo superiores a los de las curvas. Por ello, se han representado los datos propios de la tabla anterior (con línea de puntos) junto con las curvas 1,2 y 3 de la fig.1(b) de Waddell; para el caso de cerchas. Nos da la relación de carga dela cercha sobre la total. La carga total suma la del tablero, arristramiento lateral y peso propio de la cercha. El tipo de carga es de clase A, con luces normalmente de entre 200 y 500 pies, anchos de calzada de entre 16 y 36 pies. Hay que considerar un peso adicional en el caso de una o dos aceras de 6,8 o 10 pies.

En el caso de que las secciones sean laminadas (anotación de gran interés para nosotros), los datos deben minorarse. Así, en el puente -cantilevers- St. Albans, W. Va., hay una desviación de un 2.7%.

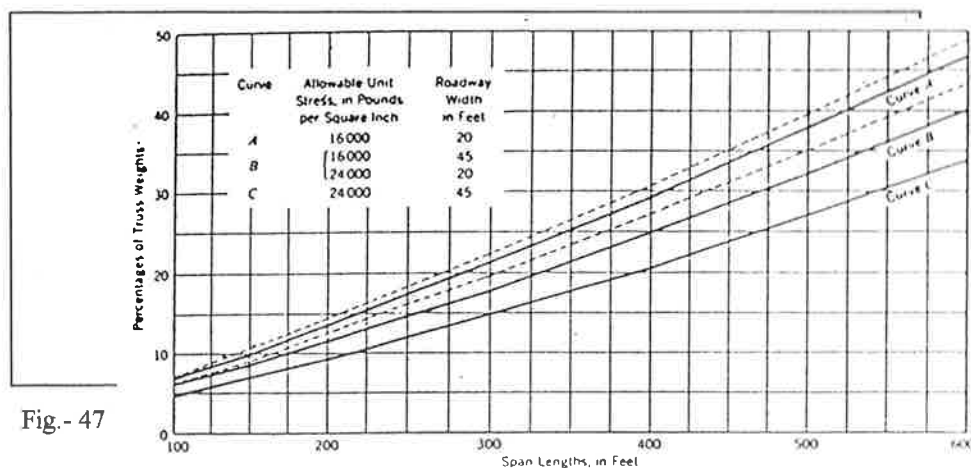


Fig.- 47

FIG. 14.—RATIO OF TRUSS WEIGHTS TO TOTAL WEIGHT CARRIED, SIMPLE HIGHWAY TRUSSES.

Es curioso como se cita también la influencia que tiene el cambio de proyectista en el resultado final del peso. Dentro del mismo tipo y las mismas luces siempre hay diferencias de un diseñador a otro.

J. A. L. Waddell.

Waddell tiene también su turno de réplica.

Sobre la carta de Foight no nos hace comentario alguno; lo cuál es importante.

En contestación a Fuller, dice que no es partidario del uso de fórmulas que, durante medio siglo, han estado circulando para determinadas condiciones. Su experiencia no ha sido muy buena al aplicarla a casos reales. Esto es muy importante, ya que da fe de la vieja tradición de fórmulas empíricas de peso propio.

Acepta como cierta para las fig.1(c) y 1(d) la sugerencia de Wilbur de referir los porcentajes al peso total menos el de la propia cercha. También, según otras sugerencias de Wilbur, nos da una tabla para el caso de que se diseñe con varios tipos de acero en el mismo puente, aunque advirtiendo de la variación por la influencia del diseñador.

| TABLE 4.—APPROXIMATE AVERAGE PERCENTAGES OF SILICON STEEL MEMBERS IN TRUSSES OF COMBINED SILICON STEEL AND CARBON STEEL. | | | | | | | | | | | |
|---|---|-----|-----|-----|-----|--|-----|-----|-----|-------|-------|
| Roadway width (clear span), in feet | (a) PERCENTAGES IN SIMPLE TRUSS BRIDGES, FOR THE FOLLOWING SPAN LENGTHS, IN FEET: | | | | | (b) PERCENTAGES IN TYPE A CANTILEVER BRIDGES FOR THE FOLLOWING MAIN SPAN LENGTHS, IN FEET: | | | | | |
| | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 500 | 600 | 700 | 800 | 1 000 | 1 200 |
| 20..... | 20 | 70 | 75 | 80 | 82 | 55 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 |
| 45..... | 35 | 80 | 85 | 90 | 92 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 96 |

Tab.- 17

También nos confirma que los datos de las cerchas corresponden a la totalidad del puente, y no a cada una de ellas.

Para el caso de puentes de ferrocarril y carretera combinados, y en relación a los comentarios de J.R. Grant (que no hemos anotado), se nos da la siguiente fórmula:

$$p' = (WP + wp)/(W + w) ; \text{ ec. - 23}$$

donde:

P=proporción de peso para puentes de ferrocarril.

p=proporción de peso para puentes de carretera

W=carga lineal total equivalente del puente de ferrocarril.

w=carga lineal total equivalente del puente de carretera.

p'=proporción combinada.

Para lo mismo tenemos también la fórmula dada por Grant:

$$p' = P - 1/3(P-p) ; \text{ ec. - 24}$$

Comparándola para casos reales demuestra que la diferencia de las dos fórmulas no es apreciable ni prácticamente representable en una curva; con diferencias entorno al 3%.

Respecto a las referencias al tipo de carga empleado en la confección de los gráficos, nos dice que la clase A corresponde un camión de 18 toneladas y la clase B a uno de 12.¹⁹⁵

La gran concordancia con los datos de Allen le satisface enormemente, y apunta que es lógico que existan divergencias entre dos diseñadores.

¹⁹⁵Referencias más extensas de ello se dan en su primer artículo de 1933: "Economics Proportions and Weights" del que también hablamos.

Concluye con todo ello que, tanto por sus datos como por los de otros autores, las curvas aportadas tiene una gran concordancia con la realidad; del orden del 1%.

Para finalizar, y según sus últimas experiencias, aporta un método iterativo para la corrección de la determinación inicial del peso de estructura en sus fig. 1 y 2 (necesario para conocer la carga total en sus gráficas); a partir del siguiente diagrama.

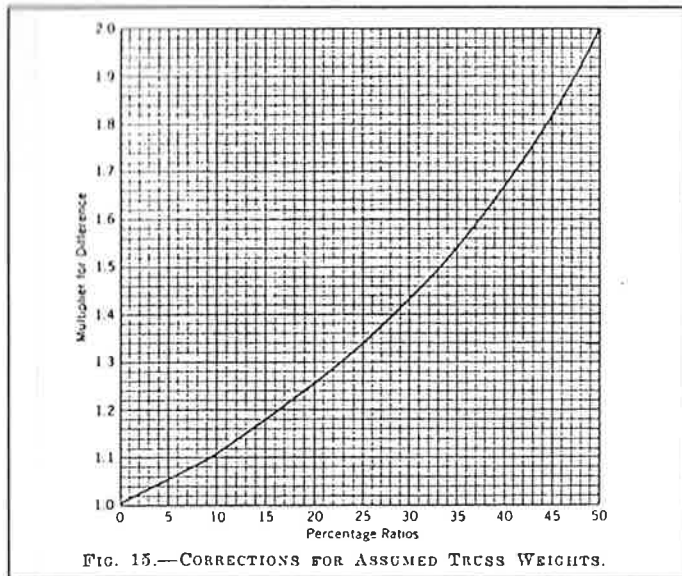


Fig.- 48

El primer paso será calcular el factor de proporción de peso en la fig. 1 ó 2. Para ello necesitamos dar inicialmente un valor al peso de la cercha. Con ello hacemos una primera estimación de la carga total: cargas vivas y de impacto, tablero, sistema lateral de atado y peso propio hipotético de la cercha.

Con la carga sacamos ya el porcentaje de peso propio. Al aplicarlo a la carga total usada nos dará un valor para el peso propio de la cercha. La diferencia entre éste valor y el supuesto habrá que multiplicarlo por el factor obtenido de la fig. anterior; y el resultado se sumará o se restará al valor inicial.

El proceso continua hasta que la diferencia es mínima y el proceso converge.

Este sin duda es un elemento imprescindible para el manejo sencillo y rápido de sus gráficas.

ECONOMICS OF HIGHWAY-BRIDGE FLOORINGS OF VARIOS UNIT WEIGHTS¹⁹⁶.

Este es el tercer artículo importante de Waddell. No obstante, lo más relevante para nosotros queda de manifiesto en los otros dos; y por ese motivo no lo comentaremos.

¹⁹⁶Waddell, J.A.L.; "Economics of Highway-Bridge Floorings of Various Unit Weights"; *Proceedings of the ASCE; Transactions*; Vol. 103; 1938; pp. 5515-550.

En 1948, **Melvin W. Jackson**¹⁹⁷ completa una investigación para la determinación de esbeltos óptimos para puentes de cercha Warren de ferrocarril. Se hicieron de acuerdo con la normativa americana de la época (AREA
) . Llega a la siguiente expresión empírica:

$$d=0.21p(\sqrt{n})W^{1/3} ; \text{ ec.- 25}$$

donde:

d= canto de peso mínimo.

p=longitud del panel (espacio entre divisiones verticales).

n=número de paneles.

W= carga lineal (Kips/ft) máxima.

Simultáneamente (y en la misma universidad), **Aly S. Shoukry** hizo lo mismo para la cercha Warren poligonal.

Como vemos, los americanos siguen una línea más empírica, mientras los europeos (principalmente alemanes) trabajan en una línea más teórica.

En 1950, **Otfried Erdmann**¹⁹⁸ investiga la influencia del acero de alta resistencia en la economía de la construcción de puentes. A las fórmulas teóricas de peso añade cinco factores adicionales (tomados en gran parte de los trabajos anteriores); que son:

- 1- Reducción de áreas por perforaciones (roblones,...) en elementos a tracción.
- 2- Penalización por pandeo en barras comprimidas.
- 3- Penalización por posibles inversiones de tensiones.
- 4- Sobredimensionado de la estructura por adaptación a perfiles comerciales.
- 5- Peso de elementos de unión y demás elementos constructivos adicionales.

El estudio se centró en cerchas de cordones paralelos y no se exploraron las proporciones óptimas.

En los años 50, **Waling**¹⁹⁹ continua con el enfoque de obtener la proporción óptima de un cierto tipo estructural. Agrupa y confirma los resultados de Jackson (para cordones paralelos) y de Shoukry (para cordones poligonales). *Parte de un planteamiento matemático más similar al europeo y que condensa toda una línea de trabajos que arranca desde mediadas del XIX.* De ahí el gran interés de este autor para nosotros.

Nos detendremos entonces en ver sus investigaciones.

El método será el de *minimizar el volumen de material, a través de la derivada de su función, y usando como variable el canto de la cercha. Veamos con más detalle éste trabajo pues recoge gran parte de los anteriores (los de su misma línea de trabajo).*

Waling se plantea dos metas; en primer lugar, y más interesante para nosotros, desarrollar un procedimiento matemático para la determinación de la proporción óptima (respecto al peso propio) de puentes cerchas; en segundo lugar, aplicar el método a una serie de puentes de ferrocarril. El tipo concreto

¹⁹⁷ Jackson, Melvin W. A Study of the Economic Proportions of Steel Truss Bridges. (Ph.D. Thesis). University of Illinois. 1948.

¹⁹⁸ Erdmann, Otfried. Über den Einfluss hochfester Stähle auf Gewichtsparsnis und Bauart im Stahlbrückenbau. Forschungshelle aus dem Gebiete des Stahlbaues, Herausgegeben vom Fachverband Stahlbau; Deutscher Stahlbau-Verband, Bad Pyrmont; Berlin. Springer-Verlag. 1950.

¹⁹⁹ Waling, Joseph L. Least-Weight Proportions of Bridge Trusses; Bulletin of the University of Illinois Engineering Experiment Station. Bulletin Series n° 417; Urbana. University of Illinois Press. 48 pp.

El boletín es resumen de una tesis doctoral presentada por el autor en la -University of Illinois-; y dirigida por Thomas C. Shedd.

es: **punto cercha, Warren y Pratt con cordones paralelos y poligonal curva, de ferrocarril de doble vía con tablero tipo losa y piso de madera entreabierto.** Las combinaciones se hacen de acuerdo a la siguiente tabla:

| | Scope of Calculations | | | Span (ft) |
|-----------------------|-----------------------|-------|------|--------------|
| | 6 | 8 | 10 | |
| Length of Panels (ft) | 28 | 24* | 21.6 | 168 |
| | 32 | 27 | 24* | 192 |
| | 36* | 30 | 28 | 216 |
| | 40 | 35 | 30 | 240 |
| | | 37.5* | | 280 |
| | | | | 300 |

* E 75 live loading used.

Tab.- 18

Cuando no se indica con un asterisco, el tipo de carga viva que se aplica es la E-60 de la mencionada normativa AREA. En total se estudian 68 tipos de soluciones.

En las figuras, se usan las siguientes abreviaturas:

CC²⁰⁰=(curved chord) cordones curvos.

PC=(parallel chord) cordones paralelos.

DL=(Dead load) peso propio.

LL= (Live load) cargas vivas.(varían en función de la luz)

P=triangulación tipo Pratt.

W=triangulación tipo Warren.

M=momento

De ese modo se obtiene la nomenclatura, por ejemplo; P-PC-8/30=240 E-60, cercha tipo Pratt de cordones paralelos y ocho paneles, con una luz total de 240 pies y un tipo de carga E-60.

El **procedimiento matemático** es el siguiente:

Se parte de soluciones simétricas, calculándose el volumen de la mitad de la cercha. Este volumen(ΣV) es función de:

$$\Sigma V = \Sigma V(w_1, w_2, p, \sigma_t, \sigma_c, d_1, d_2); \text{ ec.- 26}$$

donde:

w_1 =carga lineal de peso propio soportado por una de las cerchas.

w_2 =carga lineal viva (sobrecarga, impacto, ...) de una de las cerchas.

p =longitud de panel (su ancho es siempre constante).

σ_t =tensión admisible en tracción.

σ_c tensión admisible en compresión (incluye ya un factor de pandeo fijo)²⁰¹

d_1 =canto en el montante más pequeño.

d_2 =canto máximo

Dada una de las 68 combinaciones estudiadas, todas las **variables son constantes menos el canto - d_2 -** (si es de cordones paralelos) o los cantos d_1 y d_2 (si es curva). Como vemos, **considera el peso propio como dato. Para ello se han tomado datos de otras estructuras ya construidas**; lo cual no obligaría a entrar en un proceso iterativo si fuésemos rigurosos. Esto es sin duda un punto al menos discutible de éste planteamiento ²⁰²; aunque es muy interesante ver como el **enfoque teórico y el**

²⁰⁰ Se supone que el cordón curvo se inscribe en una parábola.

²⁰¹ Es interesante ver como se elimina de este modo una de las variables del problema.

²⁰² Todo el proceso matemático es un poco mentira. Pero el proceso tiene su lógica si se piensa en cual es su problema; el tipo a usar está perfectamente claro, hay mucha experiencia en tipos similares (pesos propios) y su duda es únicamente la esbeltez óptima. Su utilidad es indiscutible; con un enfoque claramente americano, donde la obra civil se parece más a la construcción de coches que a la arquitectura de firma

empírico pueden ser complementarios. De hecho, lo importante para ellos es resolver el problema; no hacerlo de manera elegante.

Una vez obtenida la función ΣV ; se resuelven las ecuaciones:

$$\partial(\Sigma V)/\partial d_1 = 0 ; \text{ ec.- 27}$$

$$\partial(\Sigma V)/\partial d_2 = 0 ; \text{ ec.- 28}$$

En las cerchas de cordones paralelos tengo sólo una variable, por lo que para cerciorarse si es máximo o mínimo basta comprobar que su segunda derivada es mayor que cero.

$$\partial^2(\Sigma V)/\partial d_i^2 > 0 ; \text{ ec.- 29}$$

Pero en el caso de cordones no paralelos, las ecuaciones de las derivadas no son lineales y tienen dos variables; por lo que requieren de métodos específicos para su solución combinada de mínimos. En ese caso, el cálculo nos dice que la región explorada tiene un mínimo o un máximo si se cumple la condición:

$$(\partial^2 \Sigma V / (\partial d_1 \partial d_2))^2 - (\partial^2 \Sigma V / \partial d_1^2 * \partial^2 \Sigma V / \partial d_2^2) < 0 ; \text{ ec.- 30}$$

Tendremos un mínimo si se cumple simultáneamente que:

$$\partial^2(\Sigma V)/\partial d_1^2 > 0 ; \text{ ec.- 31}$$

$$\partial^2(\Sigma V)/\partial d_2^2 > 0 ; \text{ ec.- 32}$$

Para poder definir ΣV , se supone un tipo concreto de sección transversal inconexa en los cordones, lo cual vuelve a ser otra limitación. La publicación añade un anexo con los fórmulas finales de volumen que son utilizadas.

El proceso no es tan limpio como parece, y necesita saber en cada caso si la penalización es por deformación o por resistencia; y dentro de ésta última diferencia entre si el problema es el cordón inferior o el superior.

Para el peso del tablero se toman los datos de las investigaciones de M. W. Jackson²⁰³, según la figura:

²⁰³ Jackson, Melvin W.; "A Study of the Economic Proportions of Steel Truss Bridges" (Dissertation), University of Illinois, 1948

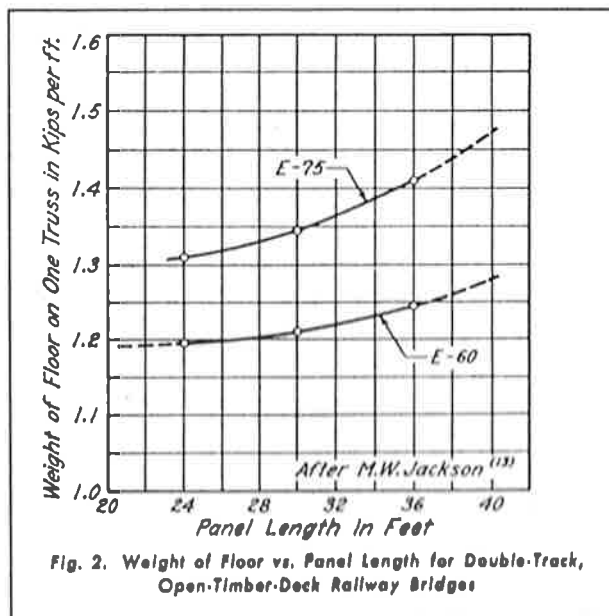


Fig.- 49

Al peso obtenido se le añade un 37.5% por añadidos de material en detalles (los llamados coeficientes de construcción); y a la suma total se le añade un 12.5 por peso del arriostramiento transversal (los valores se han sacado empíricamente). Destaca la gran importancia de éstos factores.

El que los valores de las tensiones sean datos también nos puede chocar; la explicación es la misma que al hablar de peso propio. Recogemos aquí los valores adoptados.

| Average Values of C and T | | |
|-----------------------------|-----------------|-----------------|
| Types of Members | C (klps/sq in.) | T (klps/sq in.) |
| Chords, Tension | | 14.6 |
| Chords, Compression | 14.6 | |
| End Posts | 14.0 | |
| Vertical Hangers | | 14.2 |
| Web Diagonals, Tension | | 14.6 |
| Web Diagonals, Compression | 13.6-13.0 | |
| Web Verticals,* Compression | 13.0-13.6 | |
| Web Verticals,* Tension | | 14.6 |

* Pertain only to members of Pratt trusses

Tab.- 19

El tema requiere atención. Veamos con más detalle como pueden obtenerse la fórmulas iniciales de volumen para un tipo. Se asume que la forma y proporciones de la sección tipo es del siguiente modo:

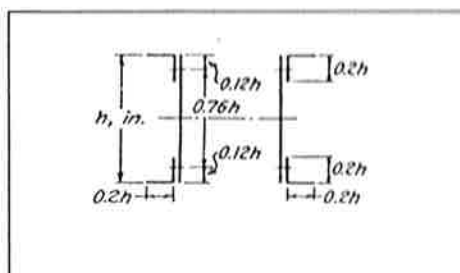


Fig.- 50

Las especificaciones de AREA fijan de forma proporcional a los cantos los espesores de angulares y placas, con lo cual todo el área de la sección puede ponerse en función del canto total de la pieza -h-:

espesor mínimo de angulares; $e = 1/12 * 0.2h$
 espesor mínimo de las placas; $e = 1/40 * 0.76h$

Por tanto; siguiendo la figura e las condiciones de grosores, el área mínima de la sección será igual a:

$$A_{\min}=0.0647h^2 ; \text{ ec.- 33}$$

Para el radio de giro, siguiendo la indicaciones de Waddell, se puede aproximar con:

$$i \cong 0.36h ; \text{ ec.- 34}$$

*La esbeltez mecánica de la pieza, según las primeras indicaciones citadas, está entre 100 y 120. De ese modo puede deducirse, eligiendo un valor para la esbeltez mecánica admisible, el valor del área de la pieza en función de longitud; y por tanto el volumen en función de la luz.*²⁰⁴

$$\begin{aligned} \text{Si } L/i=100; A_{\min}&=0.0647h^2 (\text{in.})=0.0647(l^2/9)=0.0072 l^2 (\text{ft}^2) \\ V_{\min}&=0.0072 l^3 (\text{in.}^2\text{-ft}) \end{aligned}$$

El mismo proceso puede hacerse si la esbeltez mecánica fuese de 120.

Los cantos óptimos a los que llega son algo mayores a los que se empleaban en la época. Los resultados de las 68 variaciones son las siguientes:

²⁰⁴Las ecuaciones son homogéneas, y dependen sólo de las condiciones de grosor. El método empleado es adelantarse a los problemas y de ese modo eliminar incógnitas. Un procedimiento similar seguiremos nosotros al hablar de pandeo.

Table 3
Least-Weight Characteristics of Six-Panel Bridge Trusses

| T_{type} | p | L | $Live Load$ | d_1/L | d_2/L | w_k | w_1 | w_2 | w_k/w_{k+1} |
|------------|------|------|-------------|---------|---------|--------|--------|--------|---------------|
| | (ft) | (ft) | | | | (k/ft) | (k/ft) | (k/ft) | |
| P-C-C-6 | 22 | 108 | E-60 | 0.262 | 0.305 | 0.920 | 2.123 | 9.183 | 0.080 |
| | 24 | 108 | E-60 | 0.217 | 0.346 | 1.022 | 2.242 | 8.770 | 0.102 |
| | 26 | 118 | E-60 | 0.241 | 0.318 | 1.123 | 2.371 | 8.111 | 0.117 |
| | 28 | 118 | E-75 | 0.261 | 0.358 | 1.383 | 2.763 | 10.518 | 0.110 |
| | 40 | 240 | E-60 | 0.235 | 0.208 | 1.242 | 2.522 | 8.128 | 0.132 |
| W-C-C-6 | 22 | 108 | E-60 | 0.242 | 0.346 | 0.930 | 2.133 | 9.183 | 0.080 |
| | 24 | 108 | E-60 | 0.235 | 0.334 | 1.010 | 2.260 | 8.770 | 0.101 |
| | 26 | 118 | E-60 | 0.213 | 0.270 | 1.199 | 2.444 | 8.414 | 0.124 |
| | 28 | 118 | E-75 | 0.218 | 0.287 | 1.440 | 2.850 | 10.518 | 0.121 |
| | 40 | 240 | E-60 | 0.211 | 0.209 | 1.341 | 2.621 | 8.128 | 0.143 |
| P-P-C-6 | 22 | 108 | E-60 | | 0.280 | 1.010 | 2.213 | 9.183 | 0.097 |
| | 24 | 108 | E-60 | | 0.278 | 1.127 | 2.347 | 8.770 | 0.113 |
| | 26 | 118 | E-60 | | 0.276 | 1.247 | 2.492 | 8.414 | 0.120 |
| | 28 | 118 | E-75 | | 0.279 | 1.533 | 2.943 | 10.518 | 0.128 |
| | 40 | 240 | E-60 | | 0.270 | 1.369 | 2.619 | 8.128 | 0.146 |
| W-P-C-6 | 22 | 108 | E-60 | | 0.275 | 1.006 | 2.209 | 9.183 | 0.097 |
| | 24 | 108 | E-60 | | 0.271 | 1.125 | 2.345 | 8.770 | 0.113 |
| | 26 | 118 | E-60 | | 0.269 | 1.246 | 2.491 | 8.414 | 0.120 |
| | 28 | 118 | E-75 | | 0.273 | 1.529 | 2.939 | 10.518 | 0.128 |
| | 40 | 240 | E-60 | | 0.266 | 1.377 | 2.657 | 8.128 | 0.146 |

Table 4
Least-Weight Characteristics of Eight-Panel Bridge Trusses

| T_{type} | p | L | $Live Load$ | d_1/L | d_2/L | w_k | w_1 | w_2 | w_k/w_{k+1} |
|------------|------|------|-------------|---------|---------|--------|--------|--------|---------------|
| | (ft) | (ft) | | | | (k/ft) | (k/ft) | (k/ft) | |
| P-C-C-8 | 24 | 192 | E-75 | 0.166 | 0.316 | 1.357 | 2.667 | 10.962 | 0.111 |
| | 24 | 192 | E-60 | 0.173 | 0.290 | 1.111 | 2.306 | 8.770 | 0.112 |
| | 27 | 216 | E-60 | 0.172 | 0.285 | 1.234 | 2.434 | 8.414 | 0.128 |
| | 30 | 240 | E-60 | 0.170 | 0.280 | 1.361 | 2.571 | 8.128 | 0.146 |
| | 35 | 280 | E-60 | 0.159 | 0.265 | 1.587 | 2.824 | 7.755 | 0.170 |
| | 37.5 | 300 | E-60 | 0.155 | 0.259 | 1.715 | 2.972 | 7.628 | 0.193 |
| | 37.5 | 300 | E-75 | 0.168 | 0.281 | 2.066 | 3.497 | 9.534 | 0.188 |
| W-C-C-8 | 24 | 192 | E-75 | 0.177 | 0.276 | 1.333 | 2.643 | 10.962 | 0.109 |
| | 24 | 192 | E-60 | 0.176 | 0.267 | 1.105 | 2.300 | 8.770 | 0.111 |
| | 27 | 216 | E-60 | 0.173 | 0.260 | 1.235 | 2.435 | 8.414 | 0.128 |
| | 30 | 240 | E-60 | 0.171 | 0.254 | 1.368 | 2.578 | 8.128 | 0.146 |
| | 35 | 280 | E-60 | 0.169 | 0.246 | 1.605 | 2.842 | 7.755 | 0.178 |
| | 37.5 | 300 | E-60 | 0.168 | 0.244 | 1.739 | 2.996 | 7.628 | 0.196 |
| | 37.5 | 300 | E-75 | 0.171 | 0.253 | 2.093 | 3.524 | 9.534 | 0.191 |
| P-P-C-8 | 24 | 192 | E-75 | | 0.235 | 1.618 | 2.928 | 10.902 | 0.132 |
| | 24 | 192 | E-60 | | 0.234 | 1.317 | 2.512 | 8.770 | 0.132 |
| | 27 | 216 | E-60 | | 0.234 | 1.448 | 2.648 | 8.414 | 0.151 |
| | 30 | 240 | E-60 | | 0.233 | 1.590 | 2.800 | 8.128 | 0.170 |
| | 35 | 280 | E-60 | | 0.232 | 1.834 | 3.071 | 7.755 | 0.204 |
| | 37.5 | 300 | E-60 | | 0.232 | 1.971 | 3.228 | 7.628 | 0.222 |
| | 37.5 | 300 | E-75 | | 0.234 | 2.420 | 3.851 | 9.534 | 0.221 |
| W-P-C-8 | 24 | 192 | E-75 | | 0.242 | 1.511 | 2.821 | 10.962 | 0.123 |
| | 24 | 192 | E-60 | | 0.238 | 1.236 | 2.431 | 8.770 | 0.124 |
| | 27 | 216 | E-60 | | 0.236 | 1.366 | 2.566 | 8.414 | 0.142 |
| | 30 | 240 | E-60 | | 0.234 | 1.504 | 2.714 | 8.128 | 0.161 |
| | 35 | 280 | E-60 | | 0.230 | 1.744 | 2.981 | 7.755 | 0.194 |
| | 37.5 | 300 | E-60 | | 0.229 | 1.878 | 3.135 | 7.628 | 0.211 |
| | 37.5 | 300 | E-75 | | 0.233 | 2.297 | 3.728 | 9.534 | 0.209 |

Table 5
Least-Weight Characteristics of Ten-Panel Bridge Trusses

| T_{type} | p | L | $Live Load$ | d_1/L | d_2/L | w_k | w_1 | w_2 | w_k/w_{k+1} |
|------------|------|------|-------------|---------|---------|--------|--------|--------|---------------|
| | (ft) | (ft) | | | | (k/ft) | (k/ft) | (k/ft) | |
| P-C-C-10 | 21.6 | 216 | E-60 | 0.134 | 0.278 | 1.311 | 2.505 | 8.414 | 0.130 |
| | 24 | 240 | E-60 | 0.132 | 0.275 | 1.442 | 2.637 | 8.128 | 0.155 |
| | 24 | 240 | E-75 | 0.136 | 0.284 | 1.756 | 3.066 | 10.160 | 0.153 |
| | 28 | 280 | E-60 | 0.130 | 0.270 | 1.671 | 2.874 | 7.755 | 0.187 |
| | 30 | 300 | E-60 | 0.129 | 0.268 | 1.799 | 3.009 | 7.628 | 0.204 |
| W-C-C-10 | 21.6 | 216 | E-60 | 0.126 | 0.270 | 1.292 | 2.486 | 8.414 | 0.134 |
| | 24 | 240 | E-60 | 0.125 | 0.265 | 1.431 | 2.626 | 8.128 | 0.153 |
| | 24 | 240 | E-75 | 0.126 | 0.275 | 1.725 | 3.035 | 10.160 | 0.150 |
| | 28 | 280 | E-60 | 0.123 | 0.256 | 1.683 | 2.886 | 7.755 | 0.188 |
| | 30 | 300 | E-60 | 0.125 | 0.248 | 1.818 | 3.028 | 7.628 | 0.206 |
| P-P-C-10 | 21.6 | 216 | E-60 | | 0.204 | 1.648 | 2.842 | 8.414 | 0.172 |
| | 24 | 240 | E-60 | | 0.204 | 1.804 | 2.999 | 8.128 | 0.194 |
| | 24 | 240 | E-75 | | 0.205 | 2.222 | 3.532 | 10.160 | 0.194 |
| | 28 | 280 | E-60 | | 0.204 | 2.078 | 3.281 | 7.755 | 0.232 |
| | 30 | 300 | E-60 | | 0.204 | 2.231 | 3.441 | 7.628 | 0.252 |
| W-P-C-10 | 21.6 | 216 | E-60 | | 0.213 | 1.490 | 2.684 | 8.414 | 0.155 |
| | 24 | 240 | E-60 | | 0.211 | 1.640 | 2.835 | 8.128 | 0.176 |
| | 24 | 240 | E-75 | | 0.214 | 2.007 | 3.317 | 10.160 | 0.175 |
| | 28 | 280 | E-60 | | 0.209 | 1.901 | 3.104 | 7.755 | 0.212 |
| | 30 | 300 | E-60 | | 0.207 | 2.045 | 3.255 | 7.628 | 0.231 |

Tab.- 20

Los resultados se han tabulado, con lo cual puede verse cuales son las variables de más influencia. Centrandonos en las conclusiones, para no dar información redundante; se puede decir que:

a- la relación óptima de esbeltez d/L es aproximadamente independiente de la luz (lógicamente dentro del rango de luces que nos movemos, entre 50 y 100 metros).

b- la variación de carga viva de E60 a E75 ($75/60=1.25$; 25 % de incremento) da variaciones de peso, para la esbeltez óptima; del orden del 2% en el caso de cordones paralelos y del orden del 15% en el caso de las poligonales. Siempre menor que el incremento de carga.

c- el número de paneles tiene, en cambio, una gran influencia (en todos los casos el rango de n válido está entre 6 y 10). Los resultados se han interpolado de la siguiente forma (para tipo de carga E60):

1- Cerchas de cordones paralelos, tanto tipo Pratt como tipo Warren.²⁰⁵

Para la tipo Pratt, $d/L=0.381-0.0185n$ ($168<L<300$)(ft) ;

ec.- 35

Para la tipo Warren; $d/L=0.362-0.016n$ ($168<L<300$)(ft) ;

ec.- 36

donde n es el número de paneles ($n \cdot p=L$).

Esto es lo mismo que decir, para ambos casos, que los ángulos óptimos de la diagonales con la horizontal son de unos 60 grados.

La diferencia de ángulo óptimo entre los dos casos es despreciable, y con diferencias de peso mínimo del orden del 2%; lo cual nos vuelve a confirmar la hipótesis de que lo importante no es el tipo de subdivisión sino el ángulo de la misma.

2- Cerchas de cordones superior poligonal, tanto tipo Pratt como tipo Warren.

Para la tipo Pratt; $d_1/L=(-0.187 + 0.0105n + 2.12/n)$; y $d_2/L=0.27$ ($216<L<300$)(ft)

ec.- 37

Para la tipo Warren; $d_1/L=(0.350-0.0225n)$; y $d_2/L=0.25$ ($216<L<300$)(ft)

ec.- 38

d_2 nos da el canto máximo y d_1 nos mide el mínimo (marcando el ángulo de arranque de la cercha, dato muy importante). En este caso vemos que la relación para la Pratt no es lineal. Pero si lo volvemos a ver en función del ángulo de la horizontal con la diagonal, el ángulo si vuelve a ser casi constante y anda en torno a los 55 grados. En el caso de la tipo Warren el ángulo es aún más constante y anda en torno a 51 grados.

Para las proporciones óptimas se han confeccionado²⁰⁶ **gráficos de la relación w_{tb}/w_{etb} ;**
donde:

$w_{tb}(p_L)$ =carga lineal de propio de la cercha y la mitad del arriostramiento transversal.

$w_{etb}(q_L)$ =carga lineal que soporta la cercha (menos peso de cerchas y arriostramientos); que incluye el tablero, las cargas móviles y las de impacto.

Veamos los valores de peso obtenidos.

²⁰⁵ Hay que decir que las cerchas tipo Pratt y tipo Warren se usaban en rangos distintos de luces; para luces de hasta unos 65 metros se usaban las Pratt; y a partir de ahí son más rentables las Warren.

²⁰⁶ No olvidemos que se ha partido de un peso propio inicial, lo cual hace que el proceso no esté cerrado del todo.

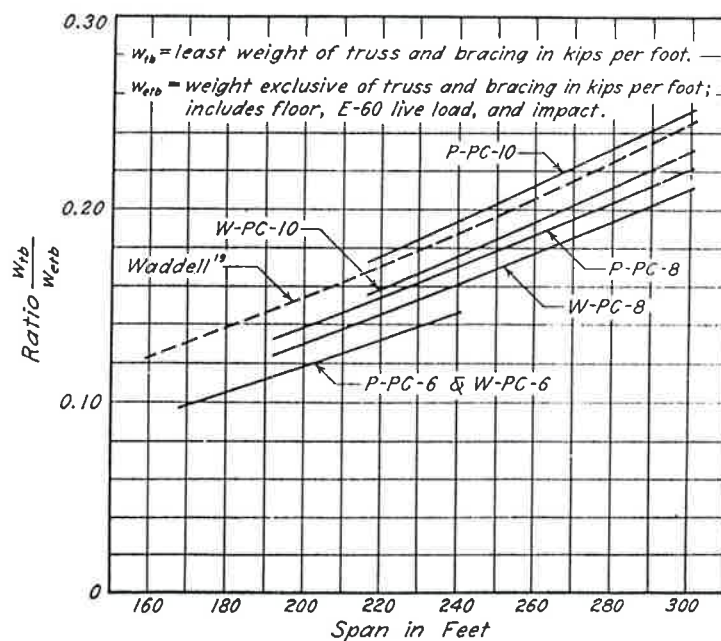
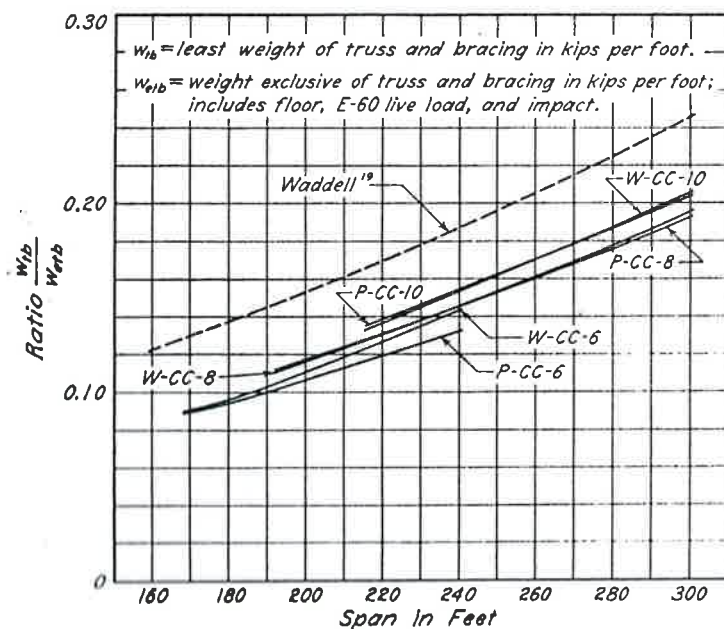
Fig. 14. Variation of Ratio w_{1b}/w_{1b} with Span for Parallel-Chord TrussesFig. 15. Variation of Ratio w_{1b}/w_{1b} with Span for Curved-Chord Trusses

Fig.- 51

Los datos concuerdan bastante con los resultados de Jackson para el caso de cordones paralelos y con los de Shoukry para las poligonales.

Destaca la concordancia con los resultados empíricos de Waddell²⁰⁷.

En las cerchas de cordones paralelos, las diferencias de peso de la Pratt a la Warren crecen con el número de paneles. Eso sí, las diferencias no exceden y andan entre el 6 y el 11%.

En las de cordón poligonal, el proceso cambia; con más paneles no hay casi diferencias, y con pocos la Pratt es ahora la más ligera, del orden de un 6%.

²⁰⁷Desde luego, de no concordar no se habrían atrevido a publicar los resultados; lo cual a veces hace pensar si fue antes la gallina o el huevo.

En todo caso, las diferencias son escasas, teniendo mucha más influencia el ángulo que el tipo de subdivisión.

La forma de usar estos datos finales es la siguiente. Supongamos que hemos calculado una estructura y hemos dimensionado sus miembros. Ya podemos calcular su peso. Al total se le añade un 37.5 % por -coeficientes de construcción-; y a la suma de los dos añadimos un 12.5% por arriostramiento lateral. Podemos situar gráficamente esa estructura dentro de una relación w_{lb} - d . Veamos la siguiente figura; nuestra estructura sería el punto A.

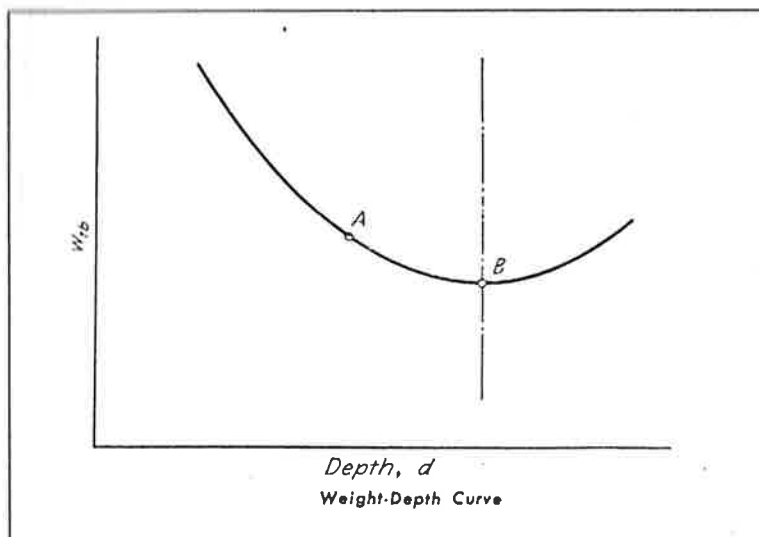


Fig.- 52

En la misma gráfica podemos representar la estructura óptima obteniéndola de sus datos. Asumiendo que la relación de peso y canto puede aproximarse a una parábola, podemos ver como varía el peso con el cambio de esbeltez, y cuantificar el gasto o el ahorro.

Es de destacar, a pesar de la falta de abstracción, que se aborde el tema de forma matemática; aunque con las paradojas mencionadas.

También sorprende la poca esbeltez, o gran canto, de los óptimos; lo cual indica sin duda que la carga tiene un valor alto (son puentes de ferrocarril); y los diseños los marca la resistencia. Como ya se mencionó, la práctica de la época era hacer esbelteces mayores; y en esto sentido cabe recordar todas los comentarios hechos por Waddell anteriormente.

Hay que destacar que se utilice la concordancia con los resultados de Waddell como elemento validez de los suyos; lo cuál demuestra los buenos resultados de sus gráficas empíricas.

3.3.1 LOS MANUALES DE LA PRIMERA MITAD DEL XX.

Hemos diferenciado las fuentes de primera mano y los estudios de recopilación presentes en artículos de los trabajos existentes en los manuales; aún cuando estos pueden incluir cosas nuevas. La razón de ello es que, como es sabido, la información de estos últimos está siempre asentada; y se supone asumida en gran medida por la comunidad técnica.

Esto nos da pistas más claras sobre el estado del arte que realmente cuaja. Ya que hemos visto sobradamente que la influencia de muchos descubrimientos es reconocida a veces bastante después (siglos incluso); así como es muy normal que se saquen -nuevas- conclusiones sobre algo que ya ha sido descubierto. Ambas cosas son inevitables.

En ésta época todavía se pretende resumir casi todo el saber técnico de la arquitectura o de la ingeniería en un sólo libro. En el caso del peso propio, recogen los trabajos que habían aparecido en artículos y otros estudios avanzados, así como la experiencia de diferentes organizaciones técnicas privadas y públicas en dicho terreno. El peso propio es un factor ineludible en cualquiera de esos libros, y se le concede una considerable extensión en algunos de ellos. Realmente es difícil entender que toda esa información haya desaparecido casi al 100% en los manuales actuales. Este hecho es una demostración de nuestras hipótesis iniciales, en el sentido la pérdida de riqueza de los planteamientos del diseño de estructuras.

Dado el trasvase de información entre este tipo de literatura, el análisis de algunos de los ejemplos más relevantes es suficiente para describir el -estado del arte- del tema. La recopilación, por tanto, no es tan exhaustiva como en otros casos.

Todo lo dicho es válido para lo que se verá en relación con los manuales de la segunda mitad del XX.

Milo S. Ketchum.

Tiene un gran manual²⁰⁸, y varias obras más especializadas por tipos. La información que se aporta en el más general de sus libros condensa básicamente a los otros (en lo relativo a nuestro tema).

Además de entrar en aspectos de cálculo, pretendía dar información al novel sobre aspectos constructivos y sobre parámetros de diseño establecidos a partir de la práctica.

A la hora de dar datos de diseño, indica **fórmulas empíricas** sobre la determinación aproximada del peso de la estructura.

Expongamos los datos de acuerdo con su clasificación tipológica. No hablaremos, no obstante, de todos ellos; ya que muchos de los tipos son ajenos a esta investigación (depósitos de agua, de grano, estructuras de cabecera de mina,...). Tampoco entraremos en temas de costo; a los que dedica todo un capítulo. De todos modos, sí es muy significativo que esos datos existan.

A- CERCHAS METÁLICAS PARA CUBIERTAS (TIJERAS)

Se analiza aquí la clásica cubierta de cerchas con tijeras trianguladas interiormente que sirven de apoyo a unas correas horizontales para formar la clásica cubierta a dos aguas.

El peso, para la **cercha tipo Fink**²⁰⁹; depende de la luz, la distancia entre cerchas, la sobrecarga de proyecto y de la inclinación del cuchillo. Deduce empíricamente la siguiente fórmula general (no homogénea):

$$\wp = (p_s + q_s) * s * L * (1/45) * (1 + L/(5\sqrt{s})) ; \text{ ec. - 39}$$

\wp = carga total en libras

L = luz (entre 30 y 80 pies)

s = separación entre cerchas (de 8 a 30 pies)

$p_s + q_s$ = capacidad de carga por áreas proyectada (psf) (de 30 a 80 lb)

La carga por unidad de superficie será entonces:

$$\wp_s = \wp / s ;$$

Nos da valores de peso usuales de la subestructura. Para las correas de acero, entre 1,5 y 4 psf por área en verdadera magnitud; dependiendo del espacio entre cerchas y de la capacidad de carga de la cercha. Los ripios de formación de cubierta y ventanas andan del orden de 1,25 a 3 psf de área real. Los arriostramientos entre cerchas, aunque son muy variables, suelen andar entre 0,5 y 1 psf. En el caso de usar jabalones a modo de arriostramiento, el peso es similar.

Sumado esto a las cargas de viento y nieve, tendremos la carga total que debe soportar la cercha (la fórmulas para determinar estas cargas son interesantes).

A pesar de reconocer la influencia de la pendiente de la cubierta, sólo a parece como variable en ($p_s + q_s$). Sin embargo, no se tiene en cuenta la variación por dicho motivo en el propio peso \wp de la cercha (modificación de la cantidad de estructura). Esto sin embargo puede tener una explicación, y es la de que la pendiente con pendientes muy parecidas en la práctica. En la siguiente figura lo podemos ver.

²⁰⁸Ketchum, Milo S. Structural Engineer's Handbook. 1ª ed.; New York. McGraw-Hill Book Co., Inc. 1914. BPG (BCM-14.023)
Ketchum, Milo S. Structural Engineers's Handbook. Data for the Design and Constructuion of Steel Bridges and Buildings. 3th. ed.; New York. McGraw-Hill Book Co. 1924. BPG.

Ketchum, Milo S. The Design of Steel Mill Building. 4th. ed.; New York. McGraw-Hill Book Co. 1921.(1st de. 1903)BPG.

²⁰⁹Como en otros casos, la configuración interna no es algo aquí de gran importancia si las subdivisiones son racionales.

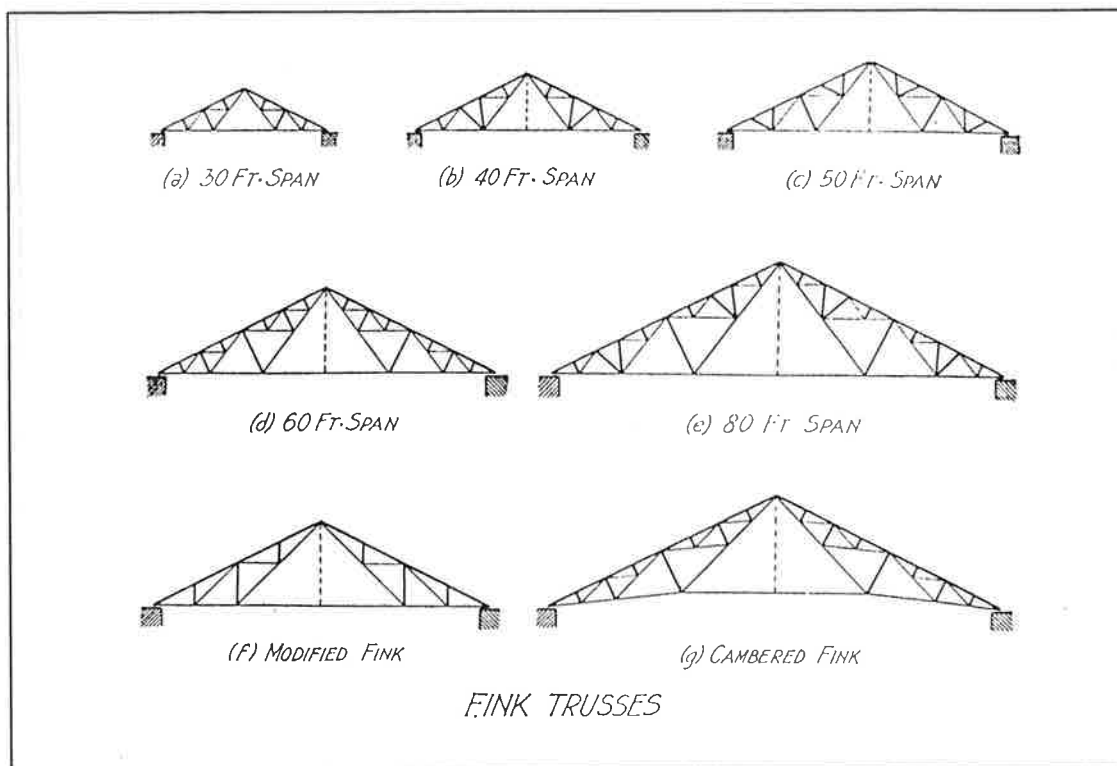


Fig. - 53

Es decir, la fórmula tiene una limitación muy clara respecto al tipo, a la proporción y al intervalo de luces. Su aplicación es eminentemente práctica; y válida teniendo en cuenta que el problema es muy típico. De nuevo, se plantea una variación lineal.

B- ESTRUCTURAS DE ACERO PARA EDIFICIOS DE OFICINA.

El peso de la estructura depende, nos dice, de la altura del edificio, de la separación entre columnas, del tipo de forjado y solado y de otras condiciones.

Como dato, nos ofrece un tabla de pesos de una serie de edificios construidos.

| WEIGHT OF STEEL IN TALL BUILDINGS, POUNDS PER CUBIC FOOT. | | | | | |
|---|--------------|------------------|-------------|----------------------------------|----------------------------|
| Building. | Plan Sq. Ft. | Height, Stories. | Height, Ft. | Weight of Steel, Lb. per Cu. Ft. | Reference. |
| Park Row Building, New York. | 15,000 | 26 | 307 | 3.6 | Eng. News, Oct. 8, 1896 |
| Hotel Astor (addition), New York. | 21,306 | 9 | ... | 2.6 | Eng. Record, Oct. 14, 1911 |
| Banker's Trust Building, New York. | 9,018 | 39 | 543 | 3.1 | Eng. Record, Feb. 11, 1911 |
| Underwood Building, New York. | 3,952 | 18 | 220 | 2.6 | Eng. Record, April 1, 1911 |
| Hotel Rector, New York. | 13,211 | 13 | ... | 2.3 | Eng. Record, May 27, 1911 |
| Woolworth Building, New York. | 31,000 | 55 | 775 | 3.0 | Eng. Record, May 27, 1911 |
| Municipal Building, New York. | 42,686 | ... | 580 | 3.0 | Eng. News, July 27, 1911 |
| Poole Bros. Printing, Chicago. | 5,000 | 7 | ... | 2.1 | Eng. News, July 25, 1912 |
| Merchants & Mfgs. Exchange, New York. | 55,000 | 12 | ... | 2.8 | Eng. Record, May 11, 1912 |
| Hotel McAlpin, New York. | 39,500 | 25 | 309 | 2.0 | Eng. Record, Mar. 30, 1912 |
| Curtis Building, Philadelphia. | 94,000 | 10 | 176 | 3.0 | Eng. Record, July 9, 1910 |
| Office Building, Denver. | 7,500 | 12 | 145 | 2.8 | Designed by the author |

Tab. - 21

En ese momento, igual que hoy, las sobrecargas estaban tipificadas (aunque aún no a nivel nacional) según el tipo de edificio. En vivienda, la sobrecarga estaba entre 200 y 300 kp/m^2 ; en oficinas, entre 300 y 500 kp/m^2 .²¹⁰ Muchas ciudades tenían sus propios códigos.

En el caso de las concargas, se dan sólo pesos de materiales para deducir en cada caso los correspondientes pesos unitarios de forjado.

C- PUENTES DE ACERO DE CARRETERA.

Lo relacionado con puentes en EE.UU. dependía de un solo organismo: la -American Bridge Company-; que hizo un gran esfuerzo de estudio y tipificación sobre los puentes. Y no era para menos dado el volumen de obra que manejaba.²¹¹

En todos los casos se trata de puentes a base de estructuras de barras, con triangulaciones tipo Pratt, Howe, Warren, Petit, etc.; la mayoría de cordones paralelos.

En pequeñas luces, se usan cerchas formadas por la propia barandilla (sin conectar entre sí por tanto). A éstos puentes se les llama tipo -Pony- o -low truss-. También pueden usarse perfiles laminados como simple estructura, hasta luces de unos 10m. Entre 10 y 30m se son muy usados los emparrillados, con diferentes tipologías.

Entre 25 a 50m se atan en cabeza las dos cerchas formando un cajón. Veamos un esquema típico.

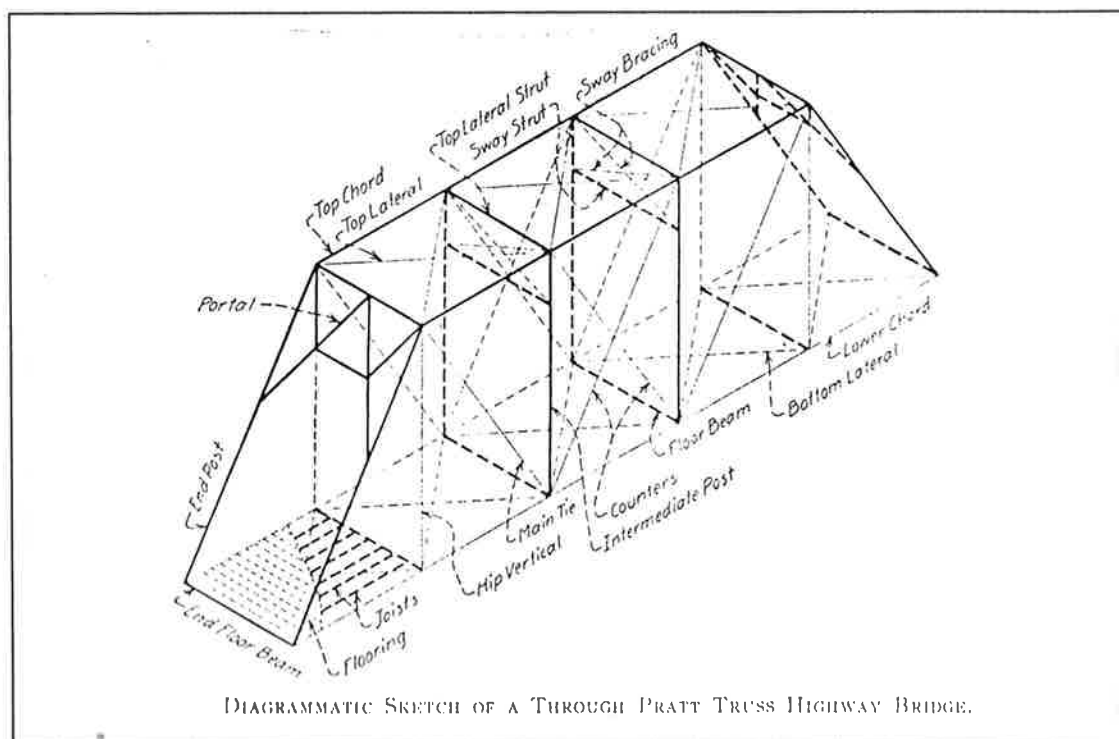


Fig.- 54

Para luces de 50 a 80m se utilizan cerchas con cordones no paralelos con una tipología similar a la anterior, y con trazado variable siguiendo la gráfica de momentos en función del número de apoyos.

Hay que decir que ciertas normativas (como la Massachusetts Railroad Commission) recomiendan, a partir de 65m, el uso de panderos en lugar de roblones (quizás debido al incremento de tensiones que provocan los roblones).

C-1 NORMATIVA REFERENTE A PESO DE LA -AMERICAN BRIDGE COMPANY-.

²¹⁰ Pueden verse las tablas III y IV del capítulo correspondiente. En los edificios en altura, se aplican una reducción de sobrecargas similar a la actual. Véase la tabla VII.

²¹¹ Véase:

Plowden, David. The Spans of North America. Don Mills (Ontario). General Publishing Co. Ltd. 1974.

Ketchum recoge toda una serie de datos acumulados por la -American Bridge Company-. Son, desde luego, de gran interés. El peso, dentro de las luces antes descritas, aparece ya al principio como dato y no como variable indeterminada.

Dentro del peso propio, distinguen entre el peso de la superestructura del cajón, el peso de la viga que forma el tablero, el del material de formación de suelo y el de la barandilla.

Será interesante ver antes un gráfico que aclare o recuerde la nomenclatura utilizada.

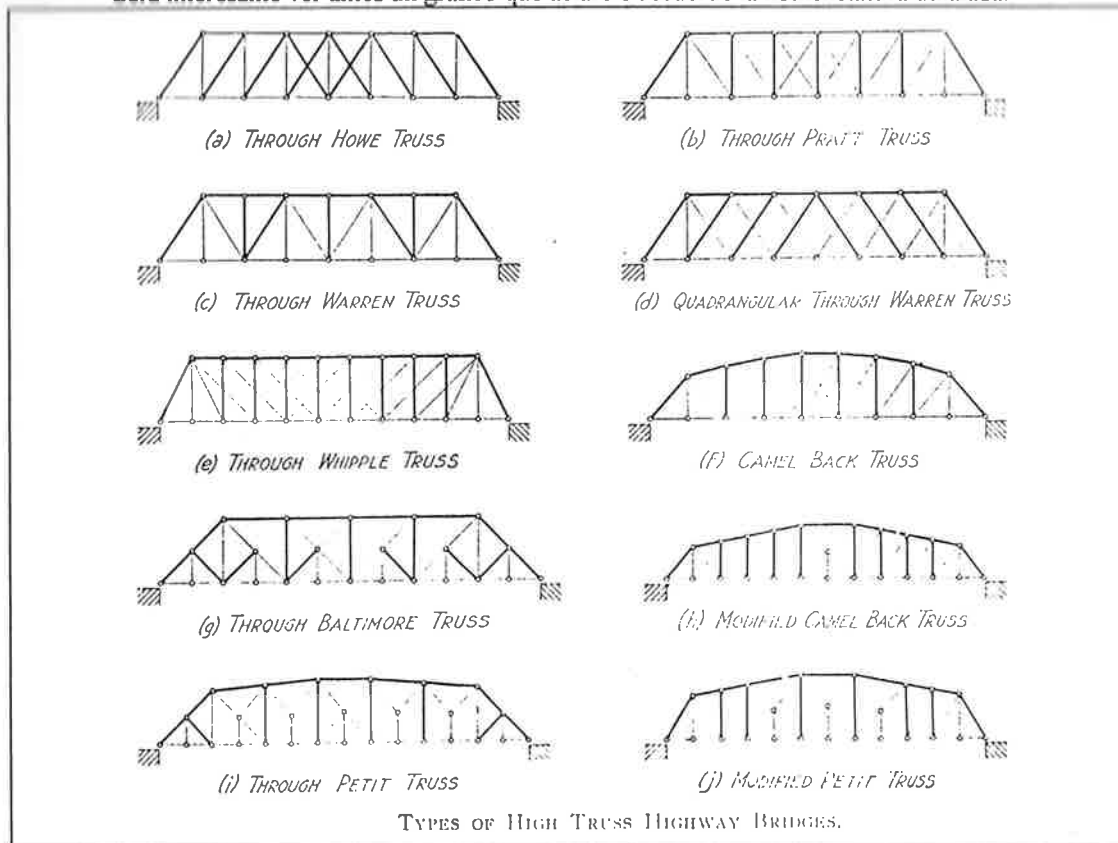


Fig.- 55

Las siguientes figuras muestran los pesos de distintos tipo elementos en función de la luz y la carga.

El arriostramiento horizontal superior se diseña para una carga de 150 plf (pounds per linear foot) en relación al ancho del puente. El inferior se calcula para una carga de 300 plf en relación a la luz, considerando además una carga móvil de 150 libras.

Ketchum nos muestra además algún ejemplo de utilización de las tablas, con lo que no es difícil su uso.

En las gráficas que aluden a elementos parciales, las relaciones son lineales. Pero cuando contabilizamos todo el peso, la cosa cambia y se aprecian claramente intervalos de crecimiento distintos, adaptándose a la forma general de este tipo de gráficas.²¹² Pasemos entonces a mostrarlas.

²¹² Véase los estudios sobre análisis dimensional.

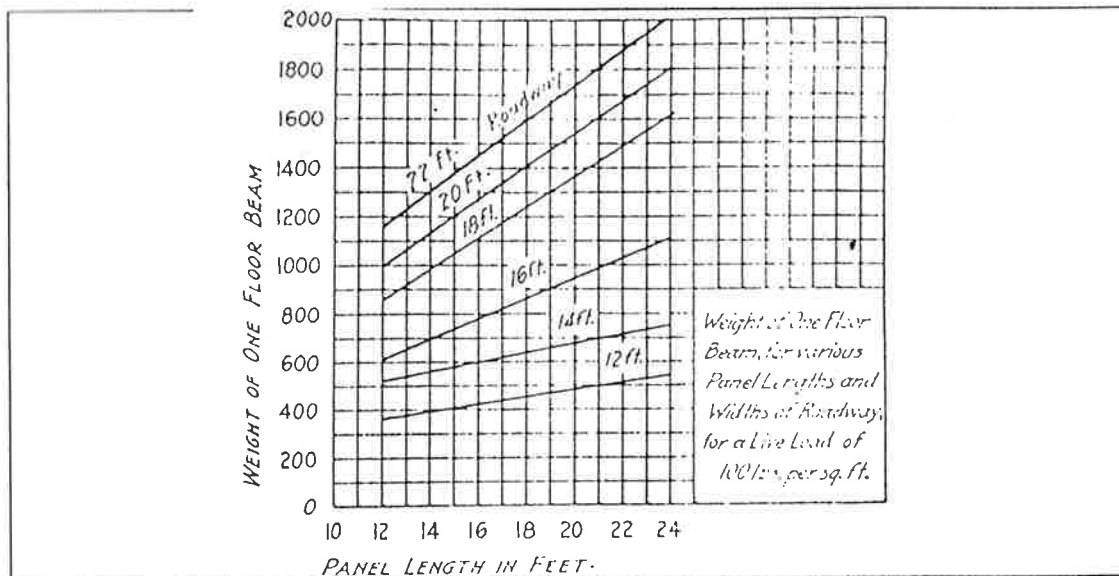


Fig. - 56

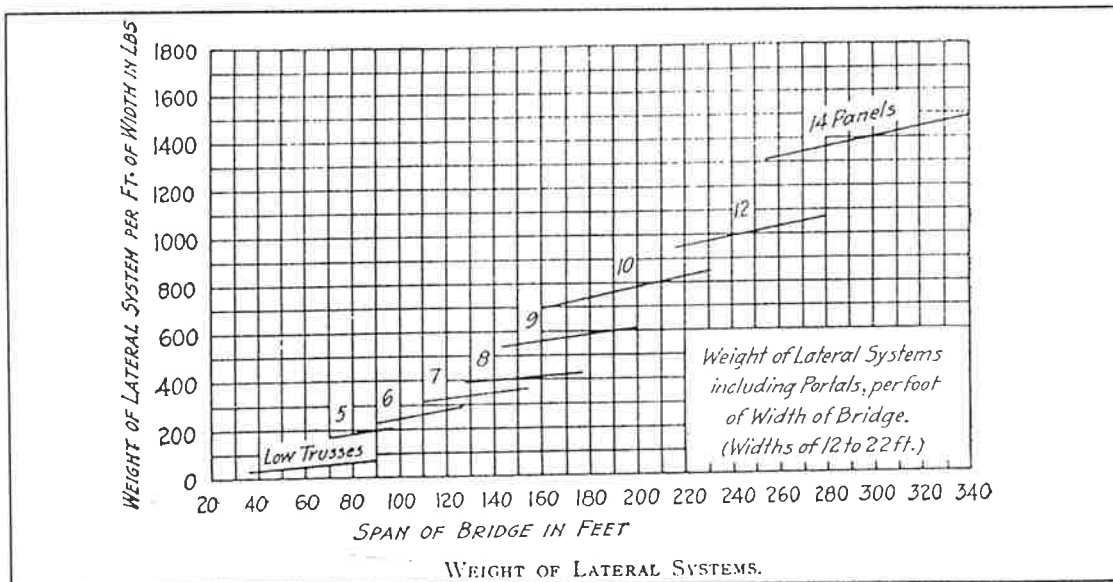


Fig. - 57

Estas dos primeras no son de relevancia, las siguientes sí.

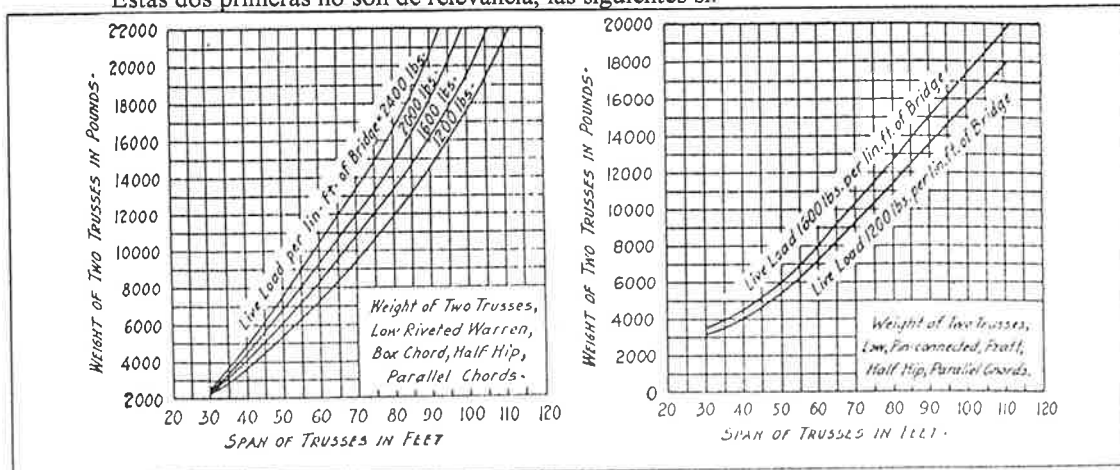


Fig. - 58

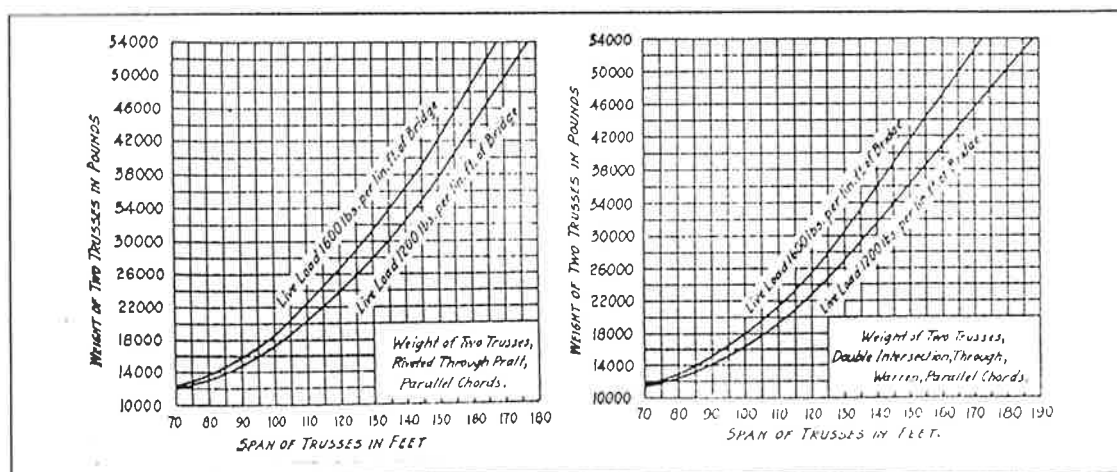


Fig. - 59

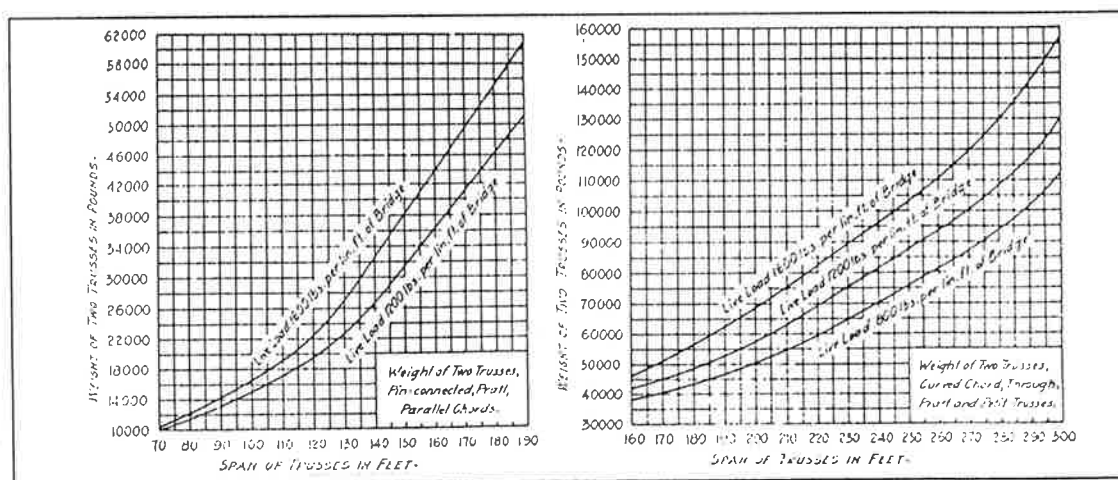


Fig. - 60

Pero incluso los puentes a base de vigas, de un modo similar al que podamos encontrar hoy día en el prontuario Ensidesa. No tiene mayor interés para nosotros.

Hay que indicar que cuando el puente tenga aceras, sus cargas de uso se contabilizan en los gráficos anteriores. La vigería principal de las aceras se supone igual a la del tablero, y han de añadirse 100lb (como constante)(sic) por el peso del pasamanos. La barandilla como peso lineal suele ser del orden de 33 plf. La carga de uso suele ser de 80 psf.

C-2 ESPECIFICACIONES GENERALES.

D- PUENTES DE ACERO DE FERROCARRIL.

Los mismos tipos usados en carretera se aplican en el ferrocarril. Como novedad en éste caso, está el empleo de torres de apoyo arriostradas. La mayor dificultad para cambiar de pendientes en el trazado hace que en el ferrocarril se empleen con profusión ese tipo de elementos. Veámoslo.

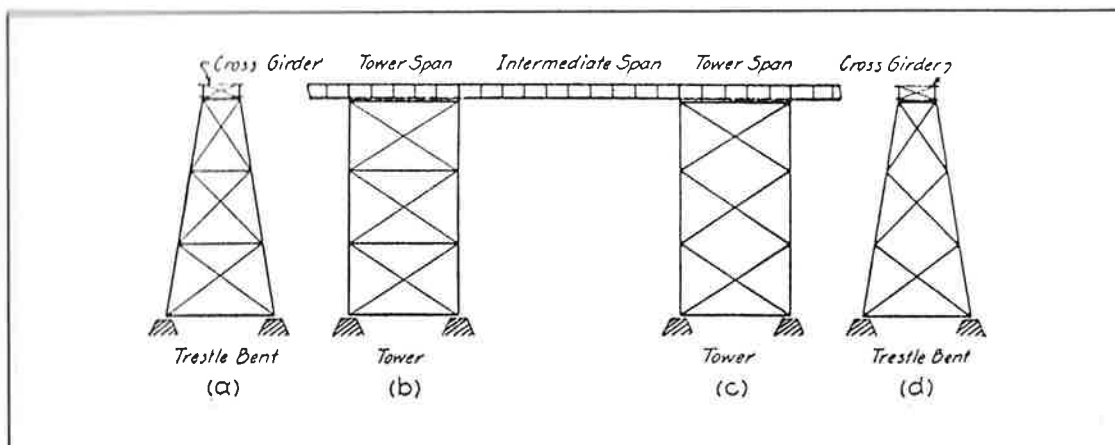


Fig. - 61

Lo normal es que la luz sobre torre sea la mitad que entre torres; con tamaños usuales de 30 y 60 ft. y de 40 y 80 ft.

Los puentes en voladizo (cantilever), los colgantes, y los móviles en vertical u horizontal no se consideran en su estudio.

Es de destacar la gran luz a la que llegaron los puentes cercha biapoyados. Según las indicaciones de Ketchum; con -nickel steel-, el límite de luz se fija en 750 ft., y económicamente hasta 700 ft. Para -carbon steel- el límite de luz estaría en los 550 feet. Con éste tipo (y *nickel steel*) se construyó el **Puente Municipal de St. Louis sobre el Mississippi**, con nada menos que **668 ft.**

En la actualidad no se usarían cerchas para esas luces (como veremos), y suponen de hecho llevar al tipo fuera de sus límites económicos. Pero ahí está.

La -American Railway Engineering Association- adoptó las especificaciones de carga Cooper. Pero antes que eso había multitud de tipos de cargas que llevaban a pesos distintos. La mayoría de las gráficas se adaptan a esas cargas tipo (con el prefijo E más un número que hace mención a la carga). En las Cooper, la distancia entre ruedas es la misma, por lo que las tensiones entre tipos son proporcionales al cambio de carga, al igual que sus relaciones de carga equivalente-luz de puente.

Sus valores de carga son los siguientes:

| Class | 8' | 5' | 5' | 5' | 9' | 5' | 6' | 5' | 8' | 8' | 5' | 5' | 5' | 9' | 5' | 6' | 5' | 5' | Uniform Load |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------------------------|
| E-40 | 20 000 | 40 000 | 40 000 | 40 000 | 40 000 | 26 000 | 26 000 | 26 000 | 26 000 | 20 000 | 40 000 | 40 000 | 40 000 | 40 000 | 26 000 | 26 000 | 26 000 | 26 000 | 4 000 lb. per lin. Ft. |
| E-45 | 22 500 | 45 000 | 45 000 | 45 000 | 45 000 | 29 250 | 29 250 | 29 250 | 29 250 | 22 500 | 45 000 | 45 000 | 45 000 | 45 000 | 29 250 | 29 250 | 29 250 | 29 250 | 4 500 lb. per lin. Ft. |
| E-50 | 25 000 | 50 000 | 50 000 | 50 000 | 50 000 | 32 500 | 32 500 | 32 500 | 32 500 | 25 000 | 50 000 | 50 000 | 50 000 | 50 000 | 32 500 | 32 500 | 32 500 | 32 500 | 5 000 lb. per lin. Ft. |
| E-55 | 27 500 | 55 000 | 55 000 | 55 000 | 55 000 | 35 750 | 35 750 | 35 750 | 35 750 | 27 500 | 55 000 | 55 000 | 55 000 | 55 000 | 35 750 | 35 750 | 35 750 | 35 750 | 5 500 lb. per lin. Ft. |
| E-60 | 30 000 | 60 000 | 60 000 | 60 000 | 60 000 | 39 000 | 39 000 | 39 000 | 39 000 | 30 000 | 60 000 | 60 000 | 60 000 | 60 000 | 39 000 | 39 000 | 39 000 | 39 000 | 6 000 lb. per lin. Ft. |

FIG. 18. COOPER'S CONVENTIONAL ENGINE LOADINGS.
(Loads for one truck.)

Tab. - 22

Y la traducción en cargas equivalente (para cargas de impacto) en función de la luz.

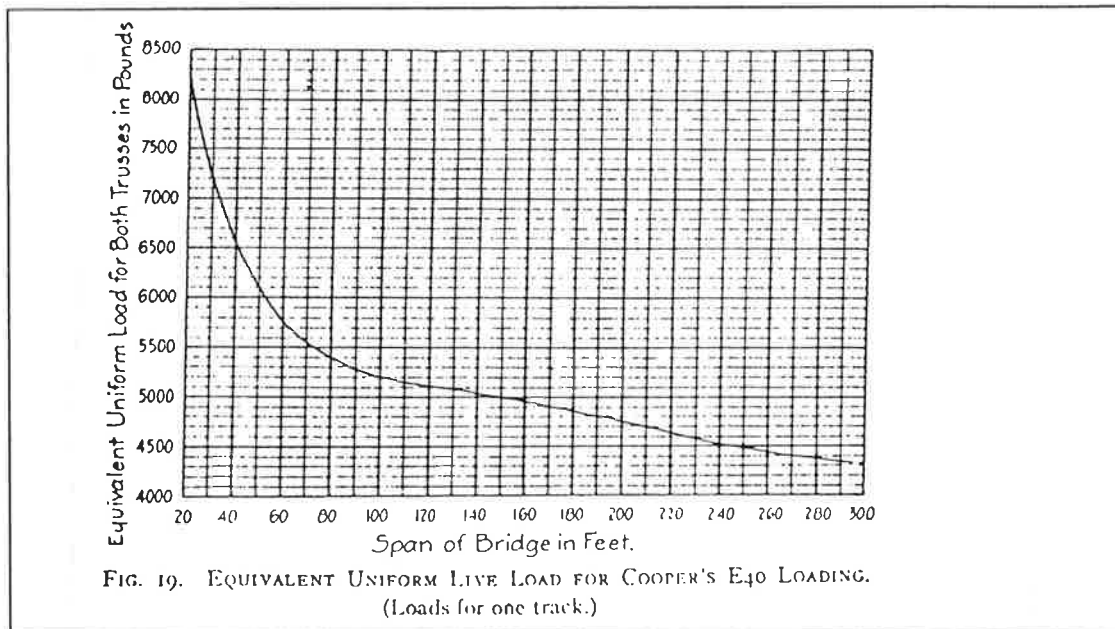


fig. (f-174)

El método de las cargas equivalentes, descrito en la anterior gráfica, se fue abandonando con el tiempo; y el uso de tablas se impuso. Este método da valores válidos para diseño, pero va contra seguridad en el primer cuarto de la luz y da valores altos para los otros dos cuartos. Recordemos que la carga de impacto se introduce para controlar los problema de fatiga y de rapidez de introducción de cargas (es decir, supone el control de aspectos *dinámicos*); dependiendo de si la carga es móvil o no. Con ello se minora la tensión admisible correspondiente según ciertas fórmulas (o se introducen cargas de impacto). La A.R.E.A. ha tabulado la influencia de los factores de impacto en función de la luz, de acuerdo con las cargas tipo Cooper; que parte de las fórmulas del profesor Launhardt.

Una de las fórmulas más sencillas, usada por la Illinois Central R.R., proviene de la Osborn Engineering Company (1901). Según ella, el factor σ_I de impacto es una tensión que debe ser añadida al valor de las tensiones debidas a cargas de uso (σ_q).

$$\sigma_I = \sigma_q * \sigma_q * (\sigma_q / \sigma_p) ; \text{ ec. - 40}$$

De éste modo, cuando la luz es grande, y con ello también las tensiones de peso propio; el factor de impacto es muy pequeño. A medida que disminuye la luz el factor de impacto crece. El tema es complejo. La fórmula debe depender de la luz y del tipo; con lo que no se puede generalizar de ese modo. Pero para nuestro uso puede ser suficiente; aunque es algo simplista y por ello no ha sido muy usada.

Waddel tiene una fórmula más experimental; que varía con el tipo de puente;

$$\sigma_I = \sigma_q * a / (L + b) ; \text{ ec. - 41}$$

siendo $a=400$ ft. y $b=500$ ft. para puentes de ferrocarril y $a=100$ y $b=150$ para los de carretera. La A.R.E.A. utiliza $a=b=400$ ft. para los de ferrocarril.

Veamos también algunos peso propios típicos del tablero.

DATA ON DEAD LOADS.

| Specifications. | Weight in Lb. | | | | Total Weight of Floor, Lb. |
|---------------------------------|---------------|----------|-----------|-----------------------|-----------------------------|
| | Timber. | Ballast. | Concrete. | Rails and Fastenings. | |
| 2. A., T. & S. F. R. R. . . . | 4½ | | | | Timber Ballasted Deck 1,400 |
| 3. B. & O. R. R. | 4½ | | 130 | 100 | |
| 4. B. & M. R. R. | 4½ | 100 | 150 | 150 | |
| 5. C. M. & St. P. Ry. | 4½ | 100 | 150 | 150 | |
| 7. Common Standard | | | | | 500 |
| 8. Cooper | 4½ | 110 | | | 400 min. |
| 9. Illinois Central R. R. . . . | 4½ | 100 | 150 | 100 | |
| 10. K. C., M. & O. R. R. . . . | Creosoted 5 | | | | 400 |
| 11. Lehigh Valley R. R. | 4½ | | 150 | 170 | 550 |
| 12. N. Y. Central R. R. | 4½ | 120 | 150 | 150 | 600 |
| 13. N. Y., N. H. & H. R. R. . . | 4½ | 100 | 150 | 150 | |
| 14. Penna. W. of Pittsburgh . . | | | | | 400 |
| 15. Nat. L. of Mexico | 4 | 100 | | 120 | |
| 17. Dept. of R. R. of Canada . | 4 | | | | 600 |

Tab. - 23

D.1- LA COMMON STANTARD- 1006.²¹³DE LAS LINEAS HARRIMAN.DATA ON RAILROAD BRIDGES DESIGNED UNDER COMMON STANDARD (HARRIMAN LINES)
SPECIFICATIONS C. S. 1006.

| SINGLE TRACK BRIDGES. | | | | | DOUBLE TRACK BRIDGES. | | | | |
|-----------------------|--|---|----------------|-------------------|-----------------------|--|---|----------------|-------------------|
| Length of Span, Ft. | Distance Center to Center of Trusses or Girders, Ft.-In. | Dist. C. to C. of Chords or B. to B. of Angles, Ft.-In. | No. of Panels. | Total Weight, Lb. | Length of Span, Ft. | Distance Center to Center of Trusses or Girders, Ft.-In. | Dist. C. to C. of Chords or B. to B. of Angles, Ft.-In. | No. of Panels. | Total Weight, Lb. |
| Through Plate Girders | | | | | Through Plate Girders | | | | |
| 30 | 13-6 | 4-0½ | 3 | 27,500 | 50 | 29-6 | 8-0½ | 4 | 142,000 |
| 40 | 15-6 | 5-0½ | 4 | 41,900 | 60 | 29-6 | 9-0½ | 5 | 173,000 |
| 50 | 15-6 | 5-8½ | 5 | 56,600 | 70 | 29-6 | 9-6½ | 6 | 221,000 |
| 60 | 16-0 | 6-4½ | 6 | 79,600 | 80 | 30-0 | 10-0½ | 7 | 277,000 |
| 70 | 16-6 | 7-0½ | 7 | 105,100 | 90 | 30-0 | 10-6½ | 8 | 317,200 |
| 80 | 16-6 | 8-0½ | 8 | 132,300 | | | | | |
| 90 | 16-6 | 8-6½ | 9 | 161,350 | | | | | |
| 100 | 16-6 | 9-0½ | 10 | 198,500 | | | | | |
| Deck Plate Girder | | | | | Through Rivet Span | | | | |
| 20 | 7-0 | 1-8 | 3 | 12,800 | 100 | 30-6 | 30-0 | 4 | 360,000 |
| 30 | 7-0 | 4-0½ | 4 | 14,900 | 110 | 30-6 | 30-0 | 4 | 400,000 |
| 40 | 7-0 | 4-11½ | 8 | 23,800 | 125 | 30-6 | 31-0 | 5 | 472,600 |
| 50 | 7-0 | 5-11½ | 8 | 34,300 | 140 | ... | ... | ... | ... |
| 60 | 7-0 | 6-5½ | 10 | 47,500 | | | | | |
| 70 | 8-0 | 8-3½ | 10 | 68,000 | | | | | |
| 80 | 8-0 | 8-8½ | 10 | 87,800 | | | | | |
| 90 | 9-0 | 9-1½ | 12 | 113,200 | | | | | |
| 100 | 9-0 | 9-3½ | 12 | 137,800 | | | | | |
| Through Rivet Span | | | | | Through Pin Span | | | | |
| 100 | 16-6 | 29-0 | 4 | 165,000 | 150 | 30-6 | 33-0 | 6 | 633,000 |
| 110 | 16-6 | 29-0 | 4 | 185,000 | 160 | ... | ... | ... | ... |
| 125 | 16-6 | 30-0 | 5 | 220,000 | 180 | ... | ... | ... | ... |
| 140 | 17-0 | 31-0 | 6 | 273,000 | 200 | 30-6 | 40-0 | 7 | 932,200 |
| 150 | 17-0 | 31-0 | 6 | 311,000 | | | | | |
| Through Pin Span | | | | | | | | | |
| 150 | 17-0 | 31-0 | 6 | 304,000 | | | | | |
| 160 | 17-0 | 32-0 | 6 | 348,000 | | | | | |
| 180 | 17-0 | 33-0 | 7 | 417,000 | | | | | |
| 200 | 17-0 | 32- & 38 | 7 | 485,000 | | | | | |

Tab. - 24

²¹³Estas especificaciones equivalen a las de la Cooper E55.

D.2- ESPECIFICACIONES DEL -CHICAGO, MILWAUKEE & St. PAUL Ry.-

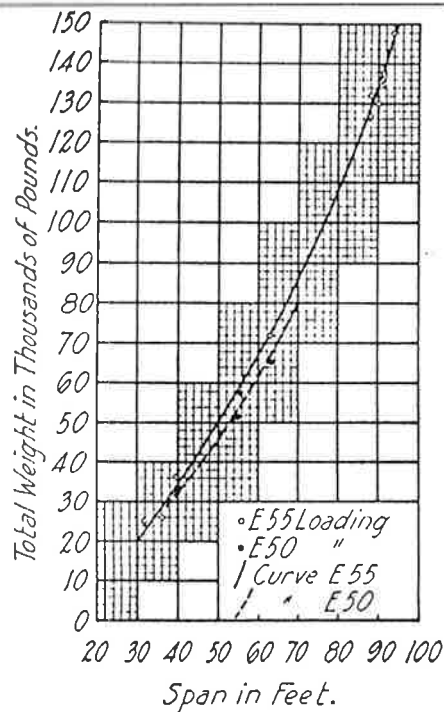


FIG. 3. WEIGHT OF SINGLE TRACK DECK PLATE GIRDER SPANS, CONCRETE BALLAST FLOOR. CHICAGO, MILWAUKEE & St. PAUL RY.

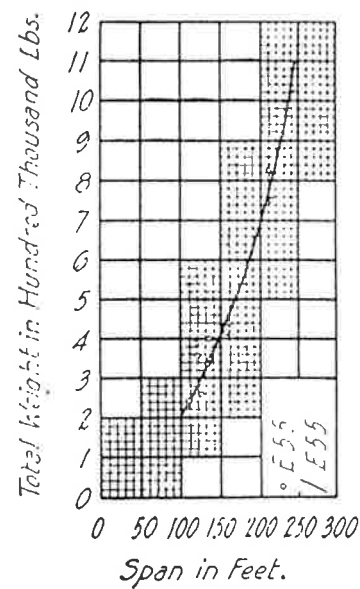


FIG. 4. WEIGHT OF SINGLE TRACK RIVETED DECK TRUSS SPANS. CHICAGO, MILWAUKEE & St. PAUL RY.

Fig.- 62

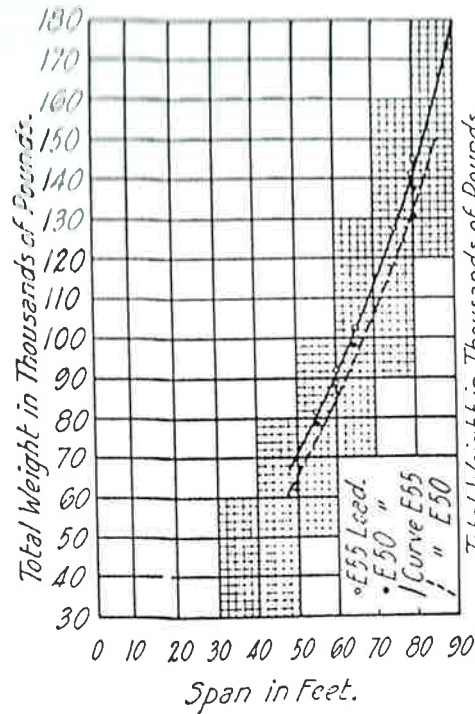


FIG. 5. WEIGHT OF SINGLE TRACK THROUGH PLATE GIRDER SPANS. TYPE C4 (FLANGES OF 2 ANGLES AND COVER PLATES, TWO STRINGERS). CHICAGO, MILWAUKEE & ST. PAUL RY.

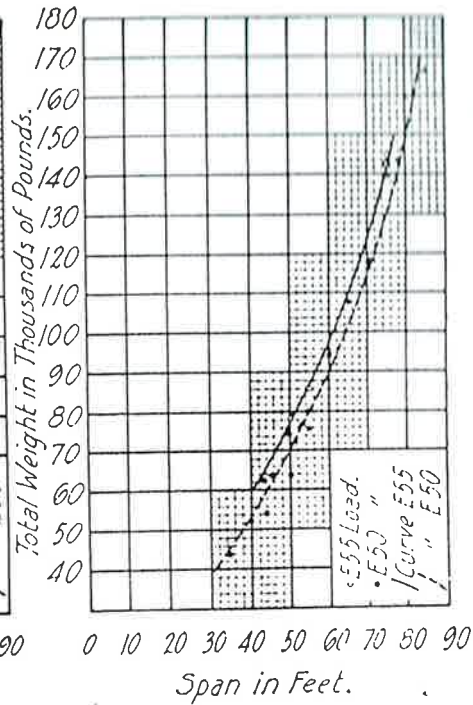


FIG. 6. WEIGHT OF THROUGH PLATE GIRDER SPANS. TYPE C3 (FLANGES OF 2 ANGLES AND COVER PLATES, SHALLOW FLOOR, 4 STRINGERS). CHICAGO, MILWAUKEE & ST. PAUL RY.

Fig.- 63

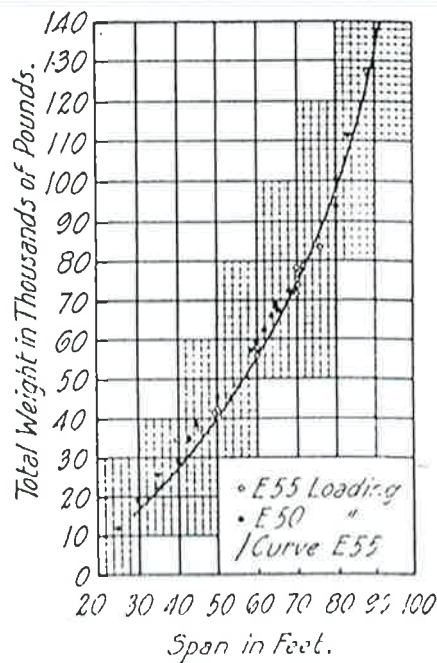


FIG. 7. WEIGHT OF SINGLE TRACK DECK PLATE GIRDER SPANS. OPEN TIMBER FLOOR. TYPE A4 (FLANGES OF 6 ANGLES WITHOUT COVER PLATES). CHICAGO, MILWAUKEE & ST. PAUL RY.

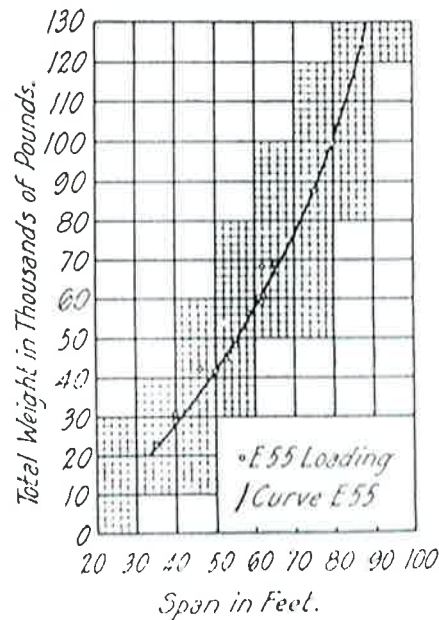


FIG. 8. WEIGHT OF SINGLE TRACK DECK PLATE GIRDER SPANS. TIMBER BALLAST FLOOR. TYPE A4 (FLANGES OF 6 ANGLES WITHOUT COVER PLATES). CHICAGO, MILWAUKEE & ST. PAUL RY.

Fig.- 64

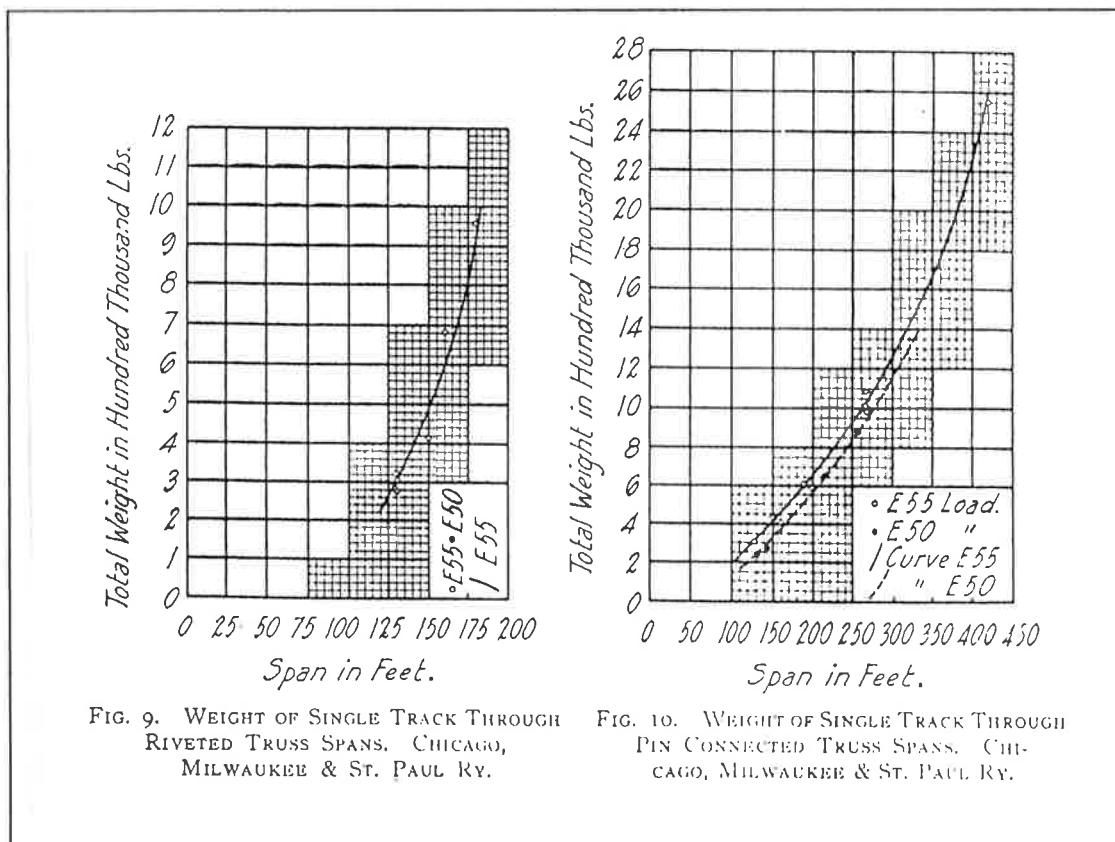


Fig.- 65

D.3- ESPECIFICACIONES DE LA -ILLINOIS CENTRAL RAILROAD-

HEAVIEST LOCOMOTIVES AND RELATIVE STRESSES PRODUCED FOR SPANS OF 40 FT. TO 100 FT.

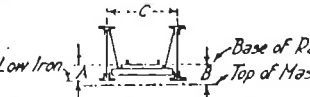
| Class. | Engine Alone. | | | Double Header.* | | | Proportional Stress. | |
|-------------------------|---------------------|-----------------|----------------------|---------------------|-----------------|---------------------|----------------------|------|
| | Weight in 1,000 Lb. | Wheel Base, Ft. | Proportional Weight. | Weight in 1,000 Lb. | Wheel Base, Ft. | Weight per Ft., Lb. | From | To |
| E 50†..... | 235.0 | 23.00 | 1.00 | 710.0 | 104.0 | 6,830 | 1.00 | 1.00 |
| Atlantic..... | 214.8 | 30.79 | .96 | 718.4 | 127.76 | 5,700 | 0.83 | 1.15 |
| Prairie..... | 244.7 | 34.25 | 1.09 | 807.5 | 132.92 | 6,070 | 0.88 | 1.03 |
| Consolidation..... | 260.1 | 26.50 | 1.16 | 860.4 | 131.81 | 6,520 | 0.99 | 1.14 |
| 12 Wheel..... | 262.0 | 27.08 | 1.17 | 817.4 | 130.15 | 6,280 | 1.00 | 1.14 |
| Decapod..... | 267.0 | 29.83 | 1.19 | 802.0 | 127.00 | 6,320 | 0.96 | 1.07 |
| Pacific..... | 270.0 | 35.20 | 1.20 | 865.4 | 142.48 | 6,070 | 0.93 | 1.08 |
| Mikado..... | 305.0 | 35.00 | 1.36 | 960.0 | 150.00 | 6,400 | 1.02 | 1.16 |
| 12 Wheel Articulated†. | 314.5 | 30.66 | 1.49 | 473.8 | 64.56 | 7,340 | 0.98 | 1.15 |
| 10 Coupled..... | 361.0 | 43.50 | 1.60 | 1,074.0 | 161.00 | 6,670 | 1.00 | 1.26 |
| 20 Wheel Articulated†. | 478.0 | 59.80 | 2.12 | 703.6 | 99.70 | 7,060 | 1.01 | 1.14 |
| 16 Wheel Articulated†. | 493.0 | 40.17 | 2.19 | 588.0 | 82.58 | 7,130 | 1.26 | 1.34 |
| 24 Wheel Articulated†. | 616.0 | 65.92 | 2.74 | 841.6 | 105.82 | 7,950 | 1.15 | 1.33 |
| 12 Wheel Electric Motor | 300.4 | 38.50 | 1.33 | 600.8 | 86.50 | 6,950 | 0.83 | 0.98 |
| 16 Wheel Electric Motor | 320.0 | 44.22 | 1.42 | 640.0 | 102.84 | 6,220 | 0.84 | 0.93 |

* Weight and wheel base for articulated engines are given for one engine and tender.

† Given for comparison.

‡ Mallet Type.

Tab.- 25

|  <p>Low Iron</p> <p>Base of Rail</p> <p>Top of Masonry</p> <p>Shear in thousands of pounds per rail.</p> <p>Loading—2-188.75 ton engines followed by 6,000lbs per foot uniform load.</p> | | | | | |
|---|-----------------|-----------|------------|--------|----------------|
| Span | Total End Shear | A | B | C | Height of Span |
| 80'0" | 2070 | 2' 2 1/2" | 3' 10 1/2" | 17' 6" | 149 000 lbs. |
| 85'0" | 2200 | 2' 3 1/2" | 3' 10 1/2" | 17' 6" | 163 000 " |
| 90'0" | 2330 | 2' 3 3/4" | 3' 10 1/2" | 17' 6" | 180 000 " |
| 95'0" | 2460 | 2' 3 3/4" | 3' 10 1/2" | 17' 6" | 200 000 " |
| 100'0" | 2600 | 2' 3 3/4" | 3' 10 1/2" | 17' 6" | 222 000 " |
| 110'0" | 2800 | 2' 4 1/2" | 3' 10 1/2" | 17' 6" | 250 000 " |

| Span | Total End Shear | A | B | C | Height of Span |
|-------|-----------------|-----------|------------|--------|----------------|
| 30'0" | 98.0 | 2' 1 1/2" | 2' 1 1/2" | 15' 0" | 40 000 lbs. |
| 35'0" | 108.0 | 2' 2 1/4" | 2' 1 3/4" | 16' 0" | 48 000 " |
| 40'0" | 118.0 | 2' 2 1/2" | 2' 1 3/4" | 17' 0" | 58 000 " |
| 45'0" | 129.0 | 2' 2 3/4" | 2' 2 1/2" | 17' 6" | 68 000 " |
| 50'0" | 139.0 | 2' 2 3/4" | 2' 2 1/2" | 17' 6" | 77 000 " |
| 55'0" | 148.0 | 2' 2 3/4" | 2' 9 1/2" | 17' 6" | 88 000 " |
| 60'0" | 158.0 | 2' 2 3/4" | 2' 9 1/2" | 17' 6" | 98 000 " |
| 65'0" | 170.0 | 2' 3 " | 2' 9 1/2" | 17' 6" | 111 000 " |
| 70'0" | 182.0 | 2' 3 1/8" | 3' 9 1/2" | 17' 6" | 120 000 " |
| 75'0" | 194.0 | 2' 3 1/8" | 3' 10 1/2" | 17' 6" | 133 000 " |

| Span | Height of one Light Girder | Height of one Heavy Girder | Height of one Floor |
|-----------------|----------------------------|----------------------------|---------------------|
| 30'0" to 50'0" | 0-22 W | 0-39 W | 0-56 W |
| 55'0" to 80'0" | 0-27 W | 0-48 W | 0-47 W |
| 85'0" to 110'0" | 0-31 W | 0-57 W | 0-38 W |

I-Beams, 18" @ 65 lbs.

ERECTOR'S NOTE :-

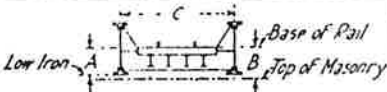
W= Total weight of one single track span with two light girders.

DATA ON THROUGH PLATE GIRDER SPANS

I-BEAM FLOORS

FIG. 11. WEIGHTS OF THROUGH PLATE GIRDER SPANS.
ILLINOIS CENTRAL RAILROAD.

Tab.- 26

|  <p>Low Iron</p> <p>Base of Rail</p> <p>Top of Masonry</p> <p>Shear in thousands of pounds per rail.</p> <p>Loading - 2-188.75 ton engines, followed by 6000 lbs. per foot uniform load</p> | | | | | |
|--|-----------------|-----------|------------|-------|----------------|
| Span | Total End Shear | A | B | C | Height of Span |
| 80'0" | 213.4 | 3' 4 1/2" | 4' 11 1/2" | 17'6" | 154 200 lbs. |
| 85'0" | 228.1 | 3' 4 1/2" | 4' 11 1/2" | 17'6" | 176 000 " |
| 90'0" | 240.6 | 3' 4 3/4" | 4' 11 1/2" | 17'6" | 189 600 " |
| 95'0" | 254.7 | 3' 4 3/4" | 4' 11 1/2" | 17'6" | 210 000 " |
| 100'0" | 267.2 | 3' 5 1/2" | 4' 11 1/2" | 17'6" | 224 800 " |
| 110'0" | 293.6 | 3' 5 1/2" | 4' 11 1/2" | 17'6" | 263 000 " |

| Span | Total End Shear | A | B | C | Height of Span |
|-------|-----------------|-----------|------------|-------|----------------|
| 30'0" | 100.5 | 3' 2 1/2" | 3' 3 1/2" | 15'6" | 45 000 lbs. |
| 35'0" | 111.9 | 3' 3 1/2" | 3' 3 1/2" | 16'6" | 56 000 " |
| 40'0" | 122.5 | 3' 3 3/4" | 3' 3 1/2" | 17'6" | 64 400 " |
| 45'0" | 132.6 | 3' 3 3/4" | 3' 3 1/2" | 17'6" | 71 000 " |
| 50'0" | 142.8 | 3' 3 3/4" | 3' 3 1/2" | 17'6" | 81 200 " |
| 55'0" | 153.4 | 3' 4 1/2" | 3' 10 1/2" | 17'6" | 95 900 " |
| 60'0" | 161.1 | 3' 4 1/2" | 3' 10 1/2" | 17'6" | 103 800 " |
| 65'0" | 174.9 | 3' 4 1/2" | 3' 10 1/2" | 17'6" | 116 000 " |
| 70'0" | 187.4 | 3' 4 3/4" | 3' 10 1/2" | 17'6" | 128 000 " |
| 75'0" | 201.9 | 3' 4 3/4" | 4' 11 1/2" | 17'6" | 145 700 " |

| Span | Height of one Light Girder | Height of one Heavy Girder | Height of one Floor |
|-----------------|----------------------------|----------------------------|---------------------|
| 30'0" to 50'0" | 0-24 W | 0-42 W | 0-54 W |
| 55'0" to 80'0" | 0-25 W | 0-46 W | 0-50 W |
| 85'0" to 110'0" | 0-28 W | 0-51 W | 0-43 W |

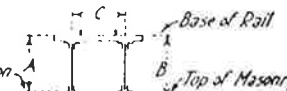
ERECTOR'S NOTE :-
W= Total weight of one single track span with two light girders.

DATA ON
THROUGH PLATE GIRDER SPANS
STRINGER FLOOR

FIG. 12. WEIGHTS OF THROUGH PLATE GIRDER SPANS.
ILLINOIS CENTRAL RAILROAD.

Tab.- 27

| Span | Total End Shear | A | B | C | Height of Span |
|--------|--------------------|----------------------|-----------------------|------|----------------|
| 30'0" | 94.0 | 4'10 $\frac{3}{4}$ " | 4'10 $\frac{3}{4}$ " | 7'0" | 18 000 lbs |
| 35'0" | 103.5 | 5'2 $\frac{3}{4}$ " | 5'2 $\frac{3}{4}$ " | 7'0" | 22 000 " |
| 40'0" | 113.5 | 5'9 $\frac{1}{2}$ " | 5'9 $\frac{1}{2}$ " | 7'0" | 28 000 " |
| 45'0" | 123.5 | 6'3 $\frac{1}{2}$ " | 6'3 $\frac{1}{2}$ " | 7'0" | 34 000 " |
| 50'0" | 132.5 | 6'9 $\frac{1}{2}$ " | 6'8 $\frac{1}{2}$ " | 7'0" | 40 000 " |
| 55'0" | 141.0 | 7'1" | 7'1 $\frac{1}{2}$ " | 7'0" | 46 000 " |
| 60'0" | 150.0 | 7'4" | 7'10 $\frac{1}{2}$ " | 7'0" | 57 000 " |
| 65'0" | 165.0 | 8'6" | 9'0 $\frac{1}{4}$ " | 8'0" | 62 000 " |
| 70'0" | 176.0 | 9'4" | 9'10 $\frac{1}{4}$ " | 8'0" | 68 000 " |
| 75'0" | 189.0 | 9'6 $\frac{1}{2}$ " | 10'0 $\frac{1}{4}$ " | 8'0" | 78 000 " |
| 80'0" | 202.0 | 9'8 $\frac{1}{2}$ " | 11'4 $\frac{1}{4}$ " | 8'0" | 90 000 " |
| 85'0" | 216.0 | 10'0" | 11'7 $\frac{1}{4}$ " | 9'0" | 100 000 " |
| 90'0" | 228.0 | 10'2 $\frac{1}{2}$ " | 11'9 $\frac{1}{4}$ " | 9'0" | 114 000 " |
| 95'0" | 242.0 | 10'2 $\frac{1}{2}$ " | 11'9 $\frac{1}{4}$ " | 9'0" | 130 000 " |
| 100'0" | 259.0 | 10'4 $\frac{1}{2}$ " | 11'11 $\frac{1}{4}$ " | 9'0" | 150 000 " |
| 110'0" | 295.0 | 10'9 $\frac{1}{2}$ " | 12'3 $\frac{1}{4}$ " | 9'6" | 275 000 " |



Low iron

Base of Rail

Top of Masonry

Shear in thousands of pounds per rail.
Loading - 2-188.75 ton engines, followed
by 6000 lbs per foot uniform load

ERECTION NOTE :-
In all spans, 30'0" to 60'0" in length, one
girder will weigh 45% of total height of span
In all spans 65'0" to 110'0" in length, one
girder will weigh 46.5 per cent of total height
of span.

DATA ON
DECK PLATE GIRDER
SPANS

FIG. 13. WEIGHTS OF DECK PLATE GIRDER SPANS.
ILLINOIS CENTRAL RAILROAD.

Tab.- 28

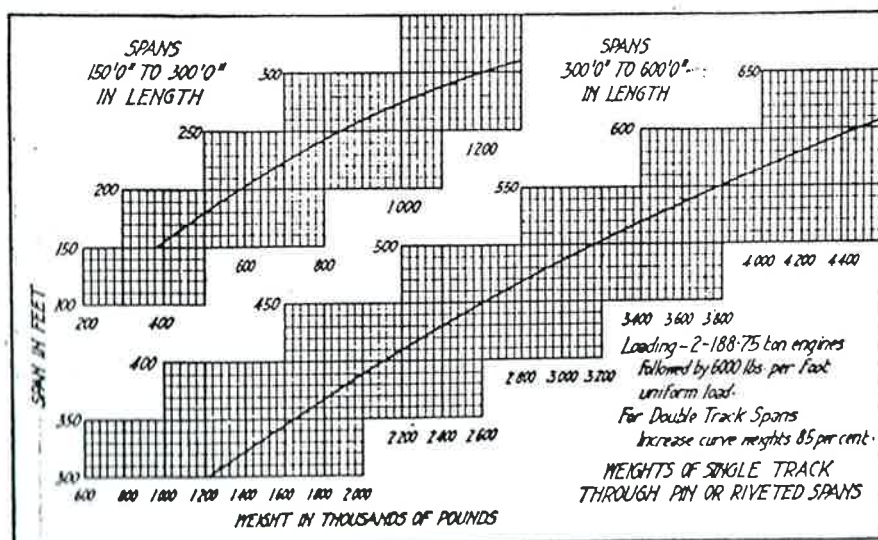


FIG. 14. WEIGHTS OF SINGLE TRACK THROUGH SPANS
ILLINOIS CENTRAL RAILROAD.

Fig.- 66

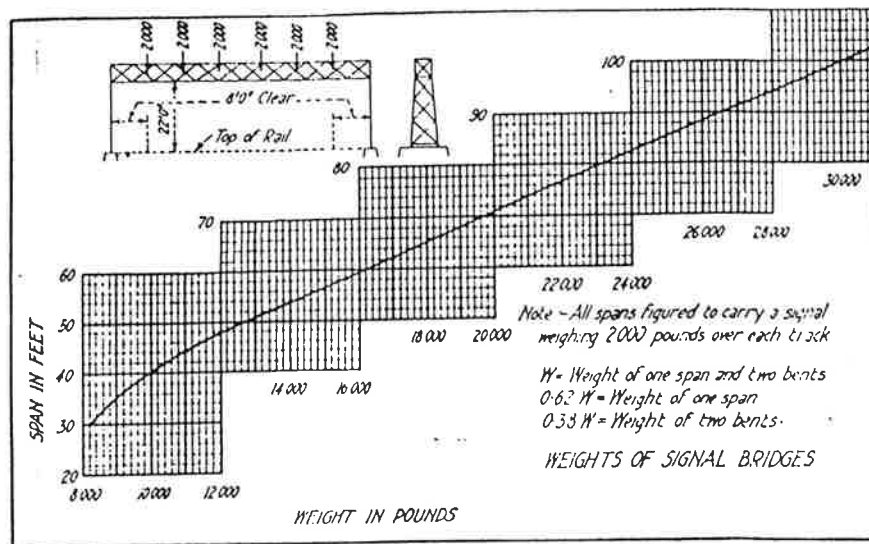


FIG. 15. WEIGHTS OF SIGNAL BRIDGES.
ILLINOIS CENTRAL RAILROAD.

Fig.- 67

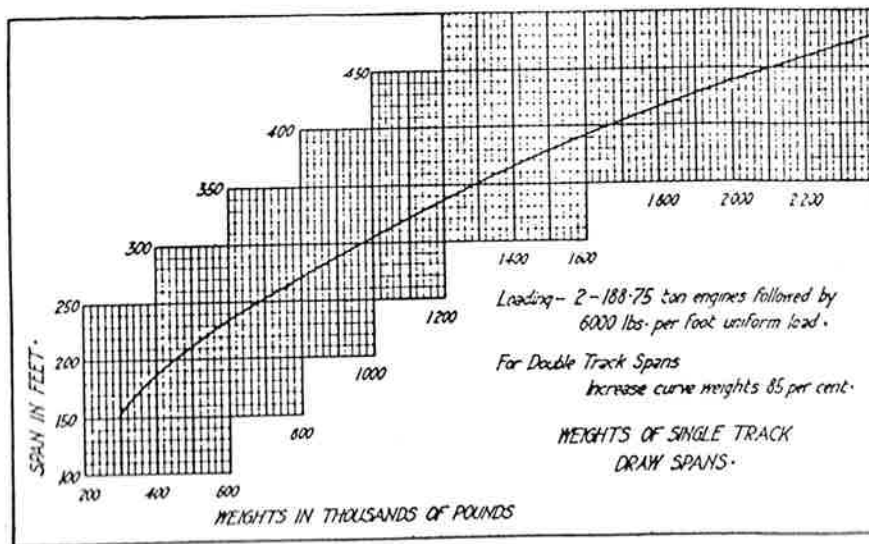


FIG. 16. WEIGHTS OF SINGLE TRACK DRAW SPANS.
ILLINOIS CENTRAL RAILROAD.

Fig.- 68

D.4- ESPECIFICACIONES DE LA -McCLINTIC-MARSHALL CONSTRUCTION Co.-

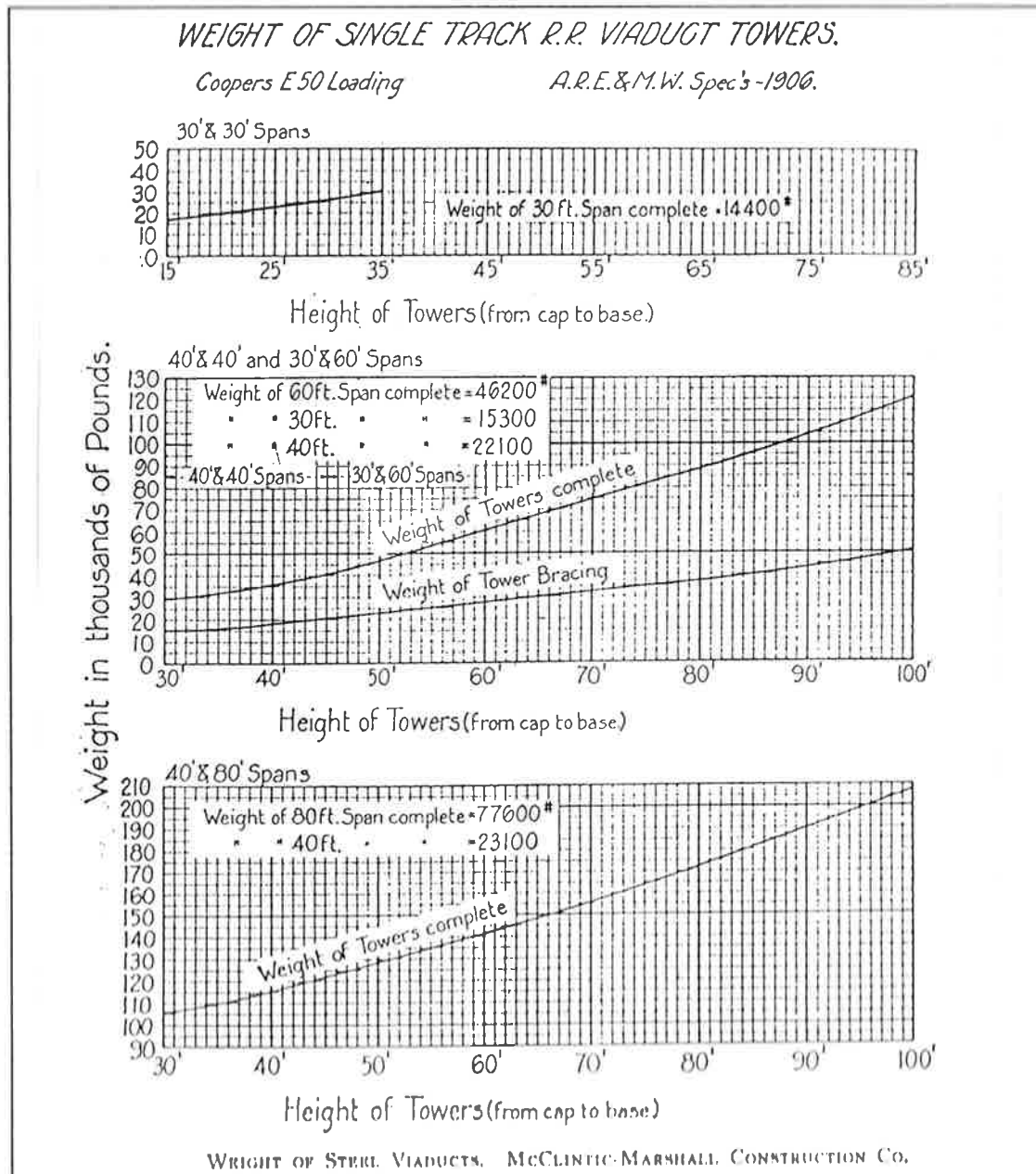


Fig.- 69

D.5- ESPECIFICACIONES GENERALES.

Es interesante ver la relación de luz-tipo que proponen algunas de las especificaciones.

| <i>Specification</i> | <i>Rolled Beams Ft.</i> | <i>Plate Girders Ft.</i> | <i>Riveted Trusses Ft.</i> | <i>Pin Connected Trusses Ft.</i> |
|--|-----------------------------|------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| 2. A.T. & S.F. Ry. System, 1902 | 26 to 34 | 26 to 106 | 106 to 150 | 150 and up |
| 3. Baltimore & Ohio, 1904 | 30 | 30 to 110 | 100 to 150 | 150 and up |
| 6. Chi. Rock Island & Pac. R.R., 1906 | 19 | 19 to 110 | 100 to 200 | 200 and up |
| 7. Common Standard, 1909 | 19 | 19 to 100 | 100 to 150 | 150 and up |
| 8. Cooper, 1906 | 20 | 20 to 120 | 120 to 150 | 150 and up |
| 9. Illinois Central, 1911 | 21 | 21 to 100 | 100 to 150 | 150 and up |
| 10. Kansas City, Mexico & Orient, 1907 | 20 | 20 to 100 | 100 to 250 | 250 and up |
| 11. Lehigh Valley, 1911 | 25 | 25 to 110 | 110 to 160 | 160 and up |
| 12. New York Central, 1910 | 25 | 25 to 110 | 110 to 180 | 180 and up |
| 14. Penna. Lines West of Pittsburgh, 1906 | | to 100 | 100 to 250 | 250 and up |
| 15. National Lines of Mexico, 1907 | 30 | 25 to 80 | 80 to 150 | 150 and up |
| 17. Department of Railways of Canada, 1908 | 18 | 18 to 100 | 100 to 200 | 200 to 600 |

Tab.- 29

SPACING OF GIRDERS AND TRUSSES

| <i>Specification</i> | <i>Girders</i> | | <i>Trusses</i> | |
|--|--|---|--|----------------|
| | <i>Stringers</i> | <i>Deck Girders</i> | <i>Deck</i> | <i>Through</i> |
| 1. American Ry. Eng. Assoc., 1910 | | Span/20 | Span/20 | Span/20 |
| 3. Baltimore & Ohio, 1904 | 6'-6" | not less than 6'-6" | not less than 10'-0" | Span/20 |
| 6. Chicago, Rock Island & Pac. R.R., 1906 | 7'-0" | up to 60 ft., 7'-0" 60 ft. to 80 ft., 8'-0" | | Span/20 |
| 7. Common Standard, 1909 | 7'-0" | up to 60 ft., 7'-0" 60 ft. to 80 ft., 8'-0" 80 ft. to 100 ft., 12'-0" | 100 ft. to 110 ft., 10'-0" 110 ft. to 130 ft., 12'-0" 130 ft. to 150 ft., 14'-0" | |
| 8. Cooper, 1906 | 6'-6" | not less than 6'-6" | | |
| 9. Illinois Central, 1911 | 4 stringers spaced 2'-6" | up to 60 ft., 7'-0" 60 ft. to 80 ft., 8'-0" 80 ft. to 100 ft., 9'-0" 100 ft. to 110 ft., 9'-6" | 100 ft. to 110 ft., 10'-0" 110 ft. to 130 ft., 12'-0" 130 ft. to 150 ft., 14'-0" | |
| 10. Kans. City, Mexico & Orient, 1907 | 7'-0" | up to 80 ft., 7'-0" over 80 ft., 8'-0" | | Span/20 |
| 11. Lehigh Valley, 1911 | 6'-6" | up to 75 ft., 6'-6" 75 ft. to 100 ft., 7'-0" 100 ft. to 125 ft., 7'-6" to 8'-0" | | |
| 12. New York Central, 1910 | 6'-6" | up to 75 ft., 6'-6" over 75 ft., 7'-6" | | Span/15 |
| 14. Penna. Lines West of Pittsburgh, 1906 | 6'-6", for 4 stringers outer pair 7'-0", inner pair 5'-0" | 6'-6" | | |
| 17. Department of Railways of Canada, 1908 | 8'-0" | Single Track, 8'-0" Double Track, 6'-6" | 10'-0" or $\frac{1}{16}$ Span | Span/20 |

Tab.- 30

E- LAS ESPECIFICACIONES DE LA -BOSTON BRIDGE WORKS- PARA PUENTES DE ACERO DE CARRETERA Y FERROCARRIL. John C. Moses. ²¹⁴

Los datos también son reflejados por Ketchum.

E-1 PUENTES A BASE DE VIGAS LAMINADAS.

Para puentes de ferrocarril (eléctricos), se dan fórmulas más generales en relación con el peso total y la luz.

Para puentes a base de vigas laminadas (pequeñas luces) y coches de 30 to.

$$\wp = 50 + 5L ; \text{ ec. - 42}$$

E-2 PUENTES CERCHA EN CAJÓN CON TABLERO INFERIOR.

Para puentes cercha en cajón de carretera (de acuerdo con el esquema axonométrico tipo mostrado anteriormente), de entre 16 a 20 ft. de ancho de tablero, sin aceras, y con una carga de uso de 80 psf para el diseño de la cercha y 100 psf y un tren de carga de 6 to. para el suelo; el peso unitario \wp_s (psf) en relación al área del suelo, y sin incluir el peso de la viguería y de la barandilla, es el siguiente:

$$\wp_s = 5 + L/9,5 ; \text{ ec. - 43}$$

En un caso similar pero con dos aceras de 5 a 6 ft. de ancho.

$$\wp_s = 5 + L/11,3 ; \text{ ec. - 44}$$

Para puentes de ferrocarril (eléctricos), se dan fórmulas más generales en relación con el peso total y la luz.

Para puentes cercha ligeros; para cargas de 1.500 plf (de la luz)(coches de 15 to.)

$$\wp = 200 + 0,8L ; \text{ ec. - 45}$$

Para puentes cercha pesados; para cargas de 2.000 plf (de la luz)(coches de 30 to.)

$$\wp = 200 + 0,8L ; \text{ ec. - 46}$$

E-3 PUENTES CON JÁCENAS ARMADAS (plate girders)

En el caso de que el tablero esté en la cara superior de las jácenas, sin aceras, con cargas de uso de 100 psf para la superestructura y con 100 psf y tren de cargas de 6 to. para el suelo, y sin incluir la viguería y la barandilla; el peso unitario \wp_s en relación a la luz es igual a:

$$\wp_s = 2,5 + L/3,4 ; \text{ ec. - 47}$$

Si tiene aceras:

²¹⁴ Es el ingeniero jefe al cargo de dicha empresa.

$$\varphi_s = 3 + L/4,4 ; \text{ec.- 48}$$

En el caso de tablero apoyado en cara inferior de la jácena, sin acera (resto de condiciones igual que antes):

$$\varphi_s = 3 + L/4,25 ; \text{ec.- 49}$$

E igual al anterior pero con aceras:

$$\varphi_s = 3,3 + L/5,6 ; \text{ec.- 50}$$

Ira Orborn Baker²¹⁵. Arcos de Fábrica. 1920

Es uno de los últimos manuales de fábrica que van a escribirse, y también uno de los más completos (no es casual que esta sea la décima edición del libro).

Recoge los métodos de estática gráfica para la determinación de la estabilidad del arco (Art. 1. Theory of Stability), en la línea de lo que luego hará Heyman. Se estudian varias teorías para determinar cual es la línea de presiones verdadera. *Un criterio aceptado por la mayoría es que si puede encontrarse un antifunicular de las cargas que pase por el tercio central del arco este es estable.* No obstante, recogeremos sólo algunos aspectos que nos parecen de más interés para este trabajo por cuanto es un - estado del arte- de este tema.

Reglas empíricas para arcos de fábrica.

Como complemento a la parte teórica, y dado que realmente ésta no estaba consolidada, se aportan reglas empíricas que se consideran suficientemente corroboradas en la práctica; y como prueba de ello se comparan las reglas con numerosas estructuras construidas. Anota que evidentemente este hecho no prueba la absoluta validez de las reglas sino sólo su *probable seguridad*; y desde luego no nos informan del grado de seguridad. *Propone por ello el uso cuidadoso de estas reglas.* Al estudiar estructuras construidas que siguen en pie se ve una concordancia con dichas reglas; pero al ver otras se ve un exceso de material del 300 al 400%; que indica el alto grado de seguridad (y de desviación) de muchas de estas fórmulas.

1- Proporción de arcos (espesores en clave).

Si seguimos su nomenclatura:

d=canto de la clave en pies;

ρ=radio de curvatura del intrados del arco en pies;

r=peralte en la clave en pies (canto global);

s=luz en pies;

1-a. Práctica Norteamericana. Fórmula de Trautwine.

en arcos de sillería con material de -primera clase- y trazado circular o elíptico:

$$d=(1/4)(\sqrt{(\rho+0,5s)}+0,2); \text{ ec.- 51}$$

si la sillería es de -segunda clase- el espesor debe incrementarse 1/8 y si usamos mampostería de ripios en lugar se sillería o fábricas de ladrillo, el espesor se incrementará en 1/3.

1-b. Práctica Inglesa. Fórmula de Rankine.

para arcos aislados:

$$d=\sqrt{(0,12\rho)}; \text{ ec.- 52}$$

en arcos en continuidad:

$$d=\sqrt{(0,17\rho)}; \text{ ec.- 53}$$

en arcos de túnel perforados en terrenos duros:

$$d=\sqrt{(0,12(r^2/s))}; \text{ ec.- 54}$$

²¹⁵Baker, Ira O.; A Treatise on Masonry Construction. 10 th. ed.; New York, John Wiley & Sons, 1920. - BPGV.

en arcos de túnel con terrenos de poca cohesión el canto será el doble del anterior.

Estos datos corresponden a arcos de con arranque a 90°; si hablamos de segmentos de arco la enbeltez crece considerablemente. En los arcos de Rennie y Stephenson, que suelen tomarse como modelo, el canto -d- en la clave es del orden de 1/30 a 1/33 de la luz o bien 1/26 a 1/30 del radio de curvatura en el intrados.

1-c. *Práctica Francesa.*

1-c1. **Perronet.** Da una regla válida para arcos sean tanto de medio punto, elípticos o rebajados; e igualmente aplicable si tienen relleno superior que si no. Tampoco la hace depender del uso. Todo ello sorprende a Baker, y sobretodo el hecho de que el peralte del arco en la clave no sea una variable. Además, Perronet no aplicaba esa fórmula constantemente a sus obras sino que estas tienen valores distintos en función del problema.

$$d=1 + 0,035s ; \text{ ec.- 55}$$

1-c2. **Dejardin.** Estas fórmulas son más precisas y eran las más usadas por los ingenieros franceses.

en arcos circulares:²¹⁶

$$\text{para } r/s=1/2; \quad d=1 + 0,1p ; \text{ ec.- 56}$$

$$\text{para } r/s=1/6; \quad d=1 + 0,05p ; \text{ ec.- 57}$$

$$\text{para } r/s=1/8; \quad d=1 + 0,035p ; \text{ ec.- 58}$$

$$\text{para } r/s=1/10; \quad d=1 + 0,020p ; \text{ ec.- 59}$$

arcos elípticos:

$$\text{para } r/s=1/3; \quad d=1 + 0,07p ; \text{ ec.- 60}$$

1-c3. **Croizette-Dèsnoyers.**

$$\text{para } r/s>1/6; \quad d=0,5 + 0,28\sqrt{(2p)} ; \text{ ec.- 61}$$

$$\text{para } r/s=1/6; \quad d=0,5 + 0,26\sqrt{(2p)} ; \text{ ec.- 62}$$

$$\text{para } r/s=1/12; \quad d=0,5 + 0,2\sqrt{(2p)} ; \text{ ec.- 63}$$

2- Espesor de los contrafuertes.

2-a. Fórmula de Trautwine.

t=espesor del contrafuerte en el arranque del arco en pies; y el resto de variables son las mismas que antes.

$$t=0,2p + 0,1r + 2 ; \text{ ec.- 64}$$

²¹⁶Como puedes verse, a media que el arco es más -plano- y se aleja más del medio punto el canto necesario disminuye; cosa que es totalmente correcta, ya que cuanto más tendido es el arco menos difieren entre sí las posibles líneas de presiones.

la fórmula la considera independiente del trazado del arco, del tamaño de la estructura y de la altura del contrafuerte.

Una vez determinado el espesor $-t-$ en el arranque, se procede a determinar el espesor en la base del siguiente modo (ver figura):

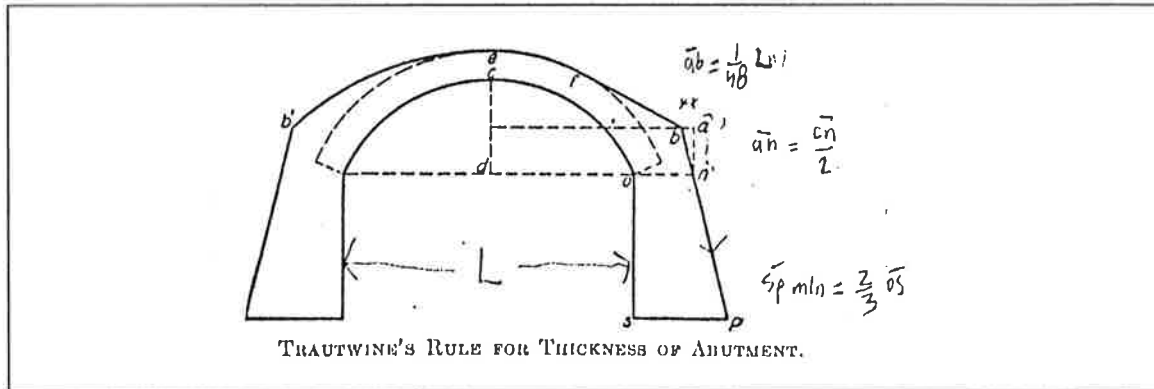


Fig. - 70

hemos obtenido $-t=on-$; el siguiente paso es trazar una paralela a la mitad de altura del peralte $-cd-$; su intersección de una vertical que pase por el punto $-n-$ nos da el punto $-a-$; la distancia $-ab=1/48L-$, con lo que se obtiene el punto $-b-$ (en la línea paralela a $-dn-$); si prolongo la recta que une $-b-$ y $-n-$ me da el borde del contrafuerte. Además impone una condición mínima de grosor $-sp-$ en la base del contrafuerte de $2/3$ de la altura $-os-$ del mismo. *La fórmula no se considera segura en el caso de que el contrafuerte sea muy alto y que haya un relleno de tierra fuerte.* Según nos dice fue una fórmula bastante empleada.

2-b. Fórmula de Rankine.

Según Rankine el espesor del contrafuerte oscila entre $1/3$ y $1/4$ del radio de curvatura del arco en el extrados de la clave.

2-c. Práctica Germana y Rusa.

$$t = 1 + 0,04(5s + 4h); \text{ ec. - 65}$$

siendo $-h-$ la altura del contrafuerte medida hasta el arranque del arco (en pies).

Dimensiones de arcos de la época.

Para cotejar las reglas empíricas Baker recoge numerosos datos de arcos. Nos parece interesante reproducirlos. La primera tabla recoge datos de puentes de ferrocarril franceses. La segunda datos de los mayores puentes del mundo hasta la fecha. En el número 3 destaca el puente de Trezzo, construido en 1377 y destruido en 1416. Solo se conservan los arranques por lo que en realidad hay una controversia sobre si realmente se llegó a construir.

DIMENSIONS OF ABUTMENTS FROM FRENCH RAILROAD PRACTICE.*

| Ref. No. | DESIGNATION OF BRIDGE. | Span. | Rise. | Depth of Keystone. | Height of Abutment. | Mean Thickness of Abutment. |
|---------------------------------------|--|-------|-------|--------------------|---------------------|-----------------------------|
| | | feet. | feet. | feet. | feet. | feet. |
| CIRCULAR ARCHES. | | | | | | |
| 1 | De crochet, chemin de fer de Paris à Chartres | 13.2 | | 1.65 | 13.20 | 4.05 |
| 2 | De Long-Saults, chemin de fer de Paris à Chartres | 16.5 | | 1.81 | 9.00 | 5.00 |
| 3 | D'Enghien, chemin de fer du Nord | 24.4 | | 1.95 | 6.00 | 6.03 |
| 4 | De Pantin, canal St. Martin | 27.0 | | 2.47 | 11.85 | 10.55 |
| 5 | De la Bastille, canal St. Martin | 36.3 | | 3.95 | 20.75 | 9.00 |
| 6 | De Basses-Granges, Orleans à Tours | 49.4 | | 3.95 | 6.60 | 12.50 |
| SEGMENTAL ARCHES. | | | | | | |
| 7 | Des Fruitiers, chemin de fer du Nord | 13.2 | 2.31 | 1.81 | 13.20 | 5.94 |
| 8 | De Palsia | 16.5 | 2.64 | 1.72 | 6.60 | 5.81 |
| 9 | De Méry, chemin de fer du Nord | 25.2 | 2.97 | 2.14 | 14.20 | 11.71 |
| 10 | De Couturette, at Arbois | 42.9 | 6.13 | 2.97 | 6.60 | 17.10 |
| 11 | Over the Salat | 46.1 | 6.27 | 3.63 | 24.49 | 19.14 |
| 12 | De la rue des Abattoirs, at Paris, chemin de fer de Strasbourg | 52.0 | 5.11 | 2.97 | 12.00 | 33.00 |
| 13 | Over the Forth, at Stirling | 53.5 | 10.25 | 2.75 | 20.75 | 10.00 |
| 14 | St. Maxence, over the Oise | 77.2 | 6.40 | 4.80 | 27.85 | 38.04 |
| 15 | Over the Oise, chemin de fer du Nord | 82.7 | 11.75 | 4.60 | 17.00 | 31.65 |
| 16 | De Dorlaston | 87.0 | 13.50 | 3.50 | 16.55 | 32.20 |
| ELLIPTICAL OR FALSE-ELLIPTICAL ARCHES | | | | | | |
| 17 | De Charolles | 19.8 | 7.55 | 1.95 | 1.30 | 5.25 |
| 18 | Du Canal St. Denis | 39.5 | 14.85 | 2.05 | 10.20 | 12.35 |
| 19 | De Château-Thierry | 51.3 | 17.10 | 3.75 | 13.05 | 15.00 |
| 20 | De Dôle, over the Doubs | 52.4 | 17.50 | 3.75 | 1.35 | 11.85 |
| 21 | Wellesley, at Limerick | 70.0 | 17.50 | 2.00 | 12.00 | 10.50 |
| 22 | D'Orleans, chemin de fer de Vierzon | 79.5 | 26.30 | 3.05 | 2.85 | 18.40 |
| 23 | De Trilport | 80.7 | 27.80 | 4.45 | 6.40 | 10.30 |
| 24 | De Nantes, over the Seine | 115.2 | 34.40 | 6.40 | 3.20 | 28.00 |
| 25 | De Neuilly, over the Seine | 128.0 | 32.00 | 5.35 | 7.55 | 35.50 |

* E. Sherman Gould in *Van Nostrand's Engineering Magazine*, vol. xlix. p. 450.

Tab.- 31

DIMENSIONS OF LARGE VOUSOIR ARCHES.

| Ref. No. | NAME, LOCATION AND DESCRIPTION. | Engineer. | Date Completed. | Curve of Intrados. | Radius of Crown. | Span. | Rise. | Thickness. | |
|----------|--|---------------|-----------------|--------------------|------------------|-------|-------|------------|------------|
| | | | | | | | | Crown. | Springing. |
| | | | | | feet. | feet. | feet. | feet. | feet. |
| 1 | Byra, Plauen, Saxony. Highway. Hard slate. See § 1234..... | Leibold | 1903 | 3c | 344.5 | 295.3 | 59.5 | 4.9 | 11.2 |
| 2 | Luxemburg, Germany. Street. † See § 1235..... | Sejourné | 1903 | C | 173.3 | 277.7 | 101.7 | 4.7 | 7.9 |
| 3 | Treviso, Italy. Highway. Granite. Destroyed in 1416. See § 1260..... | | 1377 | C | 133.0 | 251 | 87.8 | 4.0 | 4.0 |
| 4 | Morbegno, Italy. Railway. Granite. †..... | | 1903 | 3c | 240 | 229.3 | 32.3 | 4.9 | 7.2 |
| 5 | Cabin John, Washington, D. C. Granite. See § 1236..... | Meigs | 1859 | C | 134.3 | 220 | 57.3 | 4.2 | 6.2 |
| 6 | Pruth, Jaremeze, Austria. Railway. Sandstone. †..... | Huss | 1893 | | 120 | 213.2 | 50.0 | 6.9 | 10.2 |
| 7 | Gutaeh, Neustadt-Donnerschingen railway, Germany. Sandstone. †..... | | 1901 | | | 210 | 52.5 | 6.6 | 9.2 |
| 8 | Isar River, Bogenhausen, Bavaria. Highway. Limestone..... | Fischer | 1902 | | | 209.9 | 21.4 | 3.4 | 4.2 |
| 9 | Lavour, France. Railway..... | Sejourné | 1888 | | | 202 | 90 | 5.4 | 12.5 |
| 10 | Groavener, Chester, England. Highway. Sandstone. 2 lead hinges. | Hartley | 1833 | C | 140 | 200 | 42 | 4.5 | 7.0 |
| 11 | Gour Noir, Userche, France. Railway. Granite..... | Daigremont | 1888 | C | 118 | 196.3 | 52.8 | 5.0 | 13.9 |
| 12 | Schwandenholz, Coppel, Germany. Railway. Sandstone..... | | 1901 | | | 187 | 55.8 | 5.9 | 8.6 |
| 13 | Ballochmoyle, Scotland. Railway..... | Millar | 1844 | C | 90 | 180 | 90 | 4.5 | 6.0 |
| 14 | Main Street, Wheeling, West Va. Railway. Soft stone..... | Hoge & White | 1892 | C | 125.4 | 150 | 28.4 | 4.6 | 6.0 |
| 15 | Jamnia Bridge, Galicia, Austria. Railway. †..... | Huss | 1893 | | | 157 | 39.2 | 5.6 | 8.5 |
| 16 | Antoinette, France..... | Sejourné | | | | 155.5 | 39 | 5.0 | 7.5 |
| 17 | London Bridge over Thames, London, England. Street. Granite... | Rennie | 1830 | E | 162.0 | 152 | 37.7 | 4.8 | 10.0 |
| 18 | Claix, Grenoble, France. Highway..... | | 1811 | C | 82.0 | 150.2 | 54.4 | 3.2 | |
| 19 | East Arch, Elyria, Ohio. Street. Soft sandstone..... | Kinney | 1886 | C | 208.7 | 150 | 27 | 3.8 | 4.5 |
| 20 | Bellefield, Pittsburg, Pa. Street. Sandstone † See § 1237..... | Rust | 1897 | C | 95.0 | 150 | 36.6 | 4.0 | 6.0 |
| 21 | Pont-du-Côret, Perpignan, France. Highway..... | | 1336 | 2c | 73.8 | 147.6 | 73.3 | 4.6 | 13.1 |
| 22 | Putney, England. Highway. Granite..... | Bazalgette | 1882 | | 144.0 | 144 | 19.3 | 4.5 | 5.5 |
| 23 | Pont-y-Prydd, Newbridge, Wales. Highway. Sandstone. See § 1288. | Edwards | 1755 | C | 88.0 | 140 | 35 | 1.5 | 1.5 |
| 24 | Bullocks Falls, Vermont. Railway..... | Cheever | 1899 | C | 132.6 | 140 | 20 | 4.0 | 4.0 |
| 25 | Castalet arch, France..... | | | | | 135 | 36 | 4.0 | 8.2 |
| 26 | Waldi-Tobel, Bludenz, Austria. Railway..... | Huss | 1884 | | | 134.5 | 42.6 | 5.6 | 10.2 |
| 27 | Fiat Worochta Bridge, Galicia, Austria. Railway. †..... | Huss | 1893 | | | 131.2 | 32.8 | 4.8 | 7.2 |
| 28 | North Ave., Baltimore, Md. Skew. Street and Electric R. R. Brick.. | Smith | 1895 | E | | 130 | 26 | 5.0 | 8.4 |
| 29 | Echo Bridge, Newton Upper Falls, Mass. Aqueduct. Granite..... | Fitzgerald | 1876 | | 67.5 | 129 | 42.3 | 5.0 | 6.0 |
| 30 | Maidenhead, England. Railway. Brick in cement..... | Brunel | 1838 | E | 169.0 | 128 | 24.3 | 5.3 | 7.5 |
| 31 | Bourbonnais, France. Railway. Granite. § 1260..... | Vaudray | | C | 255.7 | 124 | 6.9 | 2.7 | 3.6 |
| 32 | Waterloo Bridge, London, England. Street. Granite..... | Rennie | 1817 | E | | 120 | 34.6 | 4.5 | 10.0 |
| 33 | Fairmount Park, Philadelphia, Pa. Sewer. Sandstone..... | Webster | 1892 | | | 116 | 21.2 | 3.5 | 4.5 |
| 34 | Second Worochta Bridge, Galicia, Austria. Railway. †..... | Huss | 1893 | 2c | | 113.5 | 56.8 | 4.2 | 6.7 |
| 35 | West Arch, Elyria, Ohio. Street. Soft sandstone..... | Jacks'n'Bunce | 1894 | | | 112 | 19.5 | 3.5 | 4.3 |
| 36 | Nagold, Wurttemberg, Germany. Highway..... | | 1882 | | | 108.8 | 10.8 | 3.3 | 6.3 |
| 37 | Murg, Biersbronn, Germany. Highway. 3 lead hinges..... | Leibbrand | 1889 | | | 108.2 | 10.8 | 2.0 | 2.6 |
| 38 | Wissahickon, Philadelphia, Pa. Highway. Gneiss..... | Thayer | 1897 | C | 118.1 | 105 | 11.0 | 3.0 | 4.5 |
| 39 | Murr, Marbach, Germany. Highway..... | Leibbrand | 1887 | C | 140.2 | 105 | 10.2 | 3.9 | 4.9 |
| 40 | Moldau, Prague, Bohemia. Highway. Granite..... | Reiter | 1878 | | | 105 | 16.2 | 4.0 | 5.3 |
| 41 | Creuse, Pont-de-Piles, France. Railway. Sandstone..... | Bayeux | 1847 | E | 70.8 | 103.8 | 40.5 | 4.3 | 4.3 |
| 42 | Rutherglen, Glasgow, Scotland. Highway..... | Crouch & Hogg | 1895 | C | 97.0 | 100 | 12.0 | 4.0 | 4.0 |
| 43 | Wellington, Leeds, England. Highway. Sandstone..... | Rennie | 1819 | C | 90.8 | 100 | 15.0 | 4.0 | 7.0 |
| 44 | Bishop Auckland, England. Highway..... | | 1383 | C | | 100 | 22.0 | 5.5 | 5.5 |
| 45 | Etherow, England..... | Haskoll | | C | | 100 | 25.0 | 4.0 | 4.0 |
| 46 | Margherita, Rome, Italy. Highway..... | Vescovali | 1891 | 5c | | 99 | 16.5 | 5.0 | 5.0 |
| 47 | Saône, Charrey, France. Highway..... | Mocquery | 1888 | C | 104.5 | 98.4 | 12.3 | 3.8 | 4.9 |
| 48 | Trinity, Florence, Italy. Highway. Marble..... | Ammanati | 1569 | E | | 95.3 | 10.0 | 3.2 | 3.2 |
| 49 | Enz, Hofen, Germany. Highway. Sandstone. Three lead hinges... | Leibbrand | 1885 | C | 119.4 | 91.9 | 9.2 | 3.3 | 4.9 |
| 50 | Jena, Paris, France. Street. Sandstone..... | Lamandé | 1812 | C | 102.0 | 91.3 | 10.5 | 4.7 | 8.0 |
| 51 | Cathedral of St. John the Divine, New York City..... | | | | | 86 | 55.0 | 16.5 | 14.0 |
| 52 | Elkader, Iowa. Highway. Limestone..... | Tschirgi | 1888 | C | 45.5 | 84 | 27.9 | 3.0 | 4.0 |
| 53 | Stuls, Albulas Railroad, Eastern Switzerland..... | | | C | 41.0 | 82 | 41 | 3.3 | 4.9 |
| 54 | Crucize, Marvejois, France. Railway..... | | | 3c | 41.0 | 82 | 41 | 4.2 | 8.2 |
| 55 | Forbach, Biersbronn, Germany. Highway. Three lead hinges..... | Leibbrand | 1890 | | | 82 | 9.3 | 2.0 | 2.6 |
| 56 | Schuykill Falls, Philadelphia, Pa. Railway..... | Nichols | 1890 | C | 43.8 | 80 | 26 | 3.0 | 3.0 |
| 57 | Painsville, Ohio. Railway..... | | | 2c | 40 | 80 | 40 | 3.0 | 3.0 |
| 58 | Conemaugh, Viaduct Sta., Pa. § Railway. Sandstone..... | | 1833 | 2c | 40 | 80 | 40 | 3.0 | 3.5 |
| 59 | Conewago, Pa. Railway..... | Brown | 1892 | 2c | 40 | 80 | 40 | 3.5 | 3.5 |
| 60 | High Bridge, New York City, N. Y. Aqueduct..... | Jarvis | 1842 | 2c | 40 | 80 | 40 | 2.5 | 2.5 |
| 61 | Hyde Park, Readville, Mass. Railway. Three lead hinges. Skew.. | | | C | | 78 | 11.3 | 2.5 | 3.0 |

* C = circular; E = elliptical; 2c = two-centered; 3c = three-centered.
 † Three concentric arches, each 1, 83 feet.

§ Destroyed by Johnstown Flood in 1889.
 † Transverse spandrel arches. ‡ Spandrel arches.

José Eugenio Ribera.²¹⁷1929.

J. E. Ribera es sin duda uno de los más importantes ingenieros que ha tenido este país. Es autor de la obra enciclopédica sobre puentes que más importancia tuvo entre los ingenieros de la primera mitad de siglo; así como en la formación de otros posteriores bien conocidos. Podremos, al ver su obra, tomar el pulso a la situación de este país.

1- BÓVEDAS DE PIEDRA Y LADRILLO.

Siguiendo a M. Sejourné, establece un punto de inflexión en la luz de 40m; a partir de la cual se consideran -grandes bóvedas-. El capítulo establece consideraciones sólo hasta ese límite.

Dentro de ese intervalo de luz, hay según él tres casos bien distintos:

a- **hasta 20m**, luz en la cual “se fijan sus espesores por fórmulas y reglas empíricas”²¹⁸.

b- **entre 20 y 30m**; caso en el que basta la comprobación de estabilidad “mediante las fórmulas de momentos y a lo sumo algún procedimiento gráfico y aproximado, para asegurarse que la curva de presiones no sale fuera del núcleo central en las dos hipótesis de puente cargado y descargado” ²¹⁹. Es decir, está también en concordancia con la literatura del momento.

c- **mayores de 30m**; luces para las cuales ya se considera peligroso el método gráfico y se recomienda por contra “comprobar su resistencia por el método elástico, no porque sea rigurosamente exacto, sino porque, como dijimos ya, es el que hasta ahora se aproxima más a la realidad” ²²⁰(se habla de dicho método en el Tomo IV).

Para la esbeltez general de las *bóvedas rebajadas o escarzanadas* nos dice que el menor consumo de material se obtiene con proporciones de 4 a 5; aunque es España se usa frecuentemente el valor de 10.

Si el trazado es de carpanel o tres centros, recomienda la proporción general de 3, usada en el primer puente de este tipo en Verona en 1334.

En el caso de los de trazado elíptico, tanto por motivos estéticos como mecánicos aconseja el uso de esbelteces generales de 3 a 5.

Habla de otros posibles trazados (ojivales, parábolas, catenarias, ...); aunque no habla de su proporción general.

En cuanto al **espesor de la clave** (siempre menor o igual al de los arranques), recoge varias de estas reglas francesas (Perronet, Gauthey, Leveillé, Dupuit, Groizette-Desnoyers), aunque no con la profusión de I. Baker. Además, añade una propuesta por el español Elzeario Boix, mejorada por el también español Luis Gaztelu. Como fórmula más apropiada y sencilla adopta la de Sejourné²²¹(según dice después del estudio de 3.300 bóvedas):

$$e_0 = \alpha(1 + \sqrt{L})\mu ; \text{ec.- 66}$$

siendo

- e_0 - el espesor de la clave;

- α - parámetro de carga; $\alpha=0,15$ en puentes de carretera; $\alpha=0,17$ en los de ferrocarril de vía estrecha y $\alpha=0,19$ en los de vía ancha.

- L - luz en m.

²¹⁷Ribera, José Eugenio, Puentes de Fábrica y Hormigón Armado. Vol. 3 (Anteproyectos y Puentes de Fábrica), Madrid, 1929.(4 tomos).

²¹⁸op.cit.; pag. 145.

²¹⁹Ribera; op.cit.; pag. 145.

²²⁰Ribera; op.cit.; pag. 145.

²²¹c.f.; M. Sejourmé; Grandes Voûtes; Vol. III; pag. 343.

- μ - coeficiente de forma; de valor $\mu=1$ en los arcos de medio punto; $\mu=4/(3+2\alpha)$ en las elipses rebajadas y $\mu=$ en los arcos escarzanos.

Todo ello queda tabulado por el propio Sejourné en una tabla que él recoge en su libro, y que incluimos aquí:

| Cuadro de los valores de μ para las bóvedas elípticas y escarzanas. | | | | | |
|---|--|---|--------------------------|--|---|
| (Grandes voûtes, t. VI, pág. 176.) | | | | | |
| REBAJAMIENTO σ | COEFICIENTE μ | | REBAJAMIENTO σ | COEFICIENTE μ | |
| | Elipses $\mu = \frac{4}{3+2\sigma}$ | Arcos $\mu = \frac{4}{3}(1-\sigma+\sigma^2)$ | | Elipses $\mu = \frac{4}{2+2\sigma}$ | Arcos $\mu = \frac{4}{3}(1-\sigma+\sigma^2)$ |
| $0,50 = \frac{1}{2}$ | 1 | 1 | 0,24 | 1,1404 | 1,0901 |
| 0,40 | 1,0050 | 1,0001 | 0,23 | 1,1560 | 1,0972 |
| 0,48 | 1,0101 | 1,0005 | 0,22 | 1,1627 | 1,1045 |
| 0,47 | 1,0152 | 1,0012 | 0,21 | 1,1695 | 1,1121 |
| 0,46 | 1,0204 | 1,0021 | $0,20 = \frac{1}{5}$ | 1,1764 | 1,1200 |
| 0,45 | 1,0256 | 1,0033 | 0,19 | 1,1834 | 1,1281 |
| 0,44 | 1,0309 | 1,0046 | 0,18 | 1,1904 | 1,1305 |
| 0,43 | 1,0362 | 1,0065 | 0,17 | 1,1976 | 1,1452 |
| 0,42 | 1,0416 | 1,0085 | $0,166 = \frac{1}{6}$ | 1,2000 | 1,1400 |
| 0,41 | 1,0471 | 1,0108 | 0,16 | 1,2048 | 1,1543 |
| $0,40 = \frac{1}{2,5}$ | 1,0520 | 1,0133 | 0,15 | 1,2121 | 1,1633 |
| 0,39 | 1,0582 | 1,0161 | $0,1428 = \frac{1}{7}$ | 1,2170 | 1,1701 |
| 0,38 | 1,0638 | 1,0192 | 0,14 | 1,2195 | 1,1728 |
| 0,37 | 1,0695 | 1,0225 | $0,1333 = \frac{1}{7,5}$ | 1,2244 | 1,1791 |
| 0,36 | 1,0748 | 1,0261 | 0,13 | 1,2260 | 1,1825 |
| 0,35 | 1,0810 | 1,0300 | $0,125 = \frac{1}{8}$ | 1,2307 | 1,1874 |
| 0,34 | 1,0860 | 1,0348 | 0,12 | | 1,1925 |
| $0,3333 = \frac{1}{3}$ | 1,0909 | 1,0372 | $0,1111 = \frac{1}{9}$ | | 1,2014 |
| 0,33 | 1,0928 | 1,0385 | 0,11 | | 1,2028 |
| 0,32 | 1,0980 | 1,0432 | $0,10 = \frac{1}{10}$ | | 1,2133 |
| 0,31 | 1,1040 | 1,0481 | $0,0909 = \frac{1}{11}$ | | 1,2220 |
| 0,30 | 1,1111 | 1,0533 | 0,09 | | 1,2241 |
| 0,29 | 1,1173 | 1,0588 | $0,0833 = \frac{1}{12}$ | | 1,2314 |
| $0,2887 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ | 1,1181 | 1,0593 | | | |
| 0,28 | 1,1235 | 1,0645 | | | |
| 0,27 | 1,1290 | 1,0703 | | | |
| 0,26 | 1,1303 | 1,0768 | | | |
| $0,25 = \frac{1}{4}$ | 1,1428 | 1,0833 | | | |

Tab.- 33

En cuanto el espesor en los riñones (e_1), recoge también los valores de Sejourné²²².

$$e_1 = k e_0;$$

siendo -k- un coeficiente que depende del trazado del arco.
Para arcos de medio punto $k=2$.

²²²c.f.: op. cit.; pag. 344.

En elipses en los que la -junta de rotura-²²³ a una altura de la mitad de la flecha del arco; $k=(1 + 2\lambda)$; siendo λ - la esbeltez global del arco.

En arcos escarzanos en el que los riñones están sobre un radio con una apertura sobre la vertical mayor de 60° , es decir, si $\lambda > 2\sqrt{3}=3,46$; se considera $\lambda=2$ en punto que marca la apertura $=60^\circ$.

Si el arco escarzano es más rebajado, es decir, si $\lambda < 2\sqrt{3}=3,46$; la junta de rotura se confunde casi con los arranques y se toma $k=(1 + 12\lambda^2)$.

A partir de ahí se establece el trazado del trasdos con una curva más o menos precisa.

2- PUENTES DE HORMIGÓN.

En el tomo IV de la misma obra habla de puentes de hormigón; aunque aquí se limita básicamente a describir una serie de puentes construidos en España de mediana luz.

La obra en conjunto es excepcional, tanto en la forma como en el fondo. Además, la visión de un técnico con cientos de obras a sus espaldas es algo poco corriente y de gran valor pedagógico. No hay sin duda una obra similar en España.

Algo interesante es la explicación del proceso de diseño de un puente en todas sus fases y con toda la complejidad real; cosa que ahora es difícil encontrar.

²²³La junta de rotura es el punto de tangencia del antifunicular de las cargas con intradós y/o extrados del arco; es decir, los puntos que definen las -rótulas- que provocan la formación de un mecanismo.

El Manual Kidder-Parker²²⁴.

Si el manual de Ketchum está enfocado al ingeniero, éste es genuinamente de arquitectura. Son 2315 pgs. de manual; algo realmente asombroso. Un auténtico dinosaurio.²²⁵ En la obra colaboran muchos más autores desarrollando temas específicos.

Harry Parker ha sacado con posterioridad otros libros menores²²⁶, que todavía se siguen editando. No obstante, no aportan substancialmente nada sobre el gran manual mencionado.

A- ESTRUCTURAS DE FÁBRICA.

Recoge toda la tradición del XIX, y en particular los trabajos de Rankine y los métodos de estática gráfica. En el Capt. 29 se analizan incluso bóvedas de fábrica de crucería con métodos gráficos.

A nivel de diseño, el problema se enfoca del siguiente modo: fijado un trazado del arco, el problema es determinar su canto para que la línea de presiones pase por él. La herramienta de comprobación es la estática gráfica, pero la esbeltez se determina con reglas empíricas (sic)²²⁷.

Recoge en primer lugar las reglas de Rankine y de Trautwine; *que ya vimos al hablar de I. O. Baker.*

Recoge también una serie de datos de estructuras construidas, y los compara con las fórmulas anteriores llegando a la conclusión de que ambas son válidas. Veamos la tabla.

| Name or location of structure | Span ft | Rise ft | Radius ft | Actual depth of key ft | Calculated depth of key | | Engineer |
|--|------------|------------|--------------|---------------------------------|--------------------------------|------------------------------|----------|
| | | | | | Traut- wine's Rule ft | Rank- ine's Rule ft | |
| Cabin John, Washing- ton aqueduct..... | 220.0 | 57.25 | 134.25 | 4.16 | 4.11 | 4.00 | Meigs |
| Grosvenor bridge, Chester, England.... | 200.0 | 42.00 | 140.00 | 4.00 | 4.07 | 4.10 | Hartley |
| Dora Riparia, Turin, Italy..... | 148.0 | 18.00 | 160.10 | 4.92 | 4.03 | 4.38 | Mosca |
| Tongueland, England, Dean bridge, Scotland, in a series..... | 118.0 | 38.00 | 64.80 | 3.50 | 3.00 | 2.79 | Telford |
| Falls bridge, Phila- delphia & Reading Railroad..... | 90.0 | 20.00 | 48.90 | 3.00 | 2.62 | 2.88 | Telford |
| Chestnut St. bridge, Philadelphia, brick in cement..... | 78.0 | 25.00 | 43.00 | 3.00 | 2.46 | 2.27 | Steele |
| Philadelphia & Read- ing Railroad..... | 60.0 | 18.00 | 34.00 | 2.50 | 2.20 | 2.00* | Kneass |
| Philadelphia & Read- ing Railroad..... | 44.0 | 8.00 | 34.30 | 2.50 | 2.08 | 2.02 | Steele |
| Philadelphia & Read- ing Railroad..... | 31.2 | 5.00 | 26.80 | 1.66 | 1.83 | 1.79 | Steele |

* For first-class cut-stone work.

Tab.- 34

Table II * gives the DEPTHS OF KEYSTONES for arches of first-class cut stone according to Trautwine's Formula. For second-class cut stone, add about

* Taken from The Civil Engineer's Pocket Book, John C. Trautwine.


²²⁴Kidder, Frank E. & AAVV; Parker, Harry (Jefe Editor). Kidder-Parker Architect's and Builders Handbook (Data for Architects, Structural Engineers, Contractors, and Draughtsmen). New York. John Wiley & Sons. 1936 (1904). BPGV (TH 151.K5 1936).

²²⁵Basta decir que la UMI ha vuelto a publicar un facsimil hace unos años; algo de lo que pueden preciarse muy pocos más libros.

²²⁶Parker, Harry. Simplified Design of Roof Trusses for Architects and Builders. 1st ed.; New York. John Wiley & Sons, Inc. 1941. BPG (TA 660.T8 P37*1941).

²²⁷"There are several rules for determining the depth of the keystone, but all are empirical; and they differ so greatly that it is difficult to recommend any particular one" (pag. 322)

Table II. Depths of Keystones for Arches of First-Class Cut-Stone Masonry

| Span | Rise, in parts of the span  | | | | | | |
|------|--|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{5}{6}$ |
| ft | ft | ft | ft | ft | ft | ft | ft |
| 2 | 0.55 | 0.56 | 0.58 | 0.60 | 0.61 | 0.64 | 0.68 |
| 4 | 0.70 | 0.72 | 0.74 | 0.76 | 0.79 | 0.83 | 0.88 |
| 6 | 0.81 | 0.83 | 0.86 | 0.89 | 0.92 | 0.97 | 1.03 |
| 8 | 0.91 | 0.93 | 0.96 | 1.00 | 1.03 | 1.09 | 1.16 |
| 10 | 0.99 | 1.01 | 1.04 | 1.07 | 1.11 | 1.18 | 1.26 |
| 15 | 1.17 | 1.19 | 1.22 | 1.26 | 1.30 | 1.40 | 1.50 |
| 20 | 1.32 | 1.35 | 1.38 | 1.43 | 1.48 | 1.59 | 1.70 |
| 25 | 1.45 | 1.48 | 1.53 | 1.58 | 1.64 | 1.76 | 1.88 |
| 30 | 1.57 | 1.60 | 1.65 | 1.71 | 1.78 | 1.91 | 2.04 |
| 35 | 1.68 | 1.70 | 1.76 | 1.83 | 1.90 | 2.04 | 2.19 |
| 40 | 1.78 | 1.81 | 1.88 | 1.95 | 2.03 | 2.18 | 2.33 |
| 50 | 1.97 | 2.00 | 2.08 | 2.16 | 2.25 | 2.41 | 2.58 |
| 60 | 2.14 | 2.18 | 2.26 | 2.35 | 2.44 | 2.62 | 2.80 |
| 80 | 2.44 | 2.49 | 2.58 | 2.68 | 2.78 | 2.98 | 3.18 |
| 100 | 2.70 | 2.75 | 2.86 | 2.97 | 3.09 | 3.32 | 3.55 |
| 120 | 2.94 | 2.99 | 3.10 | 3.22 | 3.35 | 3.61 | 3.88 |
| 140 | 3.16 | 3.21 | 3.33 | 3.46 | 3.60 | 3.87 | 4.15 |
| 160 | 3.36 | 3.44 | 3.58 | 3.72 | 3.87 | 4.17 | |
| 180 | 3.56 | 3.63 | 3.75 | 3.90 | 4.06 | 4.38 | |
| 200 | 3.74 | 3.81 | 3.95 | 4.12 | 4.29 | | |
| 220 | 3.91 | 4.00 | 4.13 | 4.30 | 4.48 | | |
| 240 | 4.07 | 4.15 | 4.30 | 4.48 | | | |
| 260 | 4.23 | 4.31 | 4.47 | 4.66 | | | |
| 280 | 4.38 | 4.46 | 4.63 | | | | |
| 300 | 4.53 | 4.62 | 4.80 | | | | |

Tab.- 35

Se describen además las diversas formas de rotura de arcos. El enfoque es claramente similar al que ahora se usa y por el que abogan personas tan respetadas como Jacques Heyman.

La edición que analizamos es de 1936. Muy poco tiempo después, todo esto pasa a ser historia de las estructuras.

Mencionemos sólo de pasada que, cuando estudia las deformaciones en vigas lo hace de modo análogo a como lo hacemos nosotros. Vease sólo como muestra la siguiente tabla (f es tensión de trabajo):

Con ello vemos de nuevo que los planteamientos de esta tesis vienen avalados por la historia de las estructuras.

Table III. Ratios of L/d for Deflections $\approx 1/360$ Span

| Beam and loading | L (feet) \div d (inches) | |
|--|--------------------------------|---------------|
| | $f = 16\ 000$ | $f = 18\ 000$ |
| Simple Beam; Concentrated Load at Center..... | 2.52 | 2.24 |
| Simple Beam; Uniform Load over Span..... | 2.01 | 1.79 |
| Simple Beam; Triangular Load, Apex at Center Line of Span..... | 2.09 | 1.86 |
| Simple Beam; Two equal concentrated loads at one-third points of span..... | 1.97 | 1.75 |
| Simple Beam; Any irregular loading (approx.)..... | 2.19 | 1.95 |
| Cantilever Beam; Concentrated Load at Free End..... | 0.63 | 0.56 |
| Cantilever Beam; Uniform Load over Span..... | 0.84 | 0.75 |
| Cantilever Beam; Concentrated Load at $L/2$ (at Free End)..... | 1.09 | 0.90 |
| Cantilever Beam; Any Irregular Loading (approx.)..... | 0.73 | 0.65 |

Tab.- 36

B- ARCOS DE ACERO TRIANGULADOS.

De aquí sólo nos interesa la recopilación de datos sobre estructuras construidas. En la primera tabla añadimos la referencia a las abreviaturas de las revistas donde se han publicado dichas obras. Se recogen cuatro tipos de arcos: aislados sin articulaciones, triarticulados, biarticulados y arcos con laterales volados.

Abbreviations. The titles of the engineering periodicals are abbreviated as follows:

E.R. Engineering Record
 E.N. Engineering News and
 Engineering News-Record
 A. & B.M. Architects' and Builders' Magazine

Simple Span Steel Roof-Trusses

| Location | Span | | Rise | | Reference | |
|--|------|----|------|----|------------|-------|
| | Ft | In | Ft | In | Vol. | Page |
| New York City, Pier Shed..... | 96 | 0 | 10 | 0 | E.R. 33: | 115 |
| Chicago, Assembly Hall..... | 104 | 3 | 10 | 0 | E.N. 79: 1 | 105 |
| Baltimore, Pier Shed..... | 107 | 0 | 15 | 0 | E.R. 52: | 6 |
| New York City, Hippodrome..... | 108 | 4 | 12 | 6 | E.R. 51: | 354 |
| Peoria, Illinois, Train Shed..... | 109 | 4 | 18 | 0 | E.R. 42: | 536 |
| New York City, Pier Shed..... | 113 | 3 | 15 | 0 | E.N. 61: | 30 |
| Cleveland, Ohio, Theater..... | 120 | 7 | 15 | 3 | E.N. 88: 1 | 041 |
| New York City, Railway Station..... | 123 | 8 | 25 | 0 | E.R. 67: | 211 |
| East Orange, N. J., Armory..... | 126 | 0 | 20 | 0 | E.R. 65: | 711 |
| Camden, N. J., Train Shed..... | 126 | 0 | 14 | 9 | E.R. 44: | 242 |
| Chicago, Riding Club..... | 153 | 7 | 15 | 0 | E.N. 97: | 250 |
| New York City, Madison Sq. Garden | 166 | 10 | 17 | 0 | E.R. 23: | 124 |
| Boston, Mass., Coliseum..... | 174 | 0 | 24 | 0 | E.N. 102: | 324 |
| Brooklyn, N. Y., Armory..... | 179 | 2 | 14 | 0 | E.N. 58: | 221 |
| Jacksonville, Fla., Pier Shed..... | 180 | 0 | 19 | 5 | E.N. 74: | 494 |
| Buffalo, N. Y., Arsenal..... | 181 | 2 | 27 | 0 | E.R. 67: | 302 |
| Kansas City, Mo., Auditorium..... | 187 | 4 | 32 | 6 | E.R. 40: | 170 |
| New York City, Armory..... | 189 | 8 | 24 | 0 | E.R. 50: | 7 |
| Quincy, Mass., Shipbuilding Plant *..... | 195 | 0 | 35 | 0 | E.R. 46: | 85 |
| Flint, Mich., Auditorium..... | 202 | 4 | 22 | 0 | E.N. 103: | 801 |
| Cleveland, Ohio, Auditorium..... | 209 | 0 | 28 | 6 | E.N. 84: | 414 |
| Chicago, Train Shed..... | 212 | 0 | 25 | 6 | E.R. 48: | 302 |
| Boston, Mass., Train Shed..... | 228 | 6 | 18 | 0 | E.R. 39: | 135 |
| Harrison, N. J., Steel Mill..... | 235 | 9 | 42 | 9 | E.N. 82: | 898 |
| Chicago, Stadium..... | 261 | 9 | 25 | 0 | E.N. 103: | 610 |
| Birmingham, Eng., Train Shed..... | 275 | 0 | 8 | 0 | E.N. 72: | 1 112 |

* With 60 ft 0 in cantilever overhang, each end.

Tab.- 37

Three-Hinged Steel Arch Roof-Construction

| Location | Span | | Rise | | Reference | |
|--|------|----|------|----|-----------|-------|
| | Ft | In | Ft | In | Vol. | Page |
| Rochester, N. Y., Railway Station..... | 90 | 8 | 36 | 4 | E.R. 68: | 666 |
| Dallas, Texas, Stock Pavilion *..... | 100 | 0 | 35 | 0 | E.N. 65: | 718 |
| Syracuse, N. Y., University Gymnasium..... | 101 | 4 | 27 | 0 | E.R. 58: | 216 |
| Cleveland, Ohio, Armory *..... | 120 | 0 | 52 | 6 | E.R. 35: | 56 |
| Chicago, World's Fair Machinery Hall..... | 121 | 10 | 97 | 6 | E.R. 72: | 77 |
| New York City, Armory †..... | 134 | 0 | 31 | 6 | E.R. 60: | 520 |
| Chicago, Recreation Pier..... | 136 | 8 | 74 | 4 | E.N. 34: | 192 |
| Chicago, Coliseum..... | 149 | 9 | 66 | 6 | E.R. 43: | 612 |
| Chicago, Armory..... | 155 | 6 | 78 | 0 | E.N. 32: | 176 |
| Scott Field, Illinois, Hangar..... | 160 | 0 | 114 | 0 | E.N. 90: | 234 |
| Newark, N. J., Armory..... | 163 | 6 | 73 | 5 | E.R. 41: | 500 |
| Providence, R. I., Drill-Hall..... | 166 | 8 | 60 | 0 | E.R. 55: | 474 |
| St. Louis, Exposition, Govt. Bldg..... | 172 | 0 | 69 | 9 | E.N. 52: | 282 |
| St. Louis, Mo., Coliseum..... | 178 | 6 | 80 | 0 | E.R. 32: | 383 |
| Hartford, Conn., Armory..... | 181 | 0 | 90 | 2 | E.R. 58: | 291 |
| New York City, Armory..... | 189 | 8 | 103 | 4 | E.R. 51: | 620 |
| Baltimore, Md., Armory..... | 190 | 0 | 74 | 6 | E.R. 49: | 604 |
| Brooklyn, N. Y., Armory..... | 196 | 8 | 84 | 0 | E.R. 40: | 504 |
| Springfield, Mass., Coliseum..... | 197 | 0 | 68 | 6 | E.R. 74: | 442 |
| Chicago, Armory..... | 198 | 0 | 90 | 0 | E.N. 75: | 152 |
| Urbana, Illinois, University Armory..... | 206 | 0 | 94 | 3 | E.N. 70: | 1 182 |
| Minneapolis, University Field House..... | 220 | 0 | 100 | 0 | E.N. 100: | 578 |
| Buffalo, N. Y., Armory..... | 227 | 0 | 94 | 0 | E.R. 51: | 549 |
| Jersey City, N. J., Train Shed..... | 252 | 8 | 92 | 3 | E.R. 40: | 216 |
| Pittsburgh, Penna., Train Shed..... | 255 | 0 | 96 | 0 | E.R. 46: | 173 |
| Lakehurst, N. J., Hangar..... | 258 | 0 | 183 | 0 | E.N. 84: | 892 |
| Philadelphia, Pa., Train Shed..... | 259 | 0 | 88 | 3 | E.R. 27: | 22 |
| New York City, Armory..... | 288 | 10 | 102 | 7 | E.N. 71: | 1 129 |
| Philadelphia, Penna., Train Shed..... | 300 | 8 | 108 | 5 | E.N. 29: | 512 |
| Akron, Ohio, Airship Dock..... | 325 | 0 | 197 | 6 | E.N. 105: | 135 |
| Paris, France, Exposition, Mach. Hall..... | 362 | 9 | 149 | 0 | E.R. 20: | 318 |
| Chicago, Exposition Manuf. Bldg..... | 368 | 0 | 206 | 4 | E.R. 26: | 299 |

* Solid web ribs.

† Cantilevered from column brackets.

Tab.- 38

Two-Hinged Steel Arch Roof-Construction

| Location | Span | | Rise | | Reference | |
|---|------|----|------|----|-----------|------|
| | Ft | In | Ft | In | Vol. | Page |
| New York City, Church..... | 73 | 0 | 75 | 0 | E.R. 44: | 370 |
| New York City, Express Co. Bldg..... | 75 | 0 | 27 | 0 | E.R. 50: | 495 |
| Portland, Maine, Armory..... | 92 | 0 | 45 | 0 | A & BM 3: | 10 |
| Brockton, Mass., Exposition Hall..... | 94 | 0 | 60 | 0 | A & BM 3: | 11 |
| Providence, R. I., Exposition Hall..... | 115 | 0 | 53 | 6 | A & BM 3: | 9 |
| Scranton, Penna., Armory..... | 156 | 0 | 49 | 6 | E.R. 44: | 180 |
| New York City, Armory..... | 176 | 0 | 67 | 0 | E.N. 21: | 332 |
| New York City, Armory..... | 179 | 2 | 73 | 0 | E.N. 58: | 220 |
| Frankfort, Germany, Train Shed..... | 184 | 0 | 93 | 6 | E.R. 25: | 230 |
| West Baden, Indiana, Hotel..... | 195 | 0 | 43 | 0 | E.N. 48: | 158 |
| Chicago, Stock Pavilion..... | 198 | 0 | 64 | 0 | E.N. 55: | 716 |

Tab.- 39

Cantilever Roof Construction

a = spans of anchor arms
c = spans of cantilevers
l = supported spans

| Location | Spans | | | Reference | | |
|--|-------|----|----|-----------|-----------|-------|
| | a | c | l | | | |
| | Ft | In | Ft | In | Vol. | Page |
| New York City, Ball Park..... | 40 | 0 | 22 | 0 | E.R. 64: | 126 |
| New York City, Armory..... | | 23 | 0 | 134 | E.N. 63: | 520 |
| Chicago, Ball Park..... | 64 | 0 | 24 | 0 | E.R. 62: | 261 |
| Brooklyn, N. Y., Ball Park..... | 64 | 3 | 25 | 0 | E.R. 69: | 647 |
| Chicago, Ball Park..... | 64 | 0 | 26 | 0 | E.N. 91: | 173 |
| Chicago, Speedway Grandstand..... | 47 | 0 | 27 | 8 | E.N. 74: | 1 167 |
| Brooklyn, N. Y., Ball Park..... | 29 | 0 | 28 | 0 | E.R. 67: | 274 |
| Boston, Mass., Ball Park..... | 80 | 0 | 30 | 0 | E.N. 74: | 376 |
| Salt Lake City, Utah, Ball Park..... | 18 | 0 | 30 | 0 | E.N. 76: | 707 |
| Cleveland, Ohio, Ball Park..... | 44 | 6 | 32 | 0 | E.R. 62: | 705 |
| Chicago, Exposition, Mining Bldg..... | 57 | 6 | 34 | 6 | E.R. 29: | 8 |
| Geneva, Switzerland, Exp. Bldg..... | 80 | 0 | 50 | 0 | E.N. 37: | 38 |
| Balboa, Canal Zone, Pier Shed..... | 23 | 3 | 52 | 0 | E.N. 80: | 996 |
| St. Louis, Mo., Arena..... | | 55 | 6 | 165 | E.N. 104: | 936 |
| Quincy, Mass., Shipbuilding Plant..... | 195 | 0 | 60 | 0 | E.R. 46: | 85 |
| Monmouth Park, N. J., Grandstand..... | 110 | 0 | 75 | 0 | E.N. 23: | 57 |
| Prince Rupert, B. C., Dock Shed..... | 80 | 0 | 80 | 0 | E.N. 67: | 2 |
| Ely, Minn., Mine Head House..... | 48 | 0 | 88 | 6 | E.N. 80: | 1 002 |

* Steel cantilevers, lamella arch span.

Tab.- 40

C- CERCHAS (Cuchillos triangulares) DE CUBIERTA. 228

Se contemplan tanto las de acero como las de madera.

El peso de la cercha depende, según ellos, de la luz, la separación entre cerchas, la carga soportada, la pendiente de la cercha (esbeltez), la triangulación interna (el tipo), la tensión admisible y otras condiciones de trabajo, y del diseñador.

Se aportan una serie de fórmulas, todas ellas de naturaleza empírica. Como más simples, y de suficiente aproximación, estarían las siguientes (han de usarse en libras y pies):

Para cerchas de madera. 229

$$\rho = 0,5 \text{ s } L + 0,075 \text{ s } L^2; \text{ ec.- 67}$$

Para cerchas de acero. 230

228 Capt. escrito por C.E. Palmer.

229 La fórmula es propuesta por H.S. Jacoby.

230 La fórmula es propuesta por C.E. Fowler.

$$\phi = 0,4 s L + 0,04 s L^2 ; \text{ ec. - 68}$$

En ambas se nos propone un término lineal y otro cuadrático con relación a la luz. Pero si lo ponemos en términos del peso por unidad de superficie ϕ_s ; entonces la relación es lineal.

También se ofrecen fórmulas más complejas que contemplan ya la tensión admisible del material y la carga total soportada:

Para tensiones admisibles de 1500 psi (105 kp/cm²; es decir, en madera):

$$\phi = (Q/65) (1 + L/30 + L/(5\sqrt{s})) ; \text{ ec. - 69}$$

Para tensiones admisibles de 18000 psi (1260 kp/cm²; es decir, en acero):

$$\phi = (Q/110) (1 + L/30 + L/(5\sqrt{s})) ; \text{ ec. - 70}$$

Nos advierte que el peso propio de la cercha, para los casos habituales, suele ser sólo del 10 al 15% de la carga total soportada. Esto indica el rango de luces del que dichas fórmulas son obtenidas, siempre de pequeña magnitud; y acorde con el tipo. Esto nunca debe ser perdido de vista.

La esbeltez no es considerada como variable en las fórmulas. Los valores en los que se mueven este tipo de estructuras oscilan entre 3 y 5; dato que está, por tanto, implícito dentro de las anteriores fórmulas. Los tipos más empleados son la *Fink* y la *Fan* (con tirante recto y tirante poligonal).

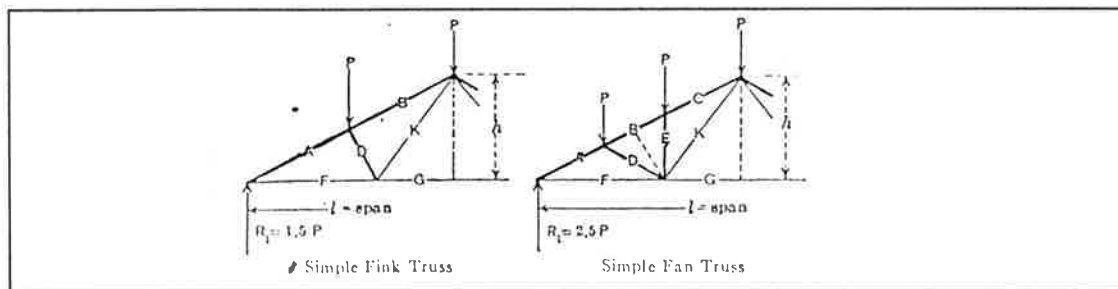


Fig.- 71

Se da también una interesante tabla sobre distancias óptimas entre cerchas, para distintas luces.

| Span of truss in feet | Spacing of trusses in feet |
|-----------------------|----------------------------|
| 20 to 40 | 12 to 16 |
| 40 to 60 | 16 to 18 |
| 60 to 80 | 18 to 20 |
| 80 to 100 | 20 to 22 |
| 100 and over | 22 to 24 |

Tab.- 41 ²³¹

²³¹ La limitación de la deformación en elementos de cubierta es de 1/360 L para cualquier elemento.

Se hacen también ciertas consideraciones sobre correas y rípios a modo de prontuario; que fija relaciones de carga máxima para una luz, una esbeltez y un material dado; dando valores máximos tanto para condiciones de deformación como de resistencia. El enfoque es claramente de diseño de estructuras. No en vano, Palmer es profesor de -Architectural Engineering- de la Universidad de Illinois.

D- EDIFICIOS DE ACERO DE DIVERSOS TIPOS. 232

En este punto no tenemos información tan valiosa; y confiesan que sólo la experiencia de un proyectista puede darnos información previa del peso de la estructura. Para paliar la escasez, nos ofrecen una serie de datos de estructuras construidas. Los recogemos (pag. 1525-7) por su posible interés a la hora de contrastar datos.

Aquí se puede ver con crudeza que las variables del problema no estaban claramente identificadas.

Weights of Steel in Buildings†

Factors Affecting the Weights of Steel Structures are many. Municipal building codes specify loads and working stresses which vary greatly. The architectural features to be followed also play an important part. In mill buildings the weight is affected by the kind of roofing and siding used, capacity of cranes, spacing of trusses and columns, special loadings and often the allowable minimum thickness of metal.

The weight per square foot of floor-surface or per cubic foot of volume of a structure already built should not be assumed as the weight of a proposed structure unless all the conditions which govern the one are found in the other. Approximate estimates are often wanted before plans or designs have been started. These should be made only by experienced engineers.

Weights of Steel in a Number of Structures are given in the following notes:

Among prominent New York buildings the Woolworth Building towering 792 ft above the sidewalk with a ground-area of 31 000 sq ft weighs 3.00 lb per cu ft of volume; the Equitable Building, 159 ft by 308 ft, 41 tiers of framed beams, weighs 37 lb per sq ft of framed area and 2.55 lb per cu ft of volume; the 39-story Bankers' Trust Building with an area of 9 000 sq ft, 3.1 lb per cu ft; the 25-story Municipal Building with an area of 42 700 sq ft, 3.6 lb; the 25-story Hotel McAlpin with an area of 31 000 sq ft, 2.0 lb. Of recent buildings, the New York Telephone Company Building, 192 ft 4 in by 254 ft between enclosure walls, 29 floors above street-level, with numerous offsets, 34.3 lb per sq ft of framed area; the New York Life Insurance Company Building, 179 ft by 183 ft, 30 stories above first floor and 3 basements below, 32.9 lb per sq ft of framed area and 2.35 lb per cu ft of volume. Of the tall apartment-houses springing up on every side, one, quite complicated in design, 20 stories high and about 40 000 sq ft of ground area, weighs 1.6 lb per cu ft. An apartment hotel of nearly the same area, simple in design and 28 stories high, weighs 1.5 lb per cu ft.

The Fidelity-Philadelphia Trust Company, in Philadelphia, 30 stories above the street and 3 basements below, weighs 2.48 lb per cu ft for its 11 500 000 cu ft of volume. The 16-story Benjamin Franklin Hotel of the same city, 185 ft by 230 ft, weighs 20.4 lb per sq ft of framed area and 1.62 lb per cu ft of volume. The 22-story Rittenhouse Plaza Apartments, 127 ft by 136 ft, weighs 17.15 lb per sq ft and 1.77 lb per cu ft.

The Convention Hall of Atlantic City, one of the largest buildings of its type in the world, finished in 1929, is 350 ft by 675 ft. The trusses have a clear span from wall to wall with center pins 135 ft above the floor. It is claimed that 40 000 persons can be seated in the auditorium and 5 000 in the ball-room. The weight of steel was 11 050 tons, or 93.2 lb per sq ft of ground area.

For buildings higher than 8 or 10 stories the total weight of steel in floors will increase in direct proportion to the stories, while the weight of columns will increase more rapidly. In office buildings of 6 to 12 stories the average

* This cost of \$12.00 includes the cost of taking measurements. This generally has to be done by the contractor.

† From notes by Robins - Fleming.

Tab.- 42

232 Los datos son tomados de notas de Robins Fleming.

Data on Structural Steel

weight of the steel framing is probably 1.8 lb per cu ft of volume; in hotels 1.4 lb. In higher buildings the average weight per cubic foot will be more. Buildings with setbacks require heavy girders, and it is impracticable to give a probable weight except for each individual case.

The following data were collected for the previous edition of the Handbook; it is reprinted as there given. Under recent specifications and codes a saving of from 2% to 6% could be effected in some instances due to lighter loads and higher unit stresses being allowable.

Armories. The three-binged arches with roof-framing of an armory in Brooklyn, 191 by 300 ft in area, weighs 15.5 lb per sq ft of ground area. An armory in Buffalo, 233 by 335 ft, weighs 18.3 lb. The steelwork of the Kingsbridge Armory, New York City, 289 by 590 ft, said to cover the largest drill-hall in the world, weighs about 90 lb per sq ft, of which one-half is roof and one-half floor and miscellaneous framing.

Boiler-Shops. Sizes and weights per square foot of a few boiler-shops are as follows: 167 by 336 ft, three aisles, floor in center and cranes in outer aisles, concrete roof and sides, steel purlins and girts, 23.9 lb; 121 by 309 ft, three aisles with 15, 25 and 50-ton cranes, respectively, steel purlins and brick walls between columns, 36 lb; 74 by 160 ft, 10-ton crane in center aisle, single beams over side aisles to carry roof, galvanized corrugated-steel covering and siding, 16.15 lb; 85 by 140 ft, two aisles, one with crane, 20.8 lb; 94 by 97 ft, two aisles, one with crane, 26.3 lb.

Car-Barns. The steel roof-trusses and bracing of a car-barn 100 by 154 ft, wood purlins, brick walls, weighs 6.2 lb per sq ft. Another car-barn, 44 by 270 ft, corrugated-steel roof, and sides on steel purlins and girts, 9.15 lb. Another, 100 by 154 ft, four aisles, concrete roof on steel purlins, 11.8 lb.

Cement-Plants. Four cement-plants with ground-areas of 58 000, 73 000, 83 000 and 128 000 sq ft, respectively, weigh, respectively, 23.6, 22.0, 23.5, and 17.5 lb. These weights are the averages of the buildings that usually form a cement-plant. The individual buildings vary from 10 lb for an engine-room to 36.7 lb for a clinker-grinding room.

Coal-Bunkers. The weights of six coal-bunkers of the suspended type and with capacities of from 350 to 1 000 tons, range from 128 to 234 lb per ton of capacity, the average being 204 lb. A system of rectangular pockets to store 7 500 tons (10 ft 6 in from ground to valves) weighs 158.3 lb per ton of capacity. In all cases the weights of supports but not of roofs are included. A 35 by 70-ft coal-bin supported on plate girders with a capacity of 1 000 tons weighs 240 lb per ton of capacity, including the roof-trusses that carried the conveyor.

Forge-Shops. The steel framing for the roof of a forge-shop 83 by 126 ft, with no columns and no cranes, covered with corrugated steel on steel purlins, weighs 11.1 lb per sq ft of ground area. A forge-shop 220 by 240 ft, four aisles, each with crane-runways, composition roofing, concrete sides, steel purlins and girts, weighs 24.6 lb. A forge-shop 110 by 425 ft for heavy work, 47 ft 6 in to bottom chord, two aisles each with a 50-ton crane, tile roof, glass and brick sides, weighs 40 lb.

Foundries. A pipe-foundry, 50 by 150 ft, slate covering, wooden purlins, brick walls, 15-ton crane, weighs 11.35 lb per sq ft. A similar one for the same company, 45 by 82 ft, with a 30-ton crane, weighs 17.23 lb. A foundry, 71 by 180 ft, one center aisle, with light crane, lean to each side, corrugated-steel roof and sides, weighs 14.8 lb. A foundry, 150 by 290 ft, for a pump-company, four aisles with 20-ton crane in one aisle, wooden purlins, two 40

Tab.- 43

by 50-ft charging-floors of concrete on steel beams, weighs 13.9 lb. A foundry, 116 by 252 ft, equipped for heavy work, 60-ft center aisle, two side aisles, 28-ft charging-floor, storage-platform, weighs 38.9 lb.

Machine-Shops. A machine-shop, 90 by 328 ft, for heavy work, one center aisle 40 ft wide with 25-ton crane, each side aisle 25 ft wide with gallery-floor and 5-ton crane underneath, tile roof on steel purlins, brick and glass sides, weighs 43 lb per sq ft of ground-area. A two-story machine-shop, 69 by 422 ft, three aisles, light cranes in lower story, composition roof, steel purlins, concrete sides, weighs 35.15 lb. A one-story building, 75 by 300 ft, 20 ft to bottom chord, shafting, corrugated-steel roofing and siding, weighs 13.0 lb. Another one-story building, 70 by 100 ft, 18 ft to bottom chord, shafting, concrete roof on trusses 10 ft apart, no purlins, weighs 13.88 lb. In addition, the steel framing for the Hy-rib sides of this building weighs 3.44 lb per sq ft of vertical surface. A machine-shop, 116 by 252 ft, 60 ft center aisle, with upper 10-ton-crane runway and lower 25-ton-crane runway, two side aisles 28 ft wide with traveling jib-cranes, weighs 33 lb.

Rolling-Mills. A rolling-mill, 93 by 186 ft, corrugated-steel roof and sides, weighs 17.6 lb per sq ft. Another, 170 by 384 ft, two aisles each with 5-ton cranes, saw-tooth roof-trusses on longitudinal girders, concrete slabs on steel purlins, brick walls between columns, weighs 17.5 lb. A similar building for shop-purposes weighs 18.62 lb.

Paper-Mills. The entire structural steel for three paper-mills weighs respectively, 18.4, 20.6 and 21.4 lb per sq ft of area. All roof-trusses are of the flat type, spaced 8 ft apart in the first and third, and 16 ft in the second.

Power-Houses. A power-house, 44 by 186 ft, 49 ft to bottom chord, 60-ton crane, tile roof on steel purlins, brick walls between columns, weighs 50 lb per sq ft. Another, 53 by 270 ft, 33 ft to bottom chord, 20-ton crane, tile roof on steel purlins, brick walls and sash between columns, weighs 39.6 lb. Another, 120 by 96 ft, one aisle for boiler-room and one with 10-ton crane for engine-room, steel purlins for concrete roof-covering, brick walls between columns, weighs 17.8 lb.

Train-Shed. The train-shed, 390 by 815 ft, of the Central Railroad of New Jersey in Jersey City, is a series of concrete and steel umbrellas, of the Bush-type. The structural steel weighs 17 lb per sq ft of area.

Three Industrial Plants. In one of the plants of a great industrial corporation a two-story shop, 51 by 380 ft, weighs 28 lb per sq ft of ground-area; a three-story shop, 80 by 420 ft, 37.9 lb; a three-story shop, 80 by 300 ft, 46.3 lb; a three-story shop, 80 by 630 ft, 67.5 lb; a four-story shop, 77 by 140 ft, 66.6 lb; a foundry, 121 by 150 ft, 40.5 lb. In another plant of the same corporation, a three-story machine-shop, 80 by 510 ft, weighs 84.3 lb; a five-story office-building, 49 by 243 ft, 70.3 lb; a power-house, 55 by 120 ft, 37.5 lb; a blacksmith-shop, 81 by 200 ft, 15.6 lb. In a plant of another corporation, a boiler-house, 50 by 94 ft, weighs 23.3 lb; a furnace-building, 60 by 160 ft, 25.1 lb; a rolling-mill, 80 by 80 ft, 24.4 ft; a rod-mill, 243 by 220 ft, 28.1 lb.

Tab.- 44

E- BÓVEDAS Y CÚPULAS DE HORMIGÓN Y ACERO.²³³

Distinguen entre continuas (con sección variable o constante) y de barras o nervadas.

E.1- CÚPULAS ESFÉRICAS CONTINUAS.

El problema se estudia dentro de la hipótesis de membrana; y para sección variable. Se tabulan las tensiones, ángulo crítico y peso de la cúpula (sin considerar un posible anillo de base); dependiendo de variables geométricas y del peso específico del material. También se dan valores del área de acero del anillo de base en el caso de cúpulas de hormigón armado. La ley de variación del canto se considera dato.

Planteada así la cuestión, el tema no tiene mayor interés para nosotros. Lo único destacable es el uso de tablas que permiten simplificar los procesos de diseño y cálculo.

E.2- CÚPULAS ESFÉRICAS DE BARRAS.

Este caso es de más interés para nosotros; aunque no se da toda la información necesaria para nuestros fines.

²³³ Capt. a cargo de Edward F. Ries.

El tipo analizado es el llamado Schwedler, formado por anillos horizontales, arcos en los meridianos y triangulaciones entre ellos. La siguiente figura muestra uno de estos tipos con linterna y trazado semiesférico.

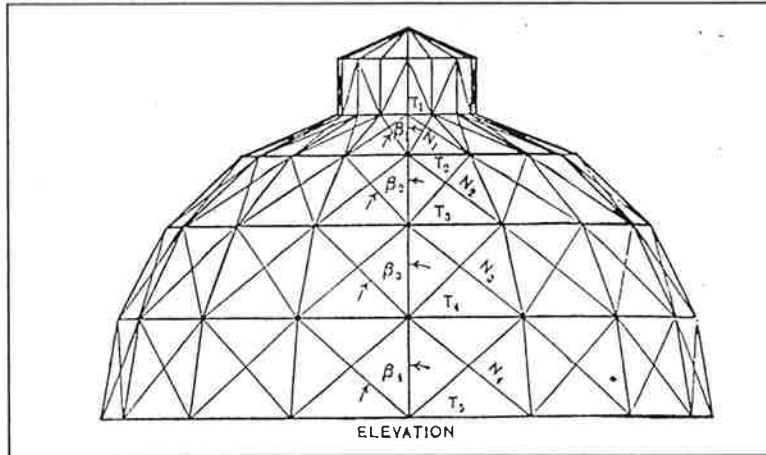


Fig.- 72

Scharowsky ha hecho numerosas cúpulas rebajadas (no se indica cual es exactamente el sector de círculo del trazado), con luces entre 60 y 180 pies. El peso por unidad de superficie de área proyectada (estructura de acero y linterna), según él, se rige por la fórmula siguiente:

$$p_s \text{ (psf)} = 0,0156 \cdot L(\text{ft}) + 4 ; \text{ ec.- 71}$$

En el caso de cúpulas semiesféricas, y cara a los estudios preliminares, se indica que el peso anterior debe incrementarse entre 2,5 y 3 veces. No es información muy precisa pero sí un punto de referencia.

E.3- BÓVEDAS.

En las continuas se estudian el espesor necesario para ciertos trazados semicirculares, bajo las hipótesis descritas en las estructuras de fábrica. Éste tipo de problemas de diseño preliminar (fijar espesores en función de la proporción del arco circular del trazado), nos remitimos a los estudios de J. Heyman.

F- CHIMENEAS DE FÁBRICA DE LADRILLO.

Se analiza también el problema de las chimeneas, pero lo más destacable a éste respecto quizás sea una tabla con datos sobre chimeneas construidas; las luces son espectaculares. Indicamos además un esquema tipo.

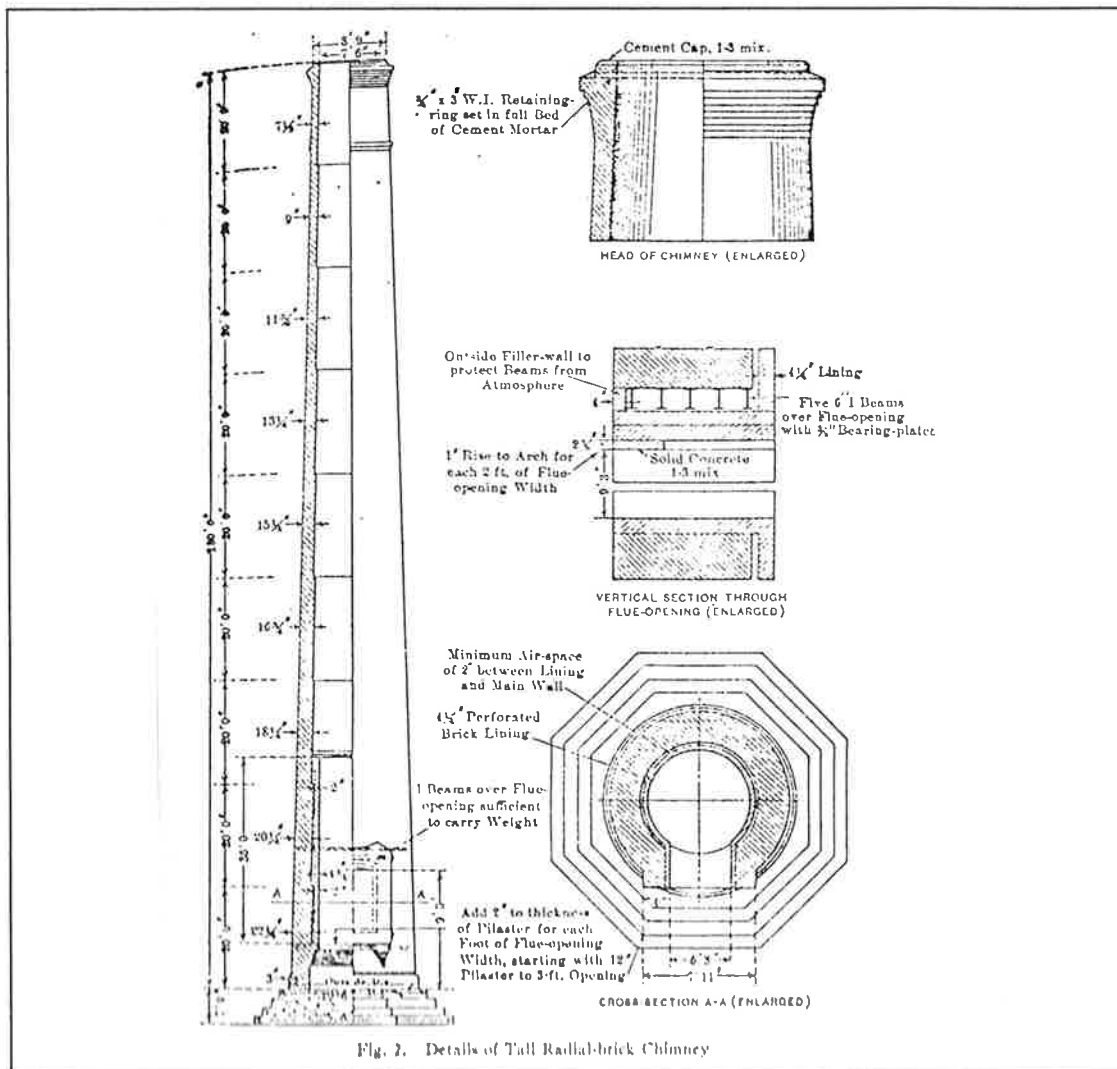


Fig.- 73

Partial List of Tall Chimneys Over 300 Feet in Height

It is to be noted that this list is constantly added to from year to year.

| | Height, ft | Diam. inside at top, ft |
|--|-------------------|----------------------------------|
| * Anaconda, Mont., Anaconda Copper Co. (1918)..... | 585 | 60 |
| * Tacoma, Wash., American Smelting & Refining Co. (1917) .. | 573 | 25 |
| † Saganoseki, Japan, Oriental Compressol Co. (1917)..... | 570 | 26 $\frac{1}{4}$ |
| * Great Falls Mont., Boston & Montana Consolidated Copper and Silver Mining Co. (1907)..... | 506 | 50 |
| ‡ Freiberg, Saxony, Germany, Halsbrücke Foundry..... | 460 | .. |
| Glasgow, Port Dundas, Scotland, F. Townsend..... | 454 | .. |
| Glasgow, St. Rollox, Scotland, Tenant & Co..... | 436 $\frac{1}{2}$ | .. |
| * Jerome, Ariz., United Verde Extension Mining Co. (1918)... | 425 | 30 |
| Creusot, France, Messrs. Musprath Chemical Works..... | 406 | .. |
| § Clarkdale, Ariz., United Verde Copper Co..... | 400 | 30 $\frac{3}{4}$ |
| * El Paso, Tex., Consolidated Kansas City Smelting & Refin- ing Co. (1916)..... | 400 | 30 |
| * Hayden, Ariz., American Smelting & Refining Co. (1911).... | 400 | 25 |
| * East Helena, Mont., American Smelting & Refining Co. (1917)..... | 400 | 16 |
| Halifax, Dean Clough Mill, Scotland, Messrs. Crossley's.... | 381 | .. |
| * Easton, Pa., C. K. Williams & Co. (1911)..... | 375 | 7 |
| Bolton, Lancashire, England, Dobson & Barlow..... | 367 | .. |
| * Rochester, N. Y., Eastman Kodak Co. (two) (1906, 1911) .. | 366, 9 and 13 | .. |
| * Constable Hook, N. J., Orford Copper Co. (two) (1900, 1910) | 365 | 10 |
| * Garfield, Utah, Garfield Smelting Co. (1913)..... | 350 | 22 |
| Herculaneum, Mo., St. Joseph Lead Co..... | 350 | 20 |
| Boston, Mass., Fall River Iron Co..... | 350 | 11 |
| * Newark, N. J., Heller Merz Co. (1904)..... | 350 | 8 |
| East Newark, N. J., Clark Thread Co..... | 335 | .. |
| Barmen, Prussia, Germany, Wessenfeld & Co..... | 331 | .. |
| Edinburgh, Scotland, Gas-Works..... | 329 | .. |
| ‡ Copper Hill, Tenn., Tennessee Copper Co..... | 325 | 20 |
| ‡ Indianapolis, Ind., Indianapolis Traction Co..... | 320 | 13 |
| Huddersfield, England, Brook & Son, Fire-clay Works..... | 315 | .. |
| Smethwick, England, Adams Soap-Works..... | 312 | .. |
| * Providence, R. I., Rhode Island Suburban Railway Co..... | 308 | 16 |
| * New York City, N. Y., New York Steam Co. (1904)..... | 308 | 15 |
| Carlisle, England, P. Dickon & Son..... | 300 | .. |
| Bradford, England, Mitchell Brothers..... | 300 | .. |

* Constructed by the Alphons Custodis Chimney Construction Company, New York City.

† Reinforced concrete, The Weber Company, Chicago, Ill.

‡ Constructed by H. R. Heinicke, Incorporated, New York City.

§ Self-sustaining steel chimney.

|| Constructed by The Heine Chimney Company, Chicago, Ill.

Tab.- 45

Partial List of Tall Chimneys over 300 Feet in Height (Continued)

| | Height, ft | Diam. inside at top, ft |
|--|---------------|----------------------------------|
| * Garfield, Utah, American Smelting and Refining Co. (1905) .. | 300 | 30 |
| * Hayden, Ariz., American Smelting and Refining Co..... | 300 | 25 |
| † Douglas, Ariz., Copper Queen Consolidated Mining Co..... | 300 | 22 |
| ‡ Tacoma, Wash., Tacoma Smelting Co..... | 300 | 18 |
| * McGill, Nev., Steptoe Valley Traction Co..... | 300 | 15 |
| * Brooklyn, N. Y., Nichols Chemical Co. (1905)..... | 300 | 12 |
| * Claymont, Del., General Chemical Co. (1912)..... | 300 | 8 |

* Constructed by the Alphons Custodis Chimney Construction Company, New York City.

† Constructed by The M. W. Kellogg Company, New York City.

‡ Reinforced concrete, The Weber Chimney Company, Chicago, Ill.

§ Constructed by H. R. Heinicke, Incorporated, New York City.

Tab.- 46

Frank O. Dufour & Paul C. Schantz. 234

Como viene siendo habitual en este tipo de manuales, aparece un apartado destinado de modo exclusivo al peso propio.

Se nos dice el peso propio no puede ser obtenido a priori en una estructura²³⁵. Por ello, propone de nuevo es usar datos de estructuras similares construidas y fórmulas empíricas.

Nos aportan la siguiente tabla de pesos de puentes de acero (-medium steel-)

| Formulae for Weights of Bridges | | |
|---------------------------------|---|------------------|
| CLASS OF BRIDGE | WEIGHT OF STEEL PER LINEAR FOOT OF SPAN | AUTHOR* |
| Heavy Interurban Riveted | $w = 600 + 1.8l + 27b + \frac{1}{12}bl \left(1 + \frac{1}{1,000}l\right)$ | E. S. Shaw |
| First-Class Highway Riveted | $w = 300 + l + 22b + \frac{1}{15}bl \left(1 + \frac{1}{1,000}l\right)$ | E. S. Shaw |
| First-Class Highway Pin | $w = 34 + 22b + 0.16bl + 0.7l$ | J. A. L. Waddell |
| Light Country Highway | $w = 250 + 2.5l$ | Author |
| Railroad Truss E 50 | $w = (650 + 7l)$ | F. E. Turneaure |
| Railroad Truss E 40 | $w = \frac{7}{8}(650 + 7l)$ | F. E. Turneaure |
| Railroad Truss E 30 | $w = \frac{3}{4}(650 + 7l)$ | F. E. Turneaure |
| Railroad Deck Girder E 50 | $w = 124.0 + 12.0l$ | Author |
| Railroad Deck Girder E 40 | $w = 123.5 + 10.0l$ | Author |
| Railroad Deck Girder E 30 | $w = 111.0 + 8.8l$ | Author |

Tab. - 47 236

Donde, -w- es el peso de acero de todo el puente en (lb/ft); -l- es la luz, y -b- es el ancho del tablero incluyendo las aceras.

Se nos recuerda además que el puente tiene dos cerchas siempre. En los puentes de carretera, el piso superior de madera no está incluido en las fórmulas (y que es del orden de 10 lb/sqft). En el caso de puentes de ferrocarril, el peso de traviesas y railes tampoco se incluye (se considera 400 lb/ft en cada línea). En caso de que se usen planchas de acero para formar el suelo, a la tabla anterior habrá que añadir 700 lb/ft de la luz.

En los puentes de ferrocarril, las fórmulas dadas son para una sola vía. Vías dobles, con tablero superior, con puentes-cercha son aproximadamente un 95% más pesadas que las anteriores; y si son emparrillados puede tomarse un 100%. En el caso de dobles vías con tablero inferior, en caso de puentes-cercha habrá que incrementar además un 10%; y un 25% en el caso de emparrillados.

En cuanto al material, ya indicamos que los pesos se dan para puentes de acero del tipo -medium steel-. En el caso de -wrought iron- o -soft steel-, el peso se incrementa de un 10 a un 15% más.

No obstante, la tabla anterior necesita ser alterada; ya que la repercusión de la superestructura en el peso total varía con la luz. Esto puede resolverse si pensamos que el peso del tablero no va a variar con la luz (el del arriostramiento sí, pero no en magnitudes que se consideren importantes).

²³⁴Dufour, Frank O.; Schantz, Paul C. Bridge Engineering (A Manual of Practical Instruction in the Analysis, Calculation, and Design of Steel Truss and Girder Bridges for Railroads and Highways). Chicago. American Technical Society. 1931. BPG (62410861).

²³⁵"The best method is to use the actual weight of a similar structure of like span which has been built. As the necessary data for this is not always available, it is customary to use formulae to derive an approximate weight of sufficient accuracy for purposes of computation." (el subrayado es mío) pag. 151. op. cit.

²³⁶A nivel de sobrecargas, para puentes de carretera se considera buena práctica tomar una sobrecarga de 100 psf (500 kp/m²), además de un tren de cargas en base a un camión de 12 to con dos ruedas traseras (4 to.) de 30 cm de ancho separadas 1.8m; y dos delanteras (2 to) de 15 cm de ancho y separadas 1.5m. Para puentes de ferrocarril, como se ve, se adoptan como válidas las especificaciones de Theodore Cooper.

En los puentes de ferrocarril, la información es mayor, y se da otra tabla de pesos de acuerdo con la luz y el tipo de puente. La localización de los datos ya nos indica la relación entre el tipo de puente y la luz.

| SPAN (IN. FT.) | I-BEAM SPANS | DECK PLATE GIRDERS | THROUGH PLATE GIRDERS | THROUGH RIVETED SPANS | THROUGH PIN SPANS |
|----------------|--------------|--------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------|
| 20 | 14,100 | | | | |
| 30 | | 16,400 | 30,300 | | |
| 40 | | 26,200 | 46,100 | | |
| 50 | | 37,800 | 62,300 | | |
| 60 | | 52,300 | 87,600 | | |
| 70 | | 75,000 | 116,000 | | |
| 80 | | 97,000 | 146,000 | | |
| 90 | | 125,000 | 178,000 | | |
| 100 | | 152,000 | 218,500 | 182,000 | |
| 110 | | | | 204,000 | |
| 125 | | | | 245,000 | |
| 140 | | | | 305,000 | |
| 150 | | | | 345,000 | 338,000 |
| 160 | | | | | 385,000 |
| 180 | | | | | 460,000 |
| 200 | | | | | 535,000 |

Tab.- 48

La siguiente figura nos dan (Fig. 15) pesos de puentes-cercha de tablero inferior, de acero - medium steel-, y tipo de carga E50 (de ferrocarril, por tanto); así como pesos (Fig. 16) de puentes - Country bridge- (de madera?) incluyendo el peso del material de suelo.

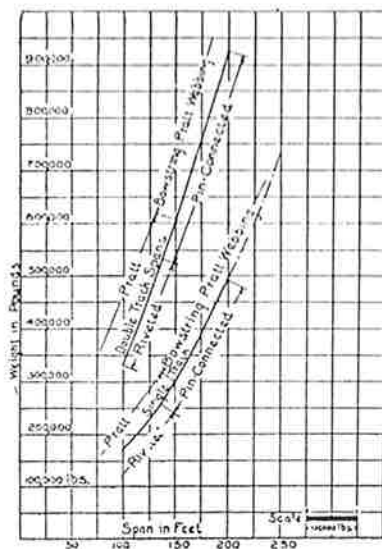


Fig. 15. Weights of Through Truss-Spans. Medium Steel, E 50 Loading.

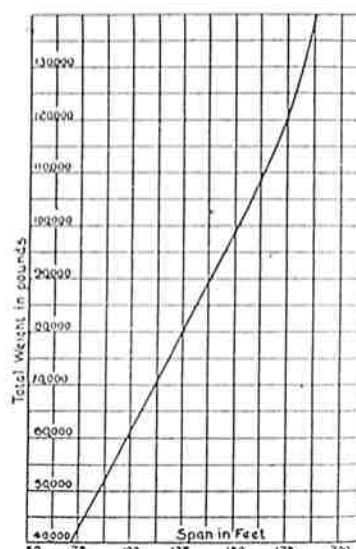


Fig. 16. Weights of Country Bridges, including Floor.

Fig.- 74 (f-178, f-179)

En cuanto a especificaciones de diseño, las tablas siguientes (similares también a la de otros autores) nos marcan la relación luz-tipo.

| Types of Bridges for Various Spans | |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| Spans | Kind of Bridge |
| Up to 20 feet | Rolled beams |
| 20 to 75 feet | Riveted plate-girders |
| 75 to 120 feet | Riveted plate- or lattice-girders |
| 120 to 150 feet | Lattice or pin-connected trusses |
| Over 150 feet | Pin-connected trusses |

Tab.- 49

| Width of Plate-Girder Bridges for Various Spans | |
|---|--|
| Spans | Distance Center to Center of Plate-Girders |
| Up to 65 feet | 6 feet 6 inches |
| 65 to 80 feet | 7 feet 0 inches |
| 80 to 115 feet | 7 feet 6 inches |

Tab.- 50

Se toca algo el tema de las proporciones económicas (art. 60); pero de un modo poco claro, ya que la anchura de panel se plantea como una constante. De éste modo, las variaciones se hacen en el canto, pero nos llevan a triangulaciones no óptimas. Mencionemos sólo una tabla que marca relaciones de éste tipo.

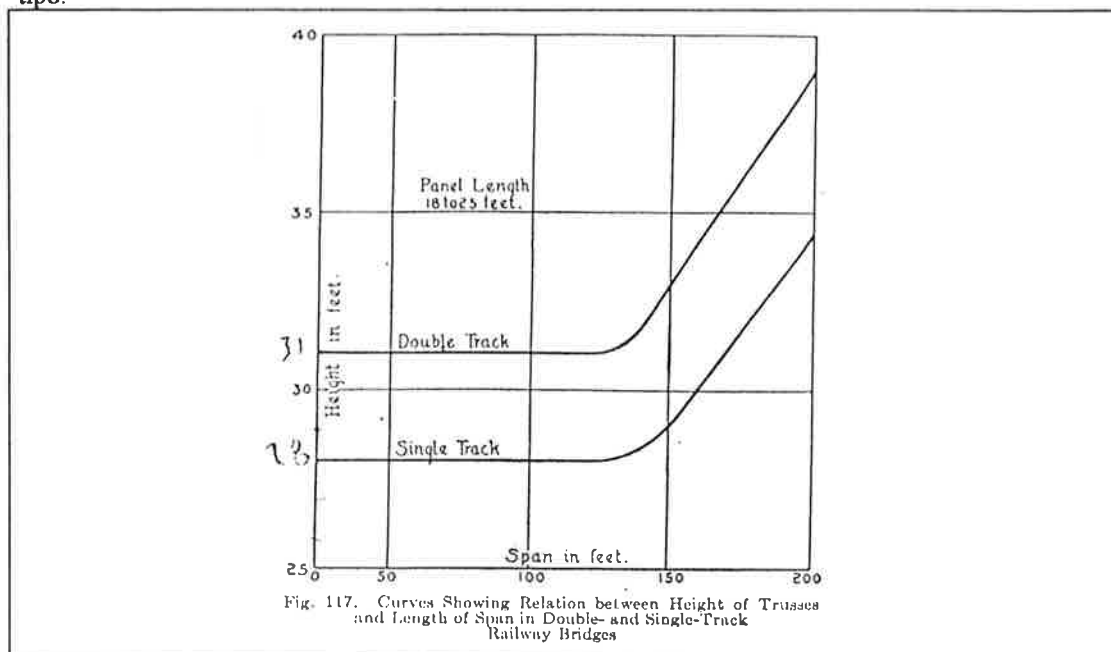


Fig.- 75

Nos dan también información sobre las fórmulas de la -Illinois Highway Commission- y de la -American Bridge Company-. Pero esto está descrito en el libro de Ketchum con más amplitud.

Thomas Clark Shedd,²³⁷ 1934.

Es un ingeniero con gran experiencia. Su obra es algo más que una recopilación. Destaca la gran cantidad de información en relación con temas de diseño.

A- Canto económica jácenas armadas de acero (plate girders).

"...the least weight depth for plate girders has been fairly well established by the results of experience. As was also stated, formulas for the depth giving the least weight may be derived..."²³⁸

Con esta frase queda claro el modo de obtención del canto óptimo. Advierte además que las fórmulas son aproximadas. Al ser una fórmula empírica incluye el peso de uniones, aunque también puede recoger desviaciones de problemas concretos de una obra. En la siguiente figura podemos ver un esquema que nos aclara el tipo estructural del que hablamos. Las luces que se construían estaban entre los 45 y los 100 pies.

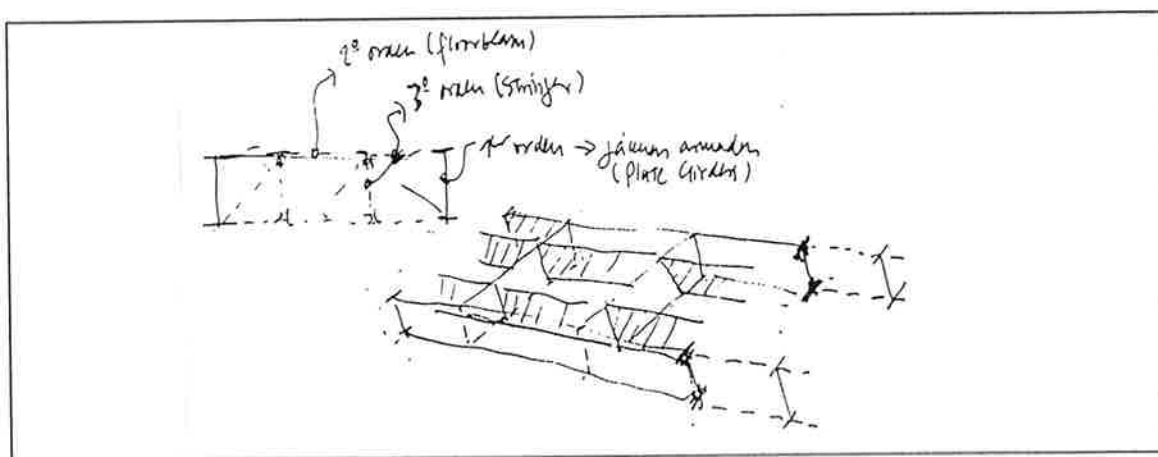


Fig.- 76

Estamos hablando construcciones en la que las uniones eran roblonadas; y cualquier pieza de gran tamaño como una jácena se formaba de multitud de pequeños perfiles, placas y llantas (la denominación de -plate girder- hace referencia precisamente a las llantas con las que se formaban las alas del perfil armado).

El método de trabajo fue el siguiente: **se estudiaron cincuenta estructuras** (diseñadas con distintas especificaciones) **y se dedujo una relación** entre el área media bruta (sin descontar taladros) del ala de la jácena y el área neta necesaria en el punto de máximo momento -M- (de las sobrecargas); ²³⁹

- a- si las llantas que van en el extremos de las alas van en continuidad, la relación era del 96 al 103%.
- b- si la superior es continua y la inferior se adapta a la ley de momentos, la relación es del 93 al 97%.
- c- si las dos llantas se adaptan al área de momentos la relación es del 89 al 93%.

Los datos son válidos para jácenas simétricas con un número mínimo de dos llantas por ala (al no existir soldadura es necesario al menos dos llantas para conseguir la continuidad de estas en las alas).

El peso de placas, rigidizadores del alma, roblones y otros detalles supone un peso del orden del 40 al 65% del peso del alma de la jácena; aunque puede ser incluso mayor en jácenas en las que se ha intentado optimar el espesor del alma (no olvidemos que se trata de un perfil armado).

²³⁷Shedd, T.C., Structural Design in Steel. New York. John Wiley and Son. 1934. BPGV.

²³⁸op. cit., pag. 189. El subrayado es mio.

²³⁹el peso propio de la jácena no es un problema en relación al valor de las cargas vivas, que son mucho más altas (este tipo se emplea en luces cortas); de ahí la forma de plantear el problema el carácter iterativo que inicialmente tiene.

Partiendo de todo ello, asume los siguientes **datos de partida**: el área media bruta del ala de la jácena es un 95% del su área neta en el punto de máximo momento. Los detalles suponen un 45% si no hay demasiados rigidizadores y un 65% en caso contrario (plantea por separado las dos alternativas). Considera además que 1/8 del área del alma en cada extremo contribuye a resistir el momento. Planteamos en pies y libras la ecuación, con lo que un área de 1sq.in. por un pie de longitud pesa 3,4lb.

Con ello nos queda, para el caso de que los detalles sean un 45% del peso del alma, la siguiente ecuación para el peso lineal de la jácena -w-:

$$w = 2*3,4*0,95(M/(s_1d) - td/8) + 1,45*3,4td;$$

$$w = 6.46 M/(s_1d) + 4,12td$$

siendo s_1 la tensión admisible de la sección neta.

Derivando el peso respecto al canto obtenemos la *expresión del canto óptimo*.

$$d_{opt}=1,25\sqrt{M/(s_1t)}; \text{ ec.- 72}$$

y para el caso de abundancia de rigidizadores (peso de detalles de un 65% del peso del alma), la expresión será:

$$d_{opt}=1,16\sqrt{M/(s_1t)}; \text{ ec.- 73}$$

Las únicas dos **variables** del peso -w- que considera son entonces el canto -d- y el espesor del alma -t-. Las *recomendaciones de diseño* establecen una *relación mínima entre -t- y -d-* que suele ser mayor que la estrictamente necesaria por cortante. Llamamos $k=d/t$ a ese valor; con lo que:

$$d_{opt}=0,92 (Mk/s_1)^{1/3}; \text{ (para coeficientes del 45\%); ec.- 74}$$

$$d_{opt}=0,88 (Mk/s_1)^{1/3}; \text{ (para coeficientes del 65\%); ec.- 75}$$

Siendo -k- un dato de diseño, las ecuaciones están ya sólo en función del momento de las cargas exteriores (en libras * pulgada) y la tensión admisible de la sección neta (en psi).

Si D es la distancia libre del alma (hasta que se encuentra con perfiles), los valores habituales de -t- eran de: $t=D/160$; $t=D/170$; $t=D/200$ ó $(\sqrt{D})/20$. La diferencia entre -d- y -D- podía ser del orden de 6 a 8 pulgadas.

Nos da incluso más fórmulas para determinados casos puntuales. Todas ellas fueron chequeadas con obras de "reconocido" poco peso, con buenos resultados.

Para facilitar más las cosas, da dos fórmulas más simplificadas en las que la variable -k- desaparece (las unidades siguen siendo las mismas).

para casos con rigidizadores intermedios:

$$d_{opt}=5,5 (M/s_1)^{1/3}; \text{ ec.- 76}$$

para casos sin rigidizadores intermedios:

$$d_{opt}=4,6 (M/s_1)^{1/3}; \text{ ec.- 77}$$

Estas últimas fórmulas no son por tanto muy precisas. En cualquier caso, lo importante para él es que el proceso puede reconstruirse fácilmente en un caso concreto y de ese modo tener un dato más fiable.

La optimización se plantea en relación al momento. La razón de no hacerlo a cortante ya se ha explicado. El por qué no hace ningún tipo de referencia a la deformación se debe sin duda a que las esbelteces que manejan no suelen presentar ese tipo de problema; aunque no hace mención alguna a este tema.

Hemos descrito el proceso con cierto detalle por que de él se pueden sacar varias conclusiones interesantes:

1- La estrategia de optimación en las pequeñas luces es completamente distinta que en las grandes. En las primeras se puede determinar a priori el peso propio de la estructura sin excesivo error considerando sólo las cargas exteriores; ya que el peso propio nunca es un factor determinante como carga. Como consecuencia de ello la optimación se plantea en relación al canto y se prescinde del peso propio de la estructura.

2- El proceso de sacar el óptimo se reconstruye con facilidad.

3- La esbeltez óptima depende como es lógico de las cargas y de la resistencia del material. Es decir, no puede quedar definida por el tipo sólo. Sin embargo, veremos que publicaciones muy posteriores olvidan esto y directamente asignan de manera invariable una esbeltez de diseño a un tipo (por ejemplo, será habitual encontrar el valor de 10 para cerchas y 20 para losas de jácenas).

4- Se combina teoría y práctica en la formulación de los óptimos, ya que la rotura del carácter iterativo del peso lo hace partiendo de datos de estructuras construidas.

B- Peso propio de cerchas de acero de cubierta.

Nos comenta que existen numerosas fórmulas, tanto en manuales como en catálogos de casas comerciales. Él ha desarrollado una expresión.

$$W_t = Cwl/s ; \text{ec. - 78}$$

siendo:

W_t = peso de la cercha y arriostramientos, en psf y medido en superficie horizontal de cubierta.

C = coeficiente que depende de la luz y que nos da tabulado (un valor habitual es de 16).

w = carga total de la estructura, en psf, medido en superficie horizontal de cubierta. Incluye también el peso de la cercha y los arriostramientos.

l = luz en pies.

s = tensión admisible a tracción en psi.

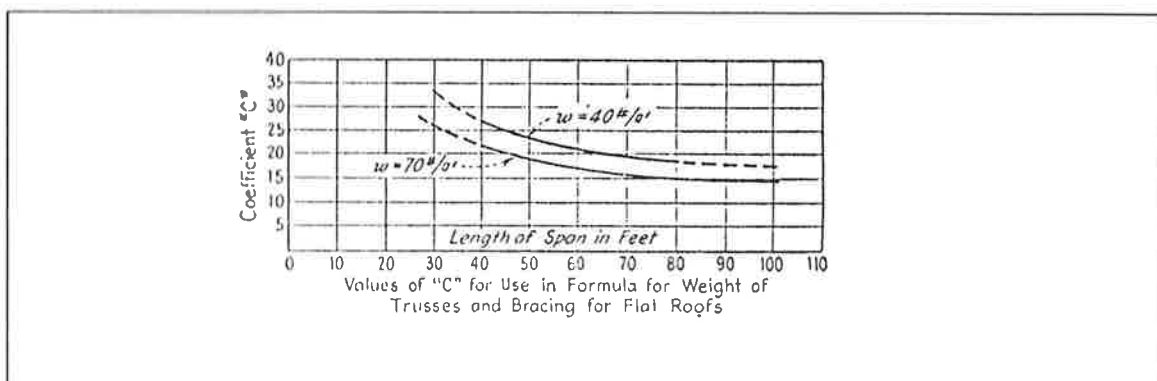


Fig.- 77

Es sorprendente que -w- incluya también el peso de la estructura; es decir, la fórmula aún no está -limpia-. No obstante, advierte que el peso propio no suele superar el 10% de la carga exterior, con lo que en realidad podemos considerar -w- sin tener en cuenta el peso propio de la cercha y con ello se comete un error mínimo.

Sin embargo, para luces no usuales (es gráfico anterior está hecho para un intervalo de unos 30m) o cantos más pequeños de la habitual se debe tener más precaución en su uso.

El peso de los atados es del orden del 10 al 15% del peso de las cerchas. Por ello, el peso de la cercha exclusivamente puede obtenerse computando entre el 87 y 91% de W_c .

El peso de las correas suele ser del orden de 1,5 a 5 psfl, dependiendo de la separación de las cerchas.

C- Peso propio forjados de piso.

En este caso no da fórmulas pero sí datos concretos. Para edificios de oficinas y hoteles con sobrecargas de 15 a 20 psf es de 4 a 5 psf por vigas más viguetas. En las jácenas los valores dependen mucho del problema. O sea, no nos viene a decir mucho; aunque destacamos el esfuerzo de dar datos aún cuando no es fácil tipificar.

D- Grandes Puentes de Ferrocarril.

Hay, en primer lugar, un dato importante; y es que nos habla de Waddell como del autor que más información ha escrito sobre el tema. Aunque es justamente lo que hemos encontrado nosotros, este comentario ayuda a dar por válidas las referencias que presentamos sobre el tema.

Además de referirse a Waddell, anota algunas fórmulas de otros autores.

D-1. Fórmula de Szlapka.

Szlapka trabajaba en la Phoenix Bridge Company. Como en otros casos, la gente con gran número de información empírica recurre a sacar fórmulas con dichos datos sin preocuparse demasiado por el planteamiento teórico del problema. Propone una primera fórmula tan sencilla como:

$$w = kL; \text{ ec. - 79}$$

-w- es el peso del puente en -libras por pie- (carga lineal), y engloba a las dos jácenas y a sus atados.

-L- es la luz en pies.

-k- es un factor constante que depende o engloba al tipo de carga, al espesor del alma, a la tensión admisible y al tipo de calzada.

A esta fórmula se le llamaba -fórmula 9-L-. Se aplica para luces mayores o iguales a 60 pies.

Es decir, definido el tipo (lo cual es definir tipo estructural, cargas, y materiales), la relación del peso propio con la luz es lineal.

Al definir -k- define también la proporción económica del tipo dentro de la cual tiene sentido la aplicación de dicha fórmula (al igual que hará Waddell). Para jácenas metálicas dicha proporción estaba entre 8 y 12.

Veamos una definición concreta de -k-: para una carga viva tipo E-30 Cooper, un alma de la jácena de 3/8 de pulgada, tablero de madera, esbeltez de las jácenas entre 8 y 12, unas tensiones admisibles a tracción de 16.000 psi y cumpliendo la normativa ÁREA^{240} de 1910; el factor $k=9$. Además, la proporción de peso de almas y ala es de 1/1.

¿Qué sucede si estos factores cambian?

En el caso de otro tipo de carga viva, la variación es directamente proporcional. Es decir, si la carga es E-56 la variación será de 56/30. Si la tensión es distinta, la variación es inversamente

²⁴⁰General Specifications for Steel Railway Bridges.

proporcional. Si la esbeltez no es la económica (10), la variación de $-k-$ es directamente proporcional. Si el tablero no es de madera, el peso de las alas se incrementará en relación al incremento de carga total de la estructura del nuevo tipo de tablero en relación con el de madera, o bien (que es lo mismo) en relación al incremento de momentos. En este último caso es necesario hacer una estimación inicial del peso propio de la estructura para incluirlo en la carga total. Si el espesor del alma es distinto de $3/8$ de pulgada²⁴¹, el factor de peso del alma ($1/2$ del total en el caso de $k=9$) varía de forma directamente proporcional al nuevo espesor.

Si la luz es menor de 60 pies, Szlapka propone otra fórmula distinta:

$$w = w'(5L + 180)/480 ; \text{ ec. - 80}$$

$-w'-$ es el peso propio de la estructura calculada con la fórmula 9-L (de dos jácenas y atados), en libras por pulgada.
y el resto de nomenclatura y unidades son las de antes.

Aunque no se menciona, este tipo no estaba pensado para luces muy fuertes; como máximo unos 125 pies. Por encima de hay siempre se usan cerchas.

D-2. Fórmula de Clearence W. Hudson.

Hudson, ingeniero consultor, se formó también en la Phoenix Bridge Company. Shedd ha comprobado que la fórmula de resultados bastante concordantes con los casos que analizó. La relación de Hudson era también muy simple; y se usa en luces mayores en las que la estructura se forma con cerchas (biapoyadas).

$$w = (100/3)A ; \text{ ec. - 81}$$

$-w-$ es el peso lineal equivalente de las dos cerchas y sus atados, en libras por pie.

$-A-$ es el área neta del cordón de tracción en el punto más solicitado.

Para calcular $-A-$ es necesario hacer una previa estimación del peso propio $-w-$. Un método sencillo es establecer un proceso de ensayo y error para el que nos mostrará su convergencia y, por tanto, la fiabilidad del peso estimado.

Hudson además establece unas proporción media de los pesos de los distintos elementos en relación con la misma variable $-A-$. Estos son:

| | |
|-------------------------------|----------------------|
| cordón inferior (de tracción) | 1,00A |
| cordón superior (compresión) | 1,25A ²⁴² |
| barras del alma | 1,25A |
| Detalles | 1,00A |
| Arriostramientos | 0,50A |
| total para una cercha | 5,00A |

Si el peso específico del acero lo redondeamos a $10/3$ de lb/in^3 , el peso total $-w-$ de las dos cerchas y el arriostramiento será:

$$w = 2 * 5A * 10/3 = (100/3)A;$$

Y de ese modo tan simple y astuto se ha generado la fórmula.

²⁴¹Toma como espesor del alma $1/160$ de su altura libre.

²⁴²Esta relación entre área a compresión y tracción es mantenida por muchos más autores de todo este siglo. Entre ellos ya mencionamos a Cox.

D-3. Optimación del número de vanos del puente.

Establece una función costo C en función del costo de arranques extremos, pila, longitud total a salvar, número de tramos del puente, costo de cercha y atados y costo de la subestructura que sujeta el tablero. No reproducimos toda la formulación pues entiendo que no es muy -ortodoxa-, y al final intenta demostrar una regla usada en ese momento para determinar el número de vanos óptimo. Esta regla es la siguiente: *el mejor diseño será aquel en el que el peso de la superestructura (cerchas y arriostramientos) sea igual a al de la subestructura que sujeta al tablero*. Propone otras relaciones similares en relación con pilas y otros elementos.

Es interesante ver como en todo lo mostrado la práctica va por delante de la teoría, y como ésta cuando existe no hace más que intentar demostrar (a veces no con mucho rigor) los datos empíricos.

D-4. Proporciones económicas de cerchas de puentes.

Según nos dice, en ese momento no ha sido posible establecer un procedimiento matemático, similar al visto en la jácenas, para determinar el canto óptimo de las cerchas. Al intervenir más variables de diseño en las cerchas (a su entender), el canto óptimo ha sido determinado empíricamente. Así, la esbeltez más económica, para cordones paralelos, está entre 5 y 8; habiendo una relación de menos esbeltez con más luz. Es decir, la esbeltez óptima será de 5 en grandes luces y 8 en las pequeñas ²⁴³. Así mismo, en los puentes de ferrocarril (con cargas altas) se aprecian cantos mayores que en los de carretera. Señala que subir de 10 no es deseable, para las condiciones habituales, si no queremos tener problemas de deformación.

Si los cordones no son paralelos, la regla no está tan clara. Sin embargo, las reglas de diseño sugeridas son muy acertadas.

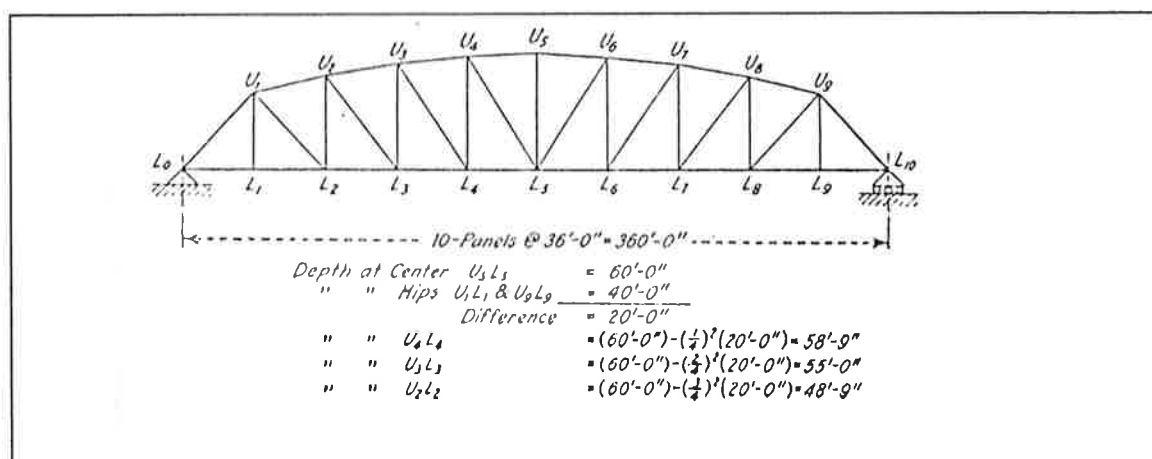


Fig.- 78

Primero se fijan los cantos del centro y de el primer tramo (U_1L_1 y U_5L_5). En este caso se han dado unas esbelteces de 9 y 6 respectivamente. Estos cantos deben hacer posible que el ángulo de las diagonales está entre 45 y 60°; estando el óptimo entre 50y 55°. Si los cantos dados y división de paneles satisfacen la condición anterior, el trazado del cordón superior se hace trazando una parábola entre los dos cantos anteriores (de U_1 a U_9). Por último, se ha de comprobar que la curvatura la parábola no es muy alta ya que si no los esfuerzos en las diagonales pueden llegar a reducirse demasiado; saliendo perfiles de difícil fabricación y que pueden llegar a vibrar demasiado con las cargas móviles.

²⁴³Recordamos que las mayores luces de las cerchas de cordones paralelos en puentes son de:

a- para puentes con tablero inferior (apoyados en el cordón inferior de la cercha); hasta 180 pies en los de carretera y 200 pies en ferrocarril.

b. para puentes con tablero superior; se alcanzan luces de 300-350 pies, en incluso más si los cordones no son paralelos.

100 y 250 pies; y por tanto esa es la referencia correcta a -grandes- y -pequeñas-.

Además, un número menor de paneles (división de montantes), favorecen la economía; aunque ese puede hacer crecer el peso de la subestructura. Por ello, *se recomienda el siguiente tamaño de panel:*

| | |
|---------------------------|-----------|
| en jácenas | 10-20 ft. |
| cerchas (p. de carretera) | 16-32 ft. |
| cerchas (p. de ferroc.) | 22-45 ft. |

Si las luces del puente son muy grandes, del orden de 320 ft ó más, se recomienda usar un sistema de diagonales en -K- de modo que aunque el tamaño del panel no sea muy grande, los ángulos de las diagonales del panel estén dentro de los óptimos (ver figura).

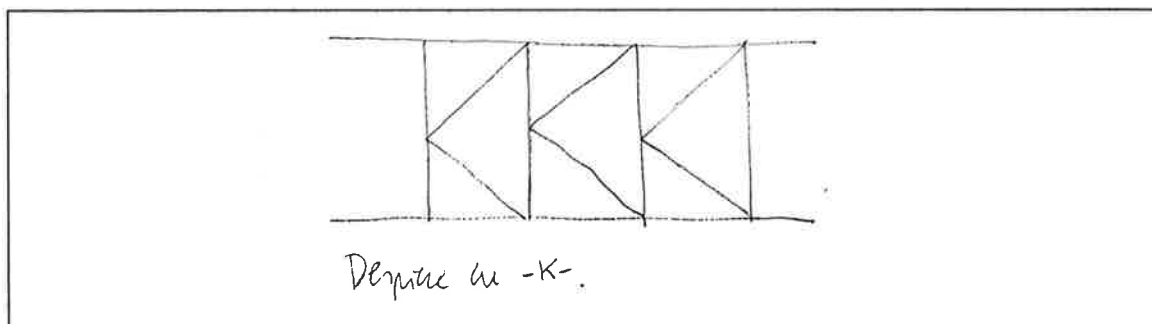


Fig.- 79

Como vemos, las reglas no son tan pobres como nos anticipaba; y desde luego son capaces de generar un buen diseño de la estructura.

Al hablar del diseño del arriostramiento inferior de las jácenas nos encontramos otra vez con diseños que parten de respetar los ángulos óptimos ya mencionados para las diagonales.

También entre en el **proceso** detallado de **diseño** de una cercha que incluye desde las consideraciones anteriores hasta otras de cálculo, detalles, pandeo en elementos comprimidos y consideraciones de carácter constructivo. **Es decir, vemos que la definición de diseño que hemos planteado no es nueva; sino al contrario.**

Hay que insistir en que no es nada común encontrar un libro actual en el que se intente explicar a un proyectista novel todos y cada uno de los pasos a dar para producir una estructura. Sin lugar a dudas, el conocimiento hoy día está mucho más fragmentado, y además han prácticamente desaparecido las indicaciones generales de diseño. La consecuencia de ello es un incremento de errores de diseño general, que suelen tener una gran repercusión en el coste total de la estructura.

El autor también recoge en apéndices recomendaciones de distintos organismos, que son básicamente las expuestas aunque no con tantas explicaciones ni detalles.

Como vemos, la mayor documentación que presentamos es Norteamericana. Entiendo que no es casual pues se han consultado fuentes más países.

Aunque es cierto que fue en Europa donde primero se plantearon cuestiones de peso propio con cierto interés, sus trabajos se enfocan de modo teórico sin grandes resultados. **Los americanos abren, sin ningún escrúpulo, la vía empírica.**

3.4 DE LA SEGUNDA MITAD DEL XX A LA ACTUALIDAD.

En 1958 van a publicarse dos trabajos de trascendental importancia para el campo de diseño de estructuras: el de Cox y el de Hemp. Los dos trabajos nacen dentro del terreno de la aeronáutica; y esto es muy significativo²⁴⁴. **Vuelven los enfoques teóricos, y esta vez para anular casi por completo a los empíricos.**

Será Foulkes quién descubra el trabajo de Michell y ponga a éstos sobre la pista; además de ser uno de los pioneros en la aplicación de técnicas de programación lineal para optimar el peso.

La obra de Hemp²⁴⁵ asienta toda una línea de investigación dirigida al desarrollo de algoritmos que puedan ser manejados por un ordenador. Las técnicas son básicamente la programación lineal y el cálculo variacional. Además, desarrolla el trabajo de Michell para aplicarlo a estructuras continuas (lo cuál no es más que una pirueta matemática).

En la misma línea de Hemp están los trabajos de W. Prager²⁴⁶.

En el apéndice de optimación damos más referencias sobre este asunto; y justificaremos por qué no se ha tratado esta vía (hoy la más usada) ; aunque puede entenderse fácilmente que cae fuera de los objetivos inicialmente propuestos.

Desde ese momento, y unido al desarrollo de los ordenadores, se producen una imparable transformación de los modos de enfocar los problemas relacionados con el peso propio, y en general, del modo de entender el diseño de estructuras. Parece como si la facilidad de cálculo que aquellos permiten trajera consigo una pérdida de visión de las variables del problema, y un abandono de una herencia a la que no había por qué renunciar.

No obstante, veremos que afortunadamente todavía es posible encontrar estudios de peso propio desde perspectivas tradicionales. En concreto, muchos de los datos empíricos que ahora aparecen serán los que tengan más valor para nosotros, pues mantienen tipos y materiales actuales.

Eso sí, se verá que dichos estudios son escasos y poco conocidos.

²⁴⁴Está claro que en un avión el problema de peso tiene influencia notable; más aún si tenemos en cuenta que el proceso de producción está industrializado. Ni siquiera en puentes se enfoca igual la optimación de luces pequeñas y grandes. Parece entonces mucho más difícil que se opere igual en arquitectura que en aeronáutica (véase apéndice de optimación).

²⁴⁵Hemp, W.S.; "the Theory of Structural Design"; Report nº 115; College of Aeronautics, Cranfield, G.B.; August 1958. Sus trabajos culminan en un gran clásico de la optimación: Hemp, W.S. Optimum Structures. Oxford. Clarendon Press. 1973. 123 pp.

²⁴⁶Véase bibliografía final.

H.L. Cox. 247

Cox, retomando también los trabajos de Maxwell y de Michell, plantea el problema en términos más similares a los nuestros. Veamos algo de sus trabajo.

En primer lugar, a nivel material, vuelve a poner de relieve el término **alcance** ($\Lambda = \sigma/\rho$); aunque ya vimos que no fue el primero.

“(...)the -material breaking length-, (f/ρ).²⁴⁸ The breaking length is that length of a wire of material which hanging freely under gravity would just break at the top,...). In order to compare one material with another it is really preferable to think in terms of "weigh length"- that is, to divide the stress -f- by the material density - ρ - (...).²⁴⁹

La identificación de éste término parte de algo tan sencillo como coger un elemento en tracción de una longitud L sometido a una carga P. (fig. a/).

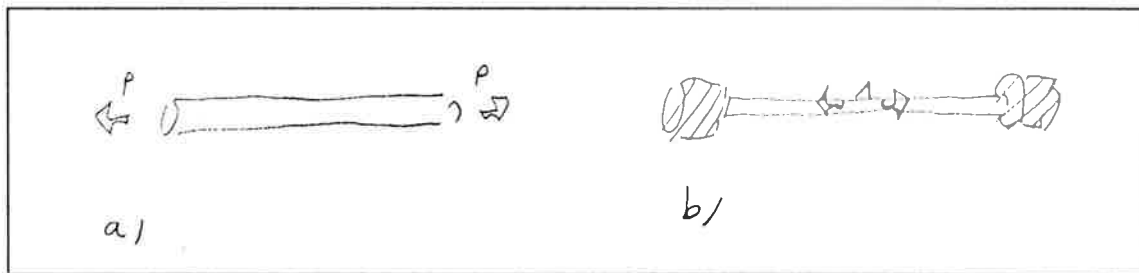


Fig.- 80

El peso de dicha barra será igual a:

$$\wp = PL(\rho/\sigma);$$

Así aparece el factor (ρ/σ) . Una vez que se le reconoce un sentido físico es preferible ponerse en relación inversa de modo que dimensionalmente sea una longitud; representado la longitud máxima a la que llega un prisma recto (sin tener en cuenta los problemas de inestabilidad) de modo que sus tensiones de peso propio sean máximas. **Peso y alcance son entonces magnitudes inversamente proporcionales. Si pensamos en la relación inversa entre \wp y L_{MAX} vista ya en Rankine, está claro que tamaño máximo y el alcance guardan una relación lineal.**

Cox da un paso más sobre este -elemental- problema. ¿Qué pasa con los **elementos de anclaje o unión?** Pensemos usando la misma figura (parte b). Tenemos una carga unidad que llevamos a tracción a través de una longitud -L-, y con una sección de material -A- también constante. Su volumen de material es $V_0 = AL + B$; siendo B el volumen de los elementos de unión.

Si ahora queremos llevar una carga -P-, bastará multiplicar las dimensiones por un factor $P^{1/2}$; con lo que el volumen total nuevo será $V' = (AL + B)^{3/2}$. Es posible que la longitud requerida (L) sea mayor que la longitud actual ($LP^{1/2}$); por lo que habría que añadir otra longitud ($L - LP^{1/2}$); y el volumen total sería entonces igual a:

$$V = APL + BP^{3/2}; \text{ ec. - 82}$$

²⁴⁷Cox, H.L.; "the Theory of Design" Aeronautical Research Council, 19791, 13 January, 1958. El trabajo conducirá un una gran obra posterior: Cox, H. L. The Design of Structures of Least Weight. Oxford. Pergamon Press. 1965. 135 pp.

²⁴⁸-f- es aquí la tensión normal - σ -, y - ρ - el pese específico como en nuestro caso.

²⁴⁹op.cit.; chp. 2, pag. 6. El subrayado es mío.

El primer miembro representa el volumen de la barra y el segundo el del elemento; es decir:

$$V_{\text{UNIÓN}} \propto BP^{3/2}; \text{ ec.- 83}$$

El peso total será entonces proporcional a:

$$\wp \propto PL\{A + B(P/L^2)^{1/2}\}; \text{ ec.- 84}$$

En dicha fórmula, A no es otra cosa que $(1/\sigma)$ (el área necesaria para llevar la carga unidad) multiplicado por la carga P; por tanto:

$$\wp = PL\rho\{1/\sigma + B(P/L^2)^{1/2}\}; \text{ ec.- 85}$$

La importancia del segundo miembro; es decir, la repercusión del peso de la unión en el peso total; es inversamente proporcional al tamaño. Esto es lógico pues el tamaño de la unión depende sólo del área de la barra a coser y no de su longitud (sin considerar problemas de estabilidad que puedan matizar el tema).

Por tanto, en los grandes tamaños el factor tendrá mucho menos influencia que en los más pequeños. Es decir, el incremento de peso por detalles constructivos depende del tamaño (aunque, desde un punto de vista real, cabría hacer muchas puntualizaciones).

En un caso tan sencillo como este aparece reflejadas casi todas las variables de problemas más complejos.

Los capítulos 8 y 9 son los de más interés para nosotros. En el cap. 8, -the Basic Theory of Layout-, recoge las aportaciones de Maxwell y Michell para obtener esquemas óptimos teóricos. En el cap. 9 ya se centra en la obtención de esquemas aplicables a la práctica.

Establece una **ecuación general del peso**, donde ya empezamos a ver con claridad cuales son las variables del problema, aunque aún queda un parámetro K sin aclarar.

“The weight W of any structure designed to carry a load P over a span d may be expressed in the form

$$W = K\rho Pd/f; \text{ (ec.- 86)}$$

where ρ is the density of the material used, f is the principal value of the working stress- usually the stress in the tension members- and K is a numerical factor which represents the entire effect of the parameters of the loading system, of the layout, of the detail and of adoption of different levels of working stress in the several components of the structure.”²⁵⁰

La ecuación es correcta, aunque más adelante desvelaremos el significado de la constante K.

²⁵⁰op.cit., chp. 9, pag. 115.

Myron Goldsmith y los Trabajos del IIT de Chicago.

Llegamos a uno de los puntos más interesantes de este capítulo. Los trabajos realizados en el IIT, fundamentalmente durante los años 50 y 60, representa un caso único en el panorama actual. El enfoque será de base empírica ; y nos suministra un ingente número de datos que hoy día son perfectamente reutilizables.

Después de llegar Mies van der Rohe a EE.UU., uno de sus primeros encargos será el de proyectar el nuevo campus de la ya existente universidad -Illinois Institute of Technology-; en Chicago. Desde entonces, y junto con Ludwig Hilberseimer, desarrollará una larga labor docente en el Crown Hall. Juntos harán de ésta universidad de arquitectura una de las más importantes del mundo. Años más tarde, se les unirá uno de los ingenieros más importantes de éste siglo, **Fazlur Khan**; y del cual hablaremos más adelante.

Será Hilberseimer quién dirigirá a Goldsmith su **-master thesis-** en el año 1953²⁵¹ (estando Mies van der Rohe al frente de la Escuela de Arquitectura del IIT). El trabajo en sí es quizás más interesante desde el punto de vista de la relación proyecto-estructura, que desde el punto de vista técnico.

Citemos un pequeño párrafo del prefacio, para ver cuales eran sus *intenciones iniciales*:

“When a study is made of the effects of change in magnitude on structures found in nature and those that are made by a man it becomes evident that all such structures undergo changes as the scale of magnitude increases and ultimately must be replaced by new structural types.

An examination of various tall buildings indicates that a new structure becomes necessary when certain dimensions are reached.

The project described in this thesis is a new structural type for tall building in reinforced concrete. Both structure and function have been analyzed to show their influence on the height of the building and their influence on the architectural expression.”

Es decir, la intención del trabajo es básicamente proyectual ya desde un principio. El carácter de sus tutores y el tipo de investigación²⁵² apuntaban en esa dirección.

Pero lo importante para nosotros es que con él se va a abrir una vía de trabajo muy similar a la nuestra, en la que seguirá durante toda su vida²⁵³.

Recoge anotaciones de gente como Galileo o D. Thompson; además de pequeños trabajos de la época de gente como, D.B. Steinmann, M. Ketchum; ...; siempre de modo muy disperso y casi tangencial.

Goldsmith es plenamente consciente de los problemas derivados del cambio de tamaño (al que denomina **-scale-** de un manera algo confusa). Una de las figura de su trabajo es muy explícita al respecto:

²⁵¹Goldsmith, Myron. "The Tall Building: The Effects of Scale". *M.S. in Architecture*. IIT, Chicago. 1953. . BPGV

²⁵²Aclararemos, que una M.S. (Master Science) en arquitectura no es exactamente una tesis doctoral. Dado el plan americano, la M.S. era una especie de Proyecto Fin de Carrera (no obligatorio) que tenía una duración de dos años; y cuya finalidad era la de desarrollar un proyecto de arquitectura original. Se presentaba apoyado en una investigación teórica escrita, todo ello en un librito. Las investigaciones servían sólo para avalar el proyecto dibujado y no constituían el fin en sí mismas. El apelativo **-Science-** indica un cierto grado de investigación técnica. Años más tarde este apelativo desaparece (se convierten en **-Mater Thesis-**), y con el mucha de la calidad de los trabajos inicales del centro.

²⁵³Alguna bibliografía al respecto, así como planos de muchos trabajos desarrollados en el IIT, pueden encontrarse en su maravilloso libro:

Goldsmith, Myron. *Buildings and Concepts*. Boston-Stuttgart. Birkhäuser Verlag Basel. 1986

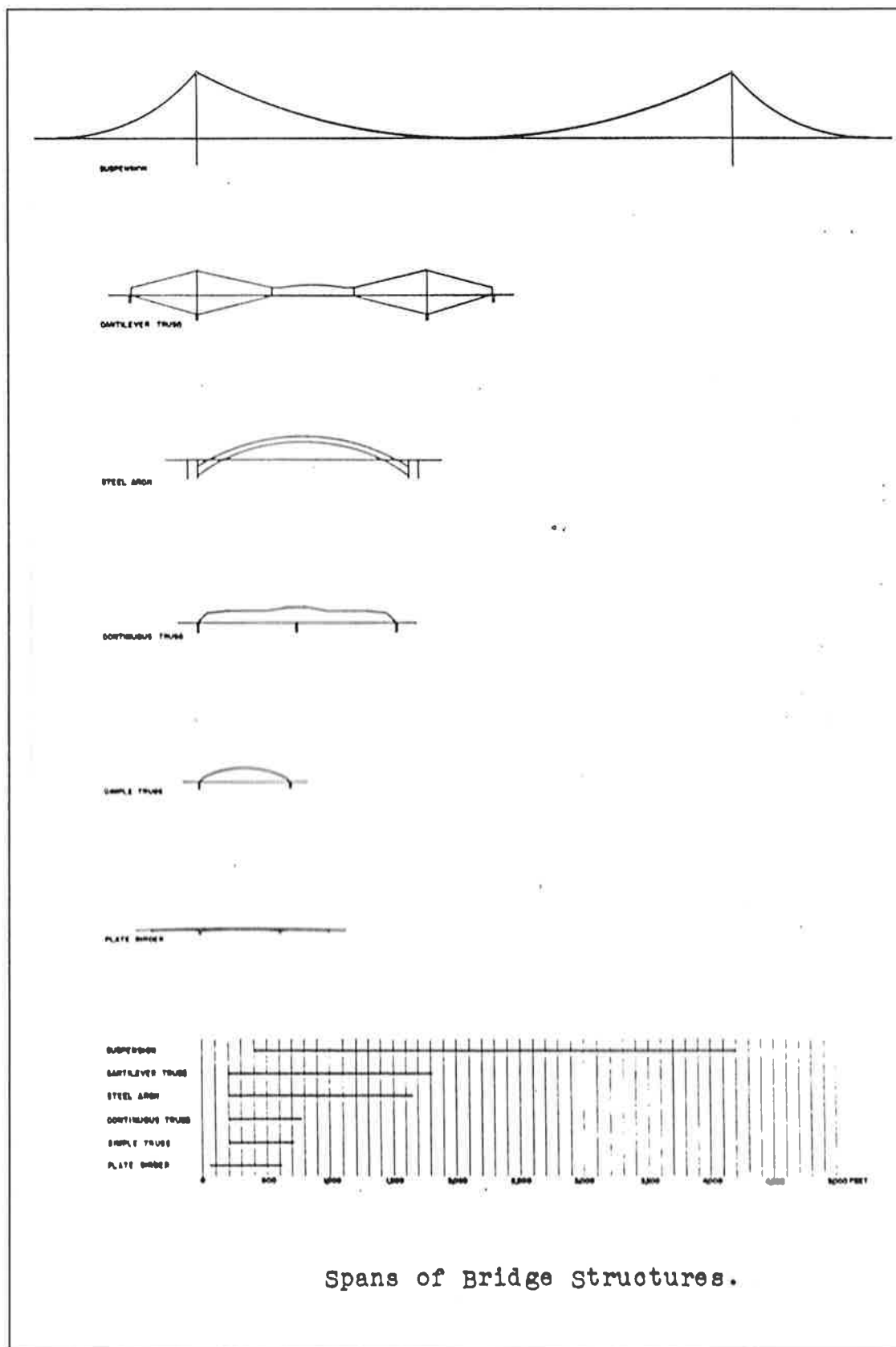


Fig.- 81

En ella vemos como, en los puentes, el incremento de tamaño está asociado a un cambio de tipo y/o de material. Lógicamente, esto no es algo nuevo para los ingenieros de la época; y no supone ninguna aportación. Pero sí va a desarrollar estudios muy interesantes sobre el edificio en altura.

Citaremos también sus conclusiones escritas (Chapter IV, Conclusions); ya que además son breves:

- “1- Every structural type, whether an organism or artifact, has a maximum and minimum size.
- 2- In the tall building there are two limitations on height; one is the structural and the other the functional.
- 3- When a certain magnitude has been reached in the tall building the structural system must be changed.
- 4- A new structural system gives the possibility of a new architectural expression.”

Lo más brillante de su trabajo es sin duda el proyecto aportado; un maravilloso ejemplo de su cuarto punto anterior. Veamos una imagen:

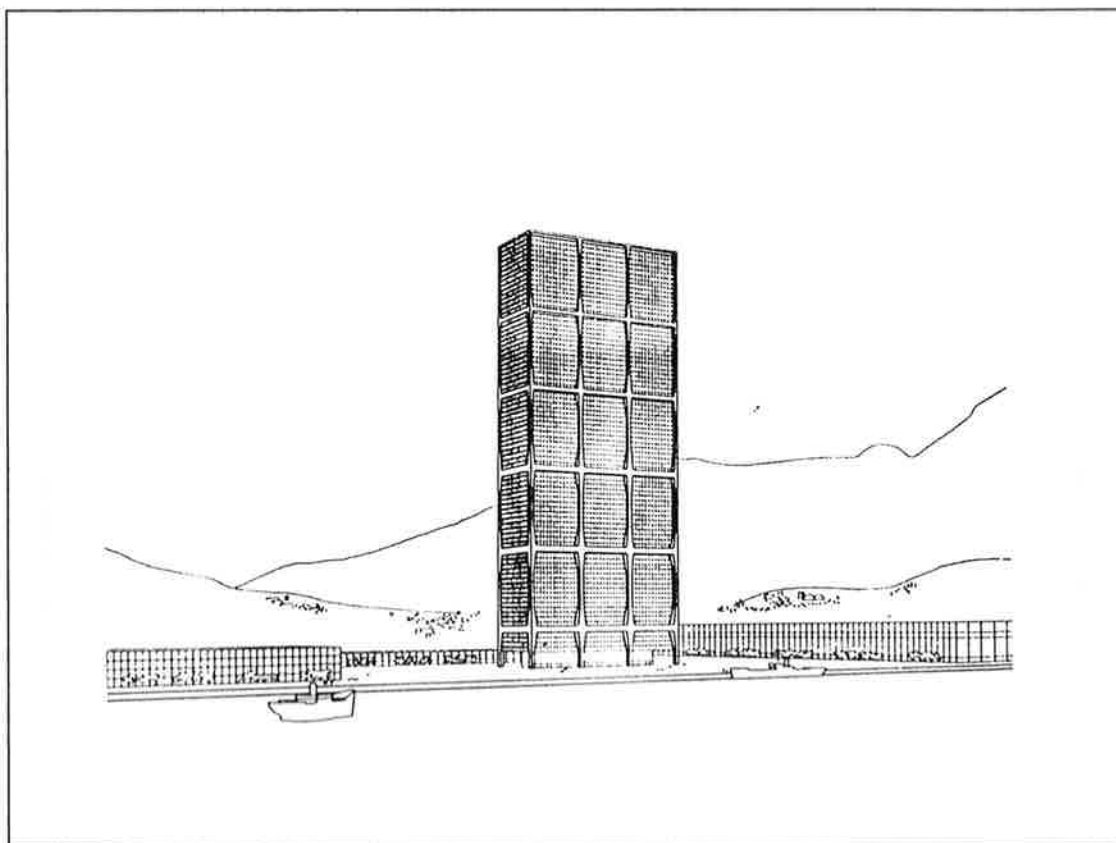


Fig.- 82

La solución, hoy día ya muy conocida, es la de una superestructura en el borde; sobre la que se va dejando caer las cargas cada cierto número de plantas.

Las cosas hay que verlas también desde su perspectiva histórica. En éste sentido, el proyecto es fabuloso; y la idea se anticipa muchos proyectos construidos después.

Su objetivo está plenamente cumplido: ver en un caso práctico como el aumento de tamaño en altura trae consigo nuevos tipos; que además son casi siempre la base expresiva del edificio; apareciendo imágenes desconocidas hasta entonces en el terreno de la arquitectura.

Pero no hablamos de Goldsmith sólo por esto. En años posteriores, y dentro de ésta línea, aparecen tres -Master of Science in Architecture- (MS) de gran relieve para nosotros; todas ellas dirigidas por Goldsmith. El carácter de los trabajos sigue la filosofía primigenia del tutor; pero se avanza considerablemente (dentro de la parte escrita) en la cuantificación del fenómeno. Desde el primero de los trabajos está ya presente Fazlur Khan; notándose desde luego su influencia.

La línea de trabajo de los tres es similar a la de Waddell y otros ingenieros americanos en años anteriores: hacer una extensa recopilación de datos empíricos.

*Aclarado el problema base, ¿para qué teorizar cuando no hay más que recoger los datos reales de cientos de grandes estructuras ejecutadas?*²⁵⁴

Está claro que no son así las cosas; pero también que los datos empíricos está ahí para ser utilizados.

Algo que si sorprende (de nuevo) es como se hace la investigación sin hacer ninguna referencia a pasados trabajos Norteamericanos sobre dicho tema.

A pesar de la importancia de ésta información; es claro *su talón de Aquiles: la falta de un estudio teórico que clarifique las variables del problema y desvele sus relaciones*. Quizás esa mentalidad americana tan pragmática hace que realmente la cuestión tal vez ni siquiera sea de suma importancia. Al construir se avanza sobre pasos anteriores, de modo que el problema se enfoca de un modo heurístico; mucho más próximo al proceder renacentista que al del presente siglo. Se llega al camino por otro sitios; a veces menos brillantes pero igualmente eficaces. **Por ello, sus trabajos (y sus proyectos así lo avalan) son menos ingenuos de lo que puedan parecer.** En éste sentido, una de las líneas más punteras de investigación en estructuras está en los sistemas expertos. Su desarrollo parte de la idea de complementar las herramientas informáticas (su rapidez en la ejecución de operaciones complejas), con aquellos aspectos que, siendo comunicados por un -experto-, sirvan para corregir al programa. *Esto no es más que reconocer la gran diferencia existente entre ciencia y técnica.*

²⁵⁴“This posed the question of the limits of a system; would the rigid frame still be a reasonable structural solution were it to span a distance somewhat smaller or larger than the one-hundred sixty-eight feet of the hangar; what were the limits of the other structural systems initially examined

It was possible to investigate long-span structures through theoretical design of various types of structural systems in span increments from one-hundred to five-hundred feet, or by tabulating actual structures that have been designed and built. It was felt that the practical rather than the theoretical investigation would be broadened and more realistic.” (el subrayado es mío)

< Sharpe, David C. "An Aircraft Hangar and the Study of Long-Span Metal Structures". *M.S. in Architecture*. IIT, Chicago. 1962. BPGV, pp. iv.

La primera M.S. dirigida por Goldsmith es la de **David C. Sharpe**²⁵⁵. *El trabajo que se plantea es un hangar para aeronaves, con estructura metálica*. Estudia diferentes alternativas: la cercha, el arco, el pórtico de hormigón pretensado y el de acero;... Como ya dijimos, el estudio escrito se plantea a partir de la recopilación de datos empíricos²⁵⁶, **en todos los tipos imaginables, y en un intervalo de luces entre los 30 y los 130 metros**.

El periodo de estudio va desde 1850 hasta ese momento.

El rango de luces estudiado es fundamental para entender el tipo de gráficos que obtienen (algo que se les escapa a ellos precisamente por abordar el tema sólo desde el punto de vista práctico). Esto explica la linealidad de las gráficas.

Reproduciremos sólo las gráficas de peso. El trabajo da además todos los datos de las estructuras que han servido de base para construirlas. Hay un número sobre cada punto representado para hacer referencia a la estructura de la que se han tomado los datos. En la literatura se recogen con más amplitud dichos datos. Más adelante analizaremos algún caso en concreto, ya que aporta planos de los edificios representados, además como es lógico de los datos de peso.

El material de la estructura es siempre, si no se indica lo contrario, **-mild steel-**. Se indica que, en el caso de las de **-wrought iron-**, el límite elástico es del orden del ochenta por ciento del anterior. Hay algunas hechas con acero de alta resistencia.

Es importante anotar que la gran mayoría de las construcciones estudiadas tenían uniones de tipo mecánico; cosa que hace incrementar el peso considerablemente frente a las de uniones soldadas (no ya por la propia unión, sino por su capacidad de transmisión). Así, los puntos más bajos representados corresponden a estructuras soldadas.

Además, las estructuras del mismo tipo no siempre son tan comparables, y presentan diferencias significativas en su configuración topológica y/o constructiva; lo cual sin duda supone diferencias de rendimiento. Todo ello explica la dispersión de la nube de puntos representada; lo cual no es óbice para poder deducir una línea que defina a un tipo de un modo significativo (tarea sin duda nada sencilla, y en la que sin duda ha intervenido F. Khan).

²⁵⁵Sharpe, David C. "An Aircraft Hangar and the Study of Long-Span Metal Structures". *M.S. in Architecture*, IIT, Chicago. 1962. . BPGV.

²⁵⁶En algunos casos han sido tomados de revistas especializadas; y en otros los han facilitado **empresas constructoras y consultorías** técnicas, lo cual da gran valor a dicha información. Lo mismo se puede decir en los otros dos casos que vamos a analizar.

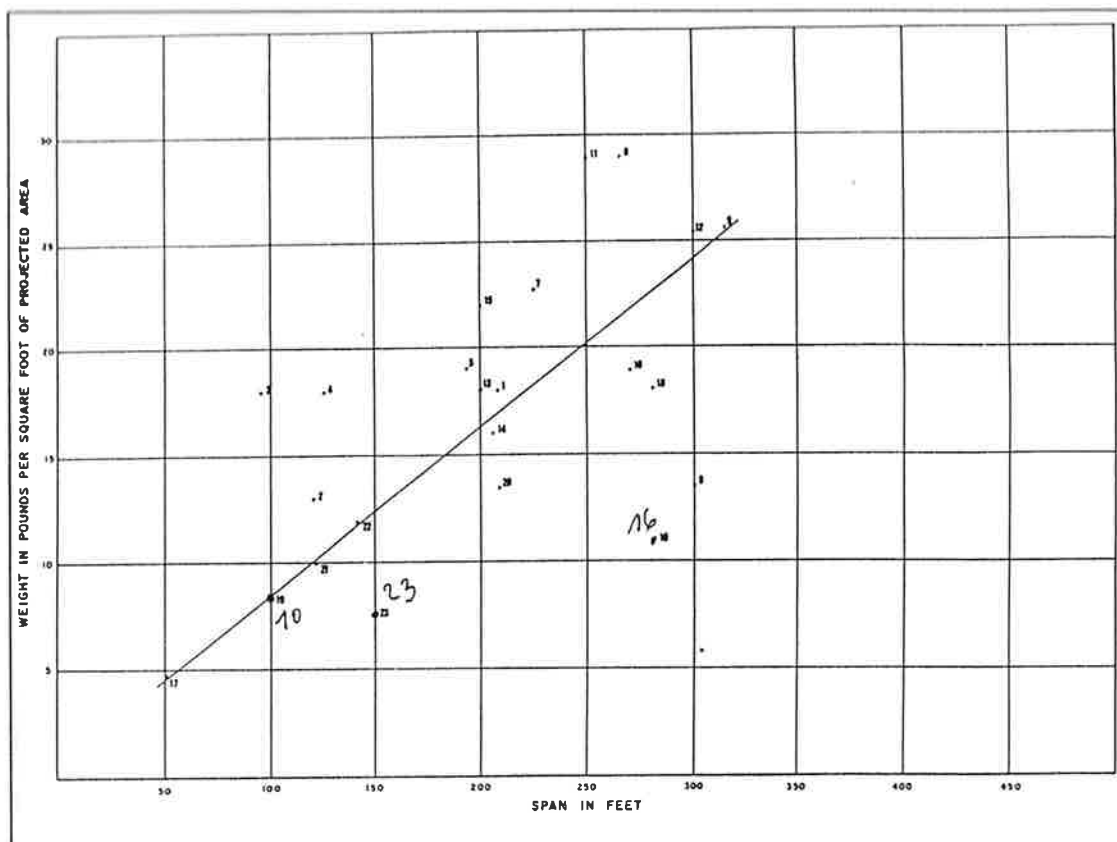


Fig.- 83 (Figure 1. Truss Graph.)

Dentro de las de menos peso, la n° 23 está hecha con elementos tubulares; la n° 18 usa la chapa de cubierta colaborando como cordón superior; y la n° 16 utiliza acero de alta resistencia.

Las esbelteces van de 6,5 a 8 en elementos con continuidad (si bien en éstos casos es usar cantos variable con incrementos de sección bien en los apoyos bien en el centro del vano); y de 8 a 10 en biapoyados; si bien hay algún caso 12 y 13 (pero son los menos). En éste último caso también son frecuentes los cantos variables; aunque en ambos casos se dan las esbelteces referidas a los cantos máximos.

Los diseños son de lo más variado. Se aprecia, en general, mayor repercusión del costo de material en el coste total que en las construcciones actuales.

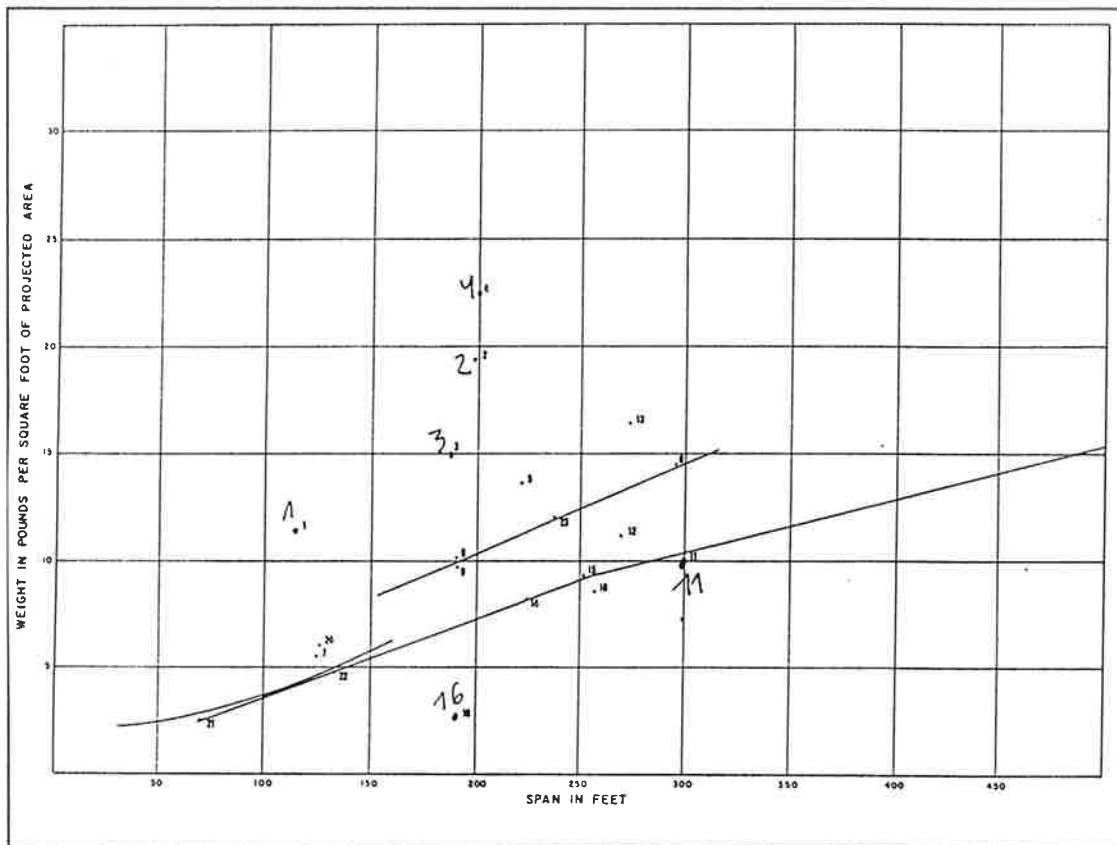


Fig.- 84 (Figure 2. Fixed and Two Hinged Arch Graph.)

Los punto n° 1-4 son estructuras de -wrought iron-.

La curva superior está formada por estructuras convencionales de barras, o de arcos con alma llena; que requieren una familia subsidiaria de apoyo.

La curva de abajo representa cubiertas tipo -lamella-, construidas todas ellas por una empresa de Misouri. No se incluye el peso de las correas. La n° 11 es un arco de alma llena soldado biarticulado que tiene el mismo peso que una -lamella- de la misma luz.

La pequeña curva paralela a la anterior, entre 30 y 160 pies, representa a otro sistema patentado de Chicago a base de una panel de cubierta metálico de doble corruga, parte integral de la estructura.

El n° 16 es una estructura lamella tubular con uniones soldadas, ejecutada en Checoslovaquia.

La gama de diseños es también bastante amplia.

Hay estructuras porticadas trianguladas; con **esbelteces globales** en torno a 2,5 y **locales** en torno a 17 (con una pendiente de los faldones alta, alrededor de 30°; que permite entrar bastante bien al antifunicular). Cuando la forma no es tan adaptada a la antifunicular, y articulándose en los apoyos, hay por ejemplo esbelteces globales en torno a 3 y **locales** mucho más altos, de 10 a 14 (son casi de hecho vigas biapoyadas). En las de mayor esbeltez se suele compensar con voladizos laterales. También hay algún ejemplo de arco antifunicular de sección en cajón, con esbeltez global de 5 y local de 50; con articulaciones de los apoyos.

En cuanto a los de formas de arco, distinguiremos algunos con trazado de tipo carpanel con estructura de barras, con esbeltez global de 2,8 y local de 30; algún otro de trazado de medio punto (también de barras), con esbelteces locales de 45; y muchos otros menos peraltados y de mejor diseño que tienen una esbeltez globales en torno a 4,3 a 6,8 para los de barras y de 3,7 a 5,5 para los de sección en cajón; y unas esbelteces locales de 35 a 56 para los de barras y 56 a 100 para los de sección en cajón. En ambos casos casi siempre son biarticulados en los apoyos. Como es lógico, las mayores esbelteces locales corresponden con las mayores luces.

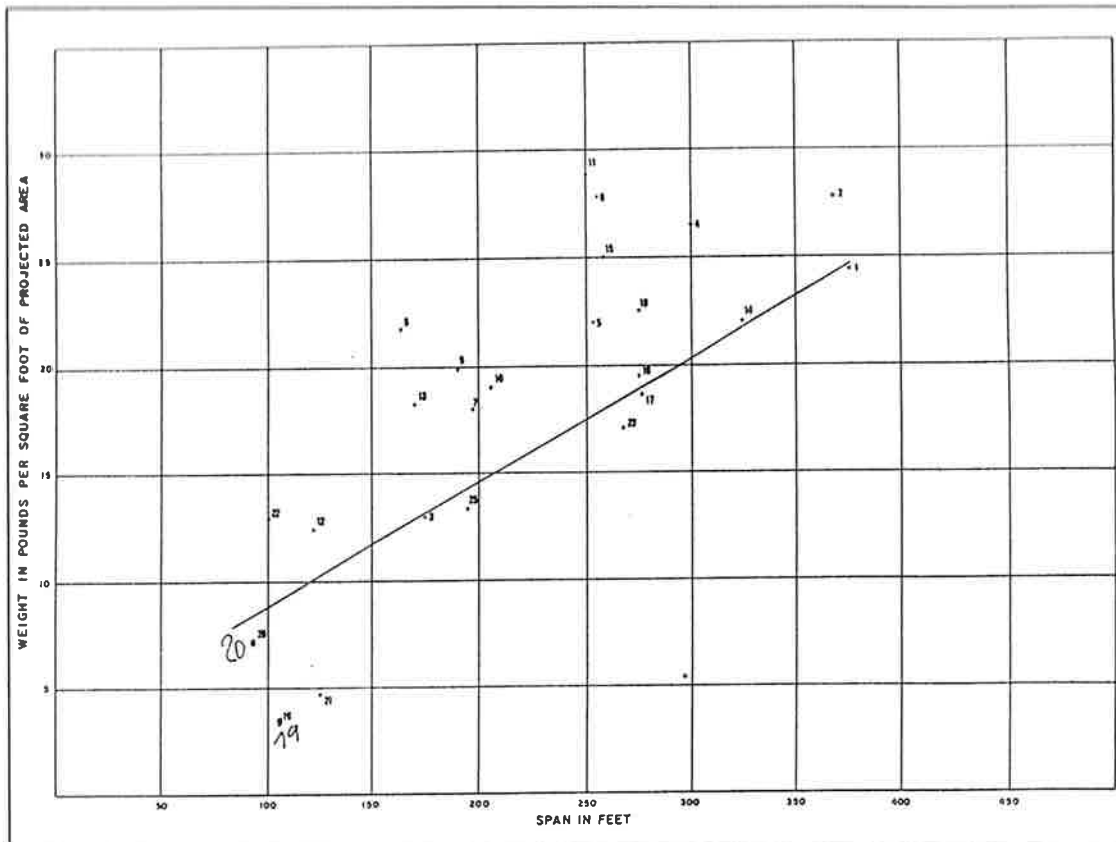


Fig.- 85 (Figure 3. Three Hinged Arch Graph.)

Como antes, la mayoría de los puntos dispersos de arriba representa estructuras antiguas.

De entre los puntos más bajos, la n° 19 y la n° 20 se han ejecutado con uniones soldadas.

También aquí tenemos una amplia gama de diseños, aunque hay más uniformidad; siendo todos de tipo arco-pórtico y de estructuras de barras. Son siempre de sección variable y la mayoría tienen también pendiente en los faldones de cubierta. Siempre son trazados que encajan con facilidad un antifunicular.

Las esbelteces globales están sobre 1,8 a 2,7 y las locales de 15 a 30.

Hay algún caso singular de hangares y también tenemos trazados completamente en arco, tendidos; y con una esbeltez global de 4,2 y una local de 45.

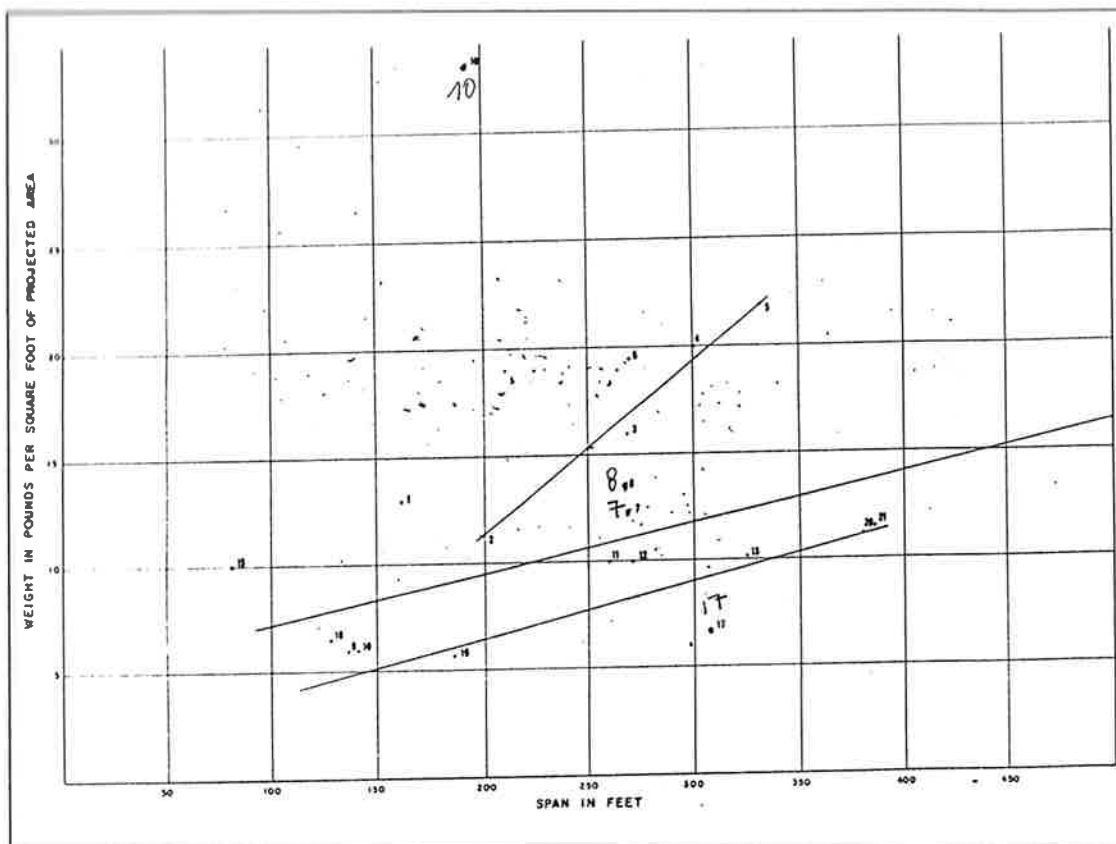


Fig. - 86 (Figure 4. Steel Dome Graph.)

La n° 10, tal alta, corresponde a una estructura especial para un ciclotrón, (con cargas puntuales muy fuertes; y por tanto no significativa).

La curva superior es de cúpulas tipo Schwedler.

La curva de en medio es de las de tipo Lamella. Excepto en los n° 7 y 8, no se incluye el peso de las correas. Esta subestructura viene a pesar por lo general del orden de 2 libras por pie cuadrado de área proyectada; por lo que en la gráfica hay que considerar éste incremento.

La curva inferior corresponde a cúpulas geodésicas. En los n° 20 y 21, la cubierta es una parte de la estructura. La n° 18 está compuesta por vigas -I-, y el peso del cerramiento está excluido.

La n° 17 se ejecutó en Checoslovaquia con perfiles tubulares.

La mayoría de los trazados son de arcos rebajados y de estructuras de barras, con una topología de gran variedad; y unas veces articuladas sobre el suelo y otras apoyadas en un anillo perimetral sobre soportes. Las esbelteces globales están en torno a 5,3 a 9,3, y unas locales de 20 a 56.

Como caso especial está un caso de trazado carpanel, articulado contra terreno, y de alma llena; de una esbeltez global de 5,5 y una local de 60.

En casos de alma llena y trazado circular, con esbelteces globales de 5,8 se llega a locales de 140.

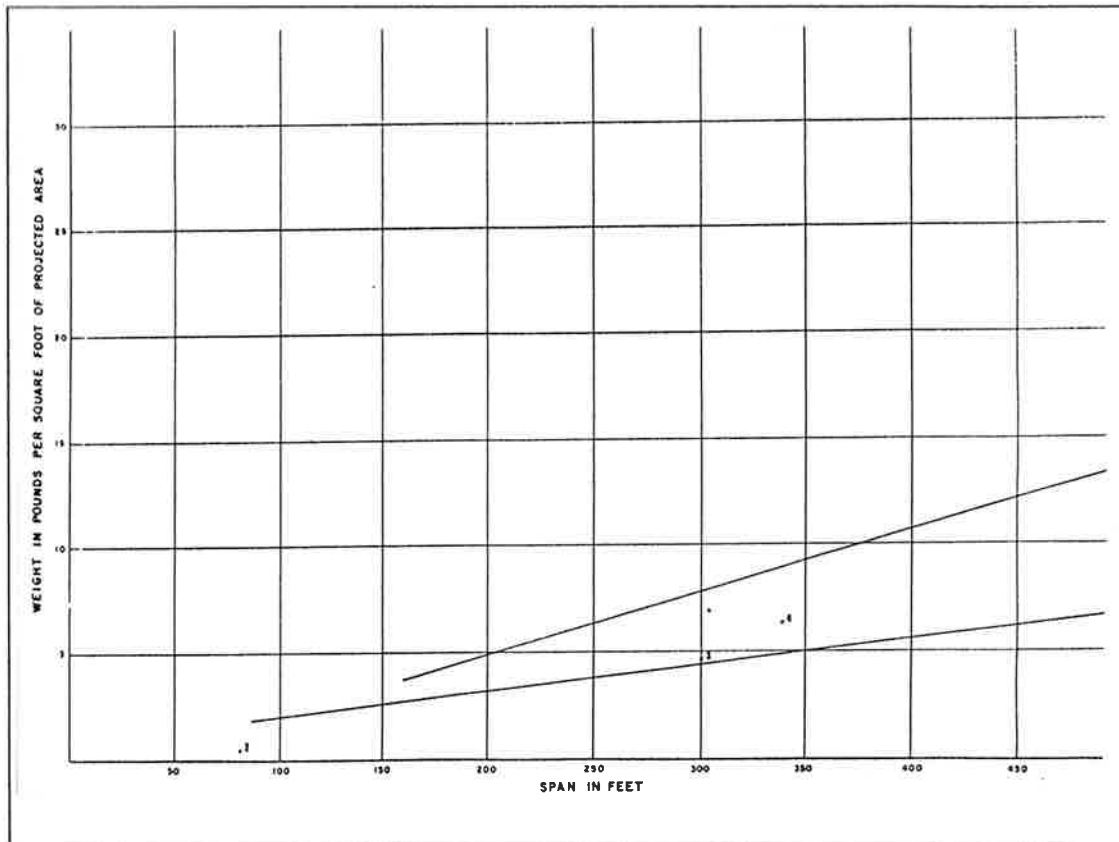


Fig.- 87 (Figure 5. Aluminium Dome Graph.)

Las curvas corresponden a las cúpulas patentadas por Fuller.

La curva de abajo contiene cúpulas de esbelteces globales de entre $1/6$ a $1/3$.

La curva superior pertenece a cúpulas de una esbeltez global de $1/2$.

Los trazados son circulares, con esbelteces globales de 2,3 a 8; y locales de 40 a 120.

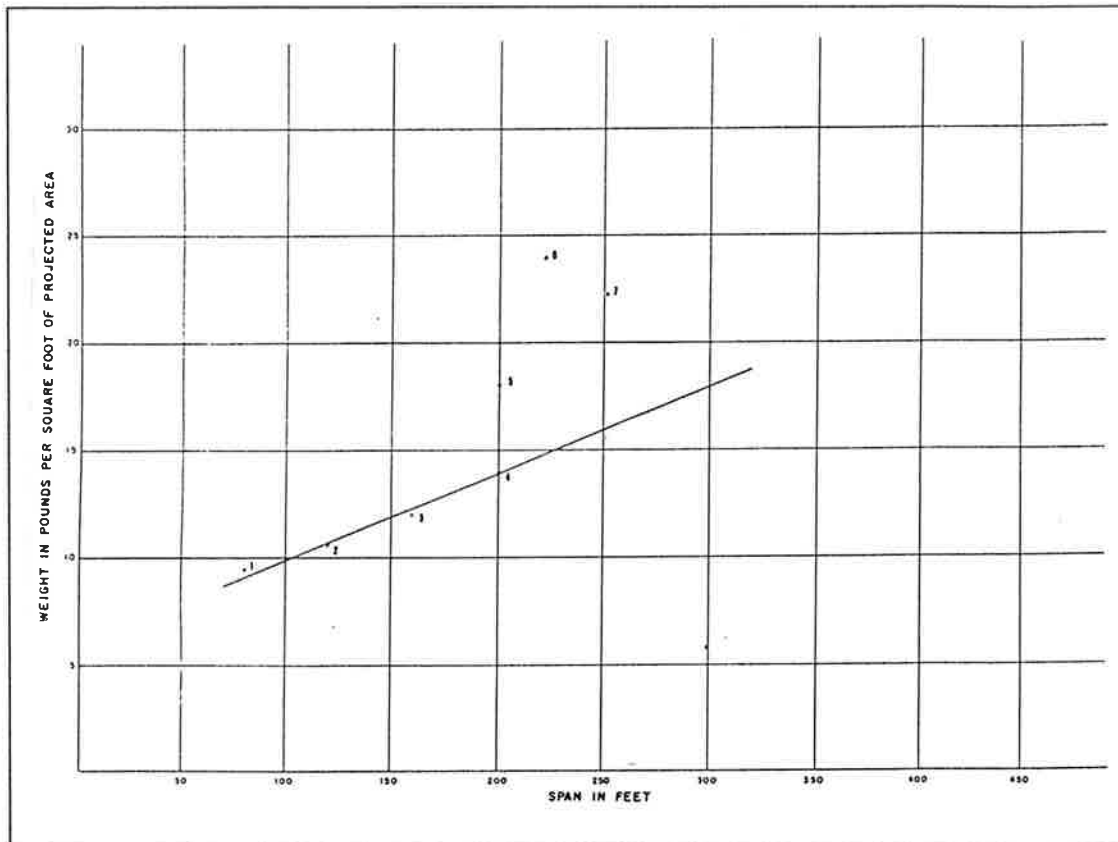


Fig.- 88 (Figure 6. Rigid Frame Graph.)

Se ha contado con pocos puntos para poder conocer como se extiende la gráfica. Haría falta representar más estructuras.

El tipo es casi idéntico a los ya vistos de cerchas y de arcos bi y triarticulados; con la diferencia de ser de alma llena o sección en cajón. las esbelteces globales suben, respecto a las anteriores, en torno a un factor de 1,4 a 2.

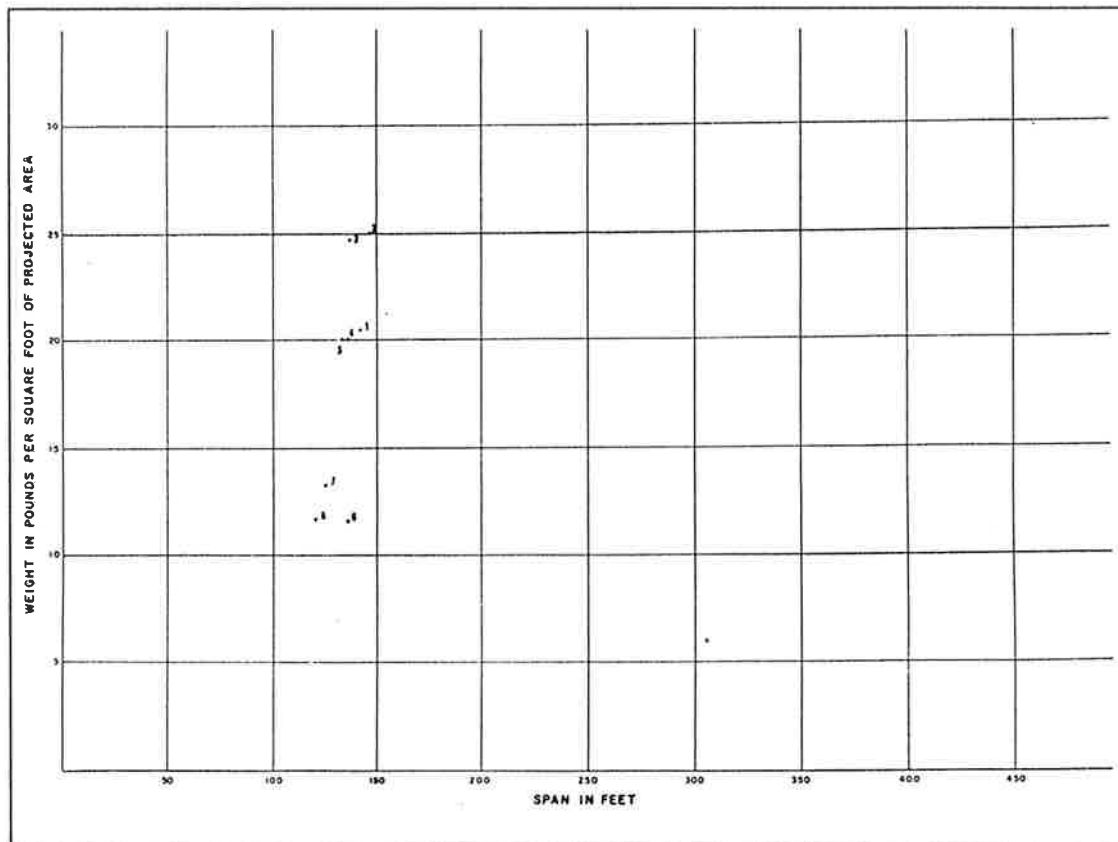


Fig.- 89 (Figure 7. Double and Single Cantilever Graph.)

La información es también pobre porque todos los puntos son de hangares para el mismo tipo de aeronave. Al ser de la misma luz no dan información clara.

Los cantos efectivos son siempre fuertes, con valores de esbeltez de 4 a 6,5 en estructuras de barras y de en torno a 10 en estructuras continuas.

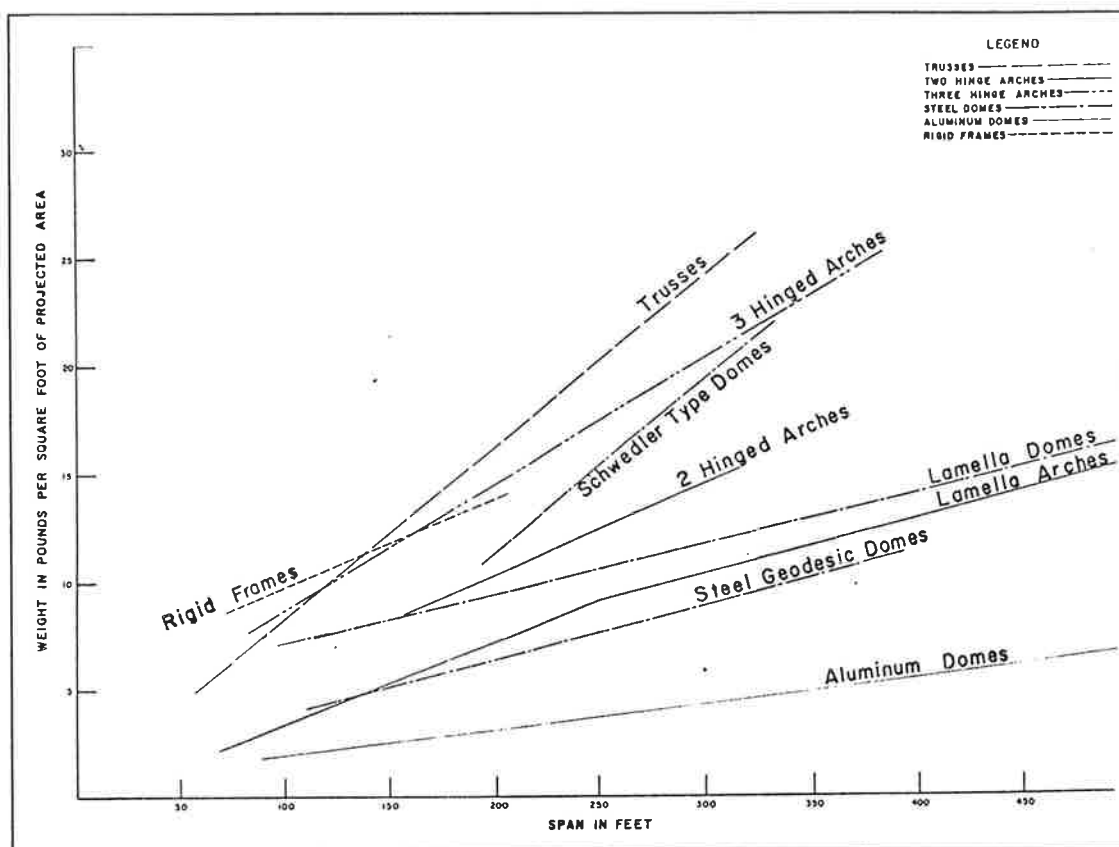


Fig. - 90 (Figure 8. Composite Graph.)

Las cercha aparecen como la estructura más pesada de las analizadas. Las diferencias van creciendo con la luz. Su ventaja frente al pórtico es sólo en cuanto a condiciones de contorno.

También anota la paradoja de que, a luces iguales, los arcos tienen más ligereza que las cúpulas (dentro de sistemas comparables). El no da una explicación; pero sin duda ello tiene que ver con el incremento de material por motivos constructivos en las últimas; lo cual nos da una importancia de este tipo de factores; como más adelante veremos.

Según las gráficas, en las luces pequeñas no es relevante la elección de tipo para el ahorro de material. Sin embargo, en los grandes tamaños sí lo es.

Deja claro, así mismo, que el tema del costo es más complejo²⁵⁷; y dentro del cual el peso es sólo un parámetro (eso sí, muy relevante).

²⁵⁷en el Apéndice D da algunos datos relativos a costos, para 16 de las estructuras analizadas. No los mencionamos por razones que más adelante daremos.

La segunda M.S. dirigida por Goldsmith es la de **Phyllis B. Lambert**²⁵⁸. El trabajo se realizó simultáneamente con el de Sharpe; y tienen el mismo carácter. Se diferencia sólo en el material: **hormigón**.

Con esos dos trabajos se cubre en un gran porcentaje toda la gama de las grandes luces horizontales en edificación.

No se suele considerar el peso de elementos no indispensables para el sistema de la estructura. Cuando ésta información está disponible, se indica con "X".

Se dan datos en relación de luz con:

- a- Volumen de hormigón, en -cubic feet per square foot of projected area-.
- b- Peso de acero, en -pounds per square foot of projected area-. Si concurren armados normales y pretensados, se representan por separado.
- c- Costo material, en -dollars per square foot of projected area-. En orden a poder comparar el uso total de materiales en y entre sistemas, las gráficas de costo material han sido dibujadas a partir de precios unitarios.²⁵⁹
- d- Costo de ejecución material (PEM), en -dollars per square foot of projected area-.

Veamos las gráficas que obtiene.

A pensar de que nuestro tema no es el costo, haremos algún comentario de las gráficas que Lambert nos muestra sobre ello.

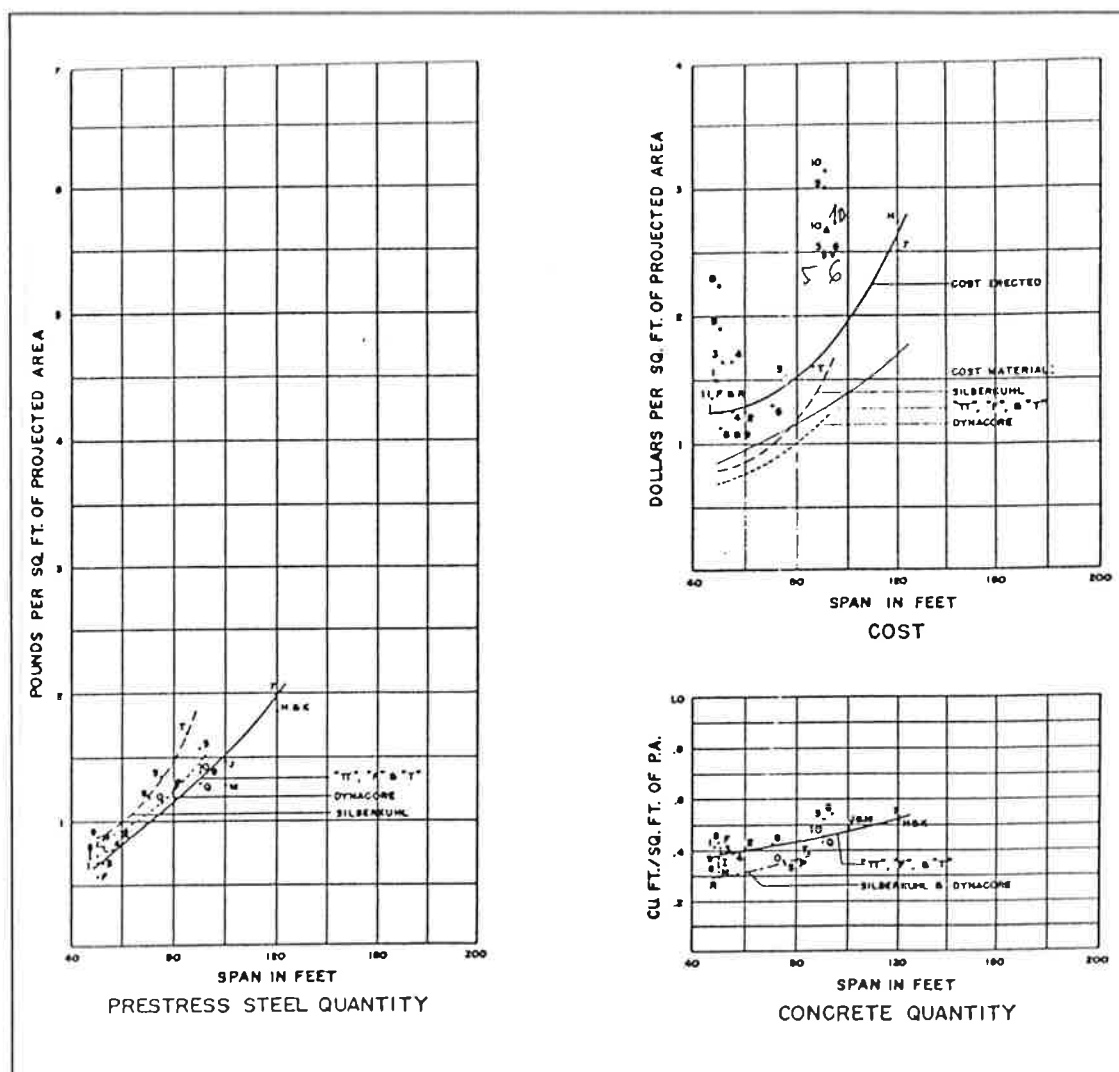


Fig.- 91 (Figure 3. Flat Span Graph)

²⁵⁸Lambert, Phyllis B. "A Study of Long-Span Concrete Roof Structures". M.S. in Architecture, IIT, Chicago, 1963. . BPGV.

²⁵⁹Nos da todos estos costos. No los citaremos, ya que en ningún momento vamos a prestar atención al tema del costo.

Se presentan datos de estructuras ejecutadas con vigas prefabricadas pretensadas de sección F, TT, T y las HP de las marcas Dynacore y Siberkuhl. Las sobrecargas en todos los casos están entre 38 a 45 p.s.f.(150-190 kp/m²).

Quizás convenga aclarar estas denominaciones.

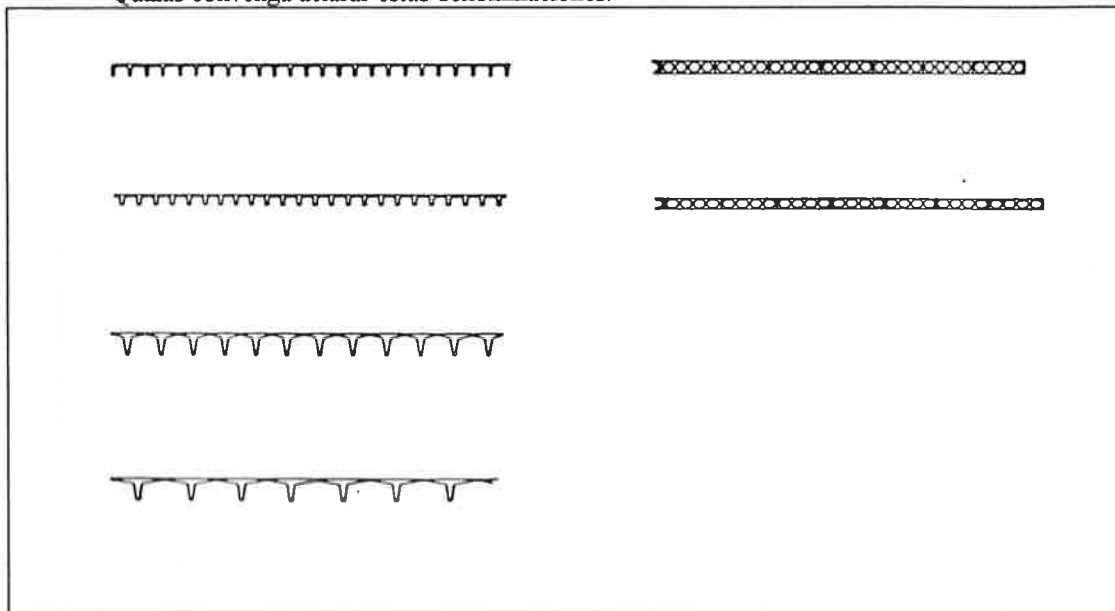


Fig. - 92 (tomado de Figure 15. Prestressed Flat Spans.)

Las secciones HP requieren algo más de acero debido a que se emplean con esbelteces mayores a las otras. Sin embargo no se indican cuales son éstas. El límite de las Dynacore es de 30m con una sobrecarga de 160 kp/m².

Es curioso como la luz de 25m marca un punto de inflexión en el costo total.

La sección T suele usarse entre luces de 30 a 40 metros.

Los puntos 5,6 y 10; muy altos, se deben a condiciones especiales de carga y/o puesta en obra.

Según los datos de que dispone, el costo de la superestructura de hormigón que sustenta dichas secciones está entre el 125 al 200% del costo de los forjados.

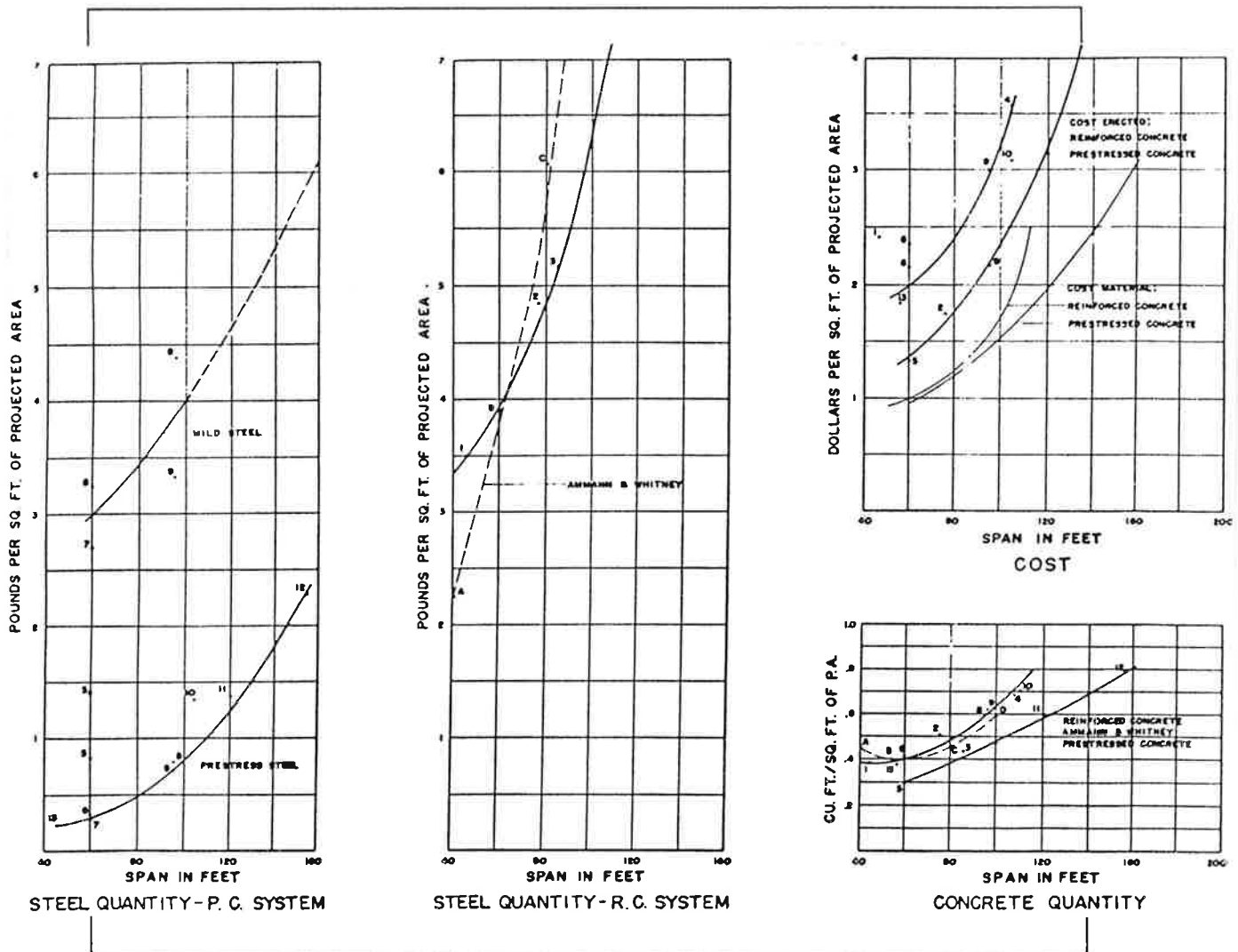
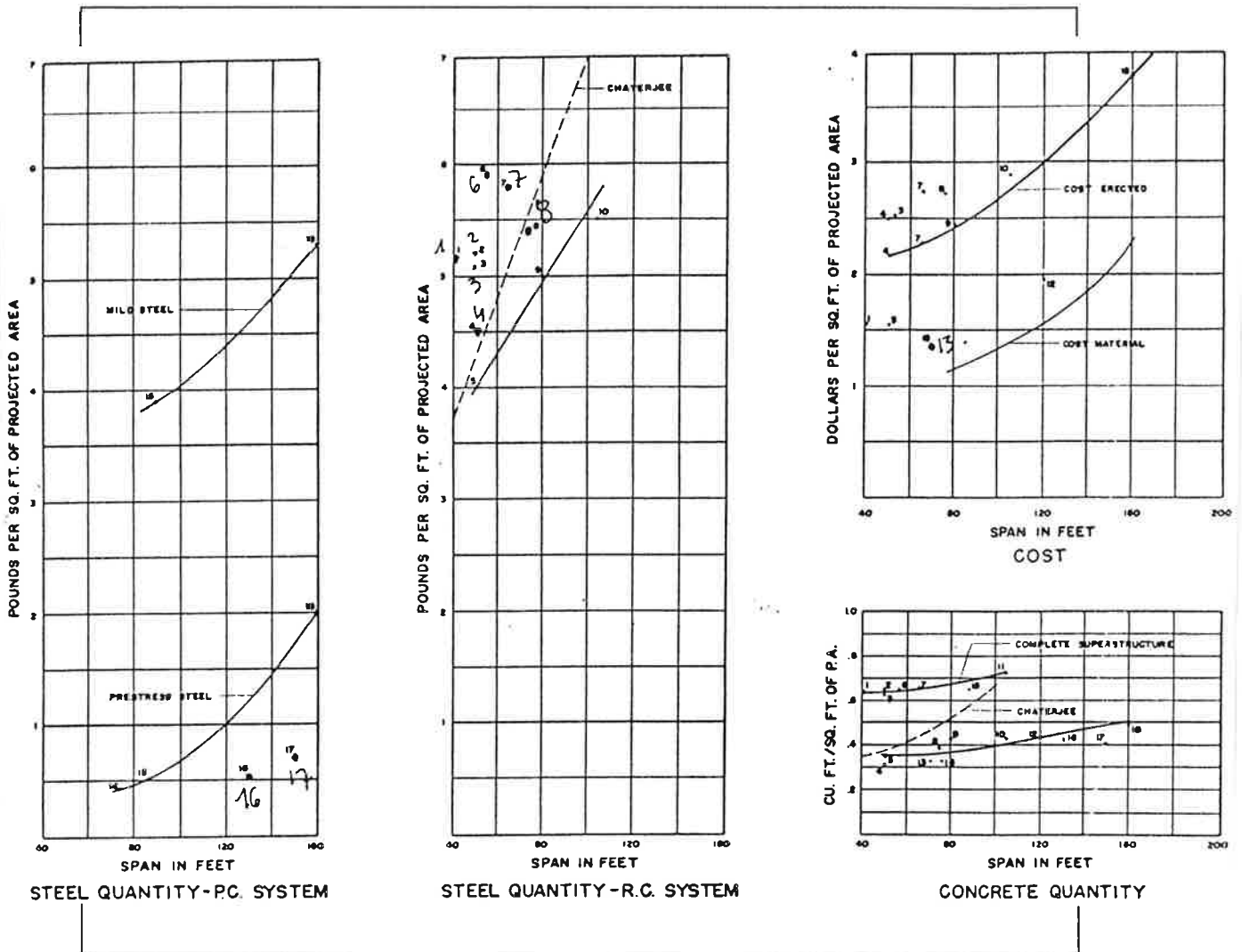


Fig.- 93 (Figure 4. Folded Plate Graph)

Se distingue entre los sistemas pretensados (P.C.) y los armados (R.C.). En el caso de los armados se plotea una antigua gráfica de Amman y Whitney. Crece más rápido debido a que se generaron a partir de secciones un canto constante de aproximadamente 1m; en un caso con una luz de 27m y en otro caso una luz de 33m. Las **esbelteces** geométricas eran entonces, respectivamente, de 27 y 33. En el caso de los tipo que él estudia, las esbelteces está entre 27 y 40. Las de gran esbeltez corresponden a las de tipo HP; ya que tienen más material que las otras (forman dos caras de hormigón y las otras sólo una).

Aunque no dice nada explícitamente, las esbelteces que él ha manejado van (según se desprende de ciertas figuras representadas), en piezas biapoyadas, de 13 a 25. La variación depende de la -densidad- de las plegaduras; es decir, del ángulo que forman con la horizontal. En las muy inclinadas la esbeltez es menor, como es lógico.

Fig.- 94 (Figure 5. Long²⁶⁰ Barrel Graph.)

Hay alguna de las gráficas que corresponden a las obtenidas por **Chaterjee y Polk** en Calcuta y New Delhi; basadas en gran número de estructuras construidas de ese tipo. En el caso de Chaterjee, la parte de hormigón es alta debido a la resistencia admisible considerada en India a flexión, de sólo 600 psi (42 kp/cm²).

Las **esbelteces** de las biapoyadas están entre 8 y 12; dependiendo de la forma de la sección. Cuando son arcos poco peraltados (ángulos de arranque bajos), la esbeltez crece. Cuando se va a ángulos de arranque de casi 90 grados la esbeltez disminuye. De nuevo, la densidad de piezas influye; y si existe continuidad la esbeltez puede crecer aún más.

Las desviaciones de los puntos 1,2,3,6 y 7; se deben a la inclusión de la superestructura y, probablemente, al empleo de diafragmas intermedios.

Los puntos 16 y 17, muy bajos, corresponden con estructuras de India y Pakistán con fuertes nervios postesados en el borde. La curva de acero pretensado corresponde a estructuras con pretensado en el cuerpo de la bóveda; por eso no es comparable con las anteriores.

La número 8, también con desviación superior, corresponde a una membrana tensada piloto de tamaño pequeño, y no representativa.

La número 13, de muy bajo costo de ejecución, está ejecutada con hormigón prefabricado pretensado (con una patente americana). El sistema trabaja con luces entre 20 y 40m aproximadamente.

²⁶⁰Se refiere a láminas de sección tipo cilíndrico con apoyo en los testeros. Las diferencia de las -short-, que al ser más cortas tienen un trabajo mayor con arcos.

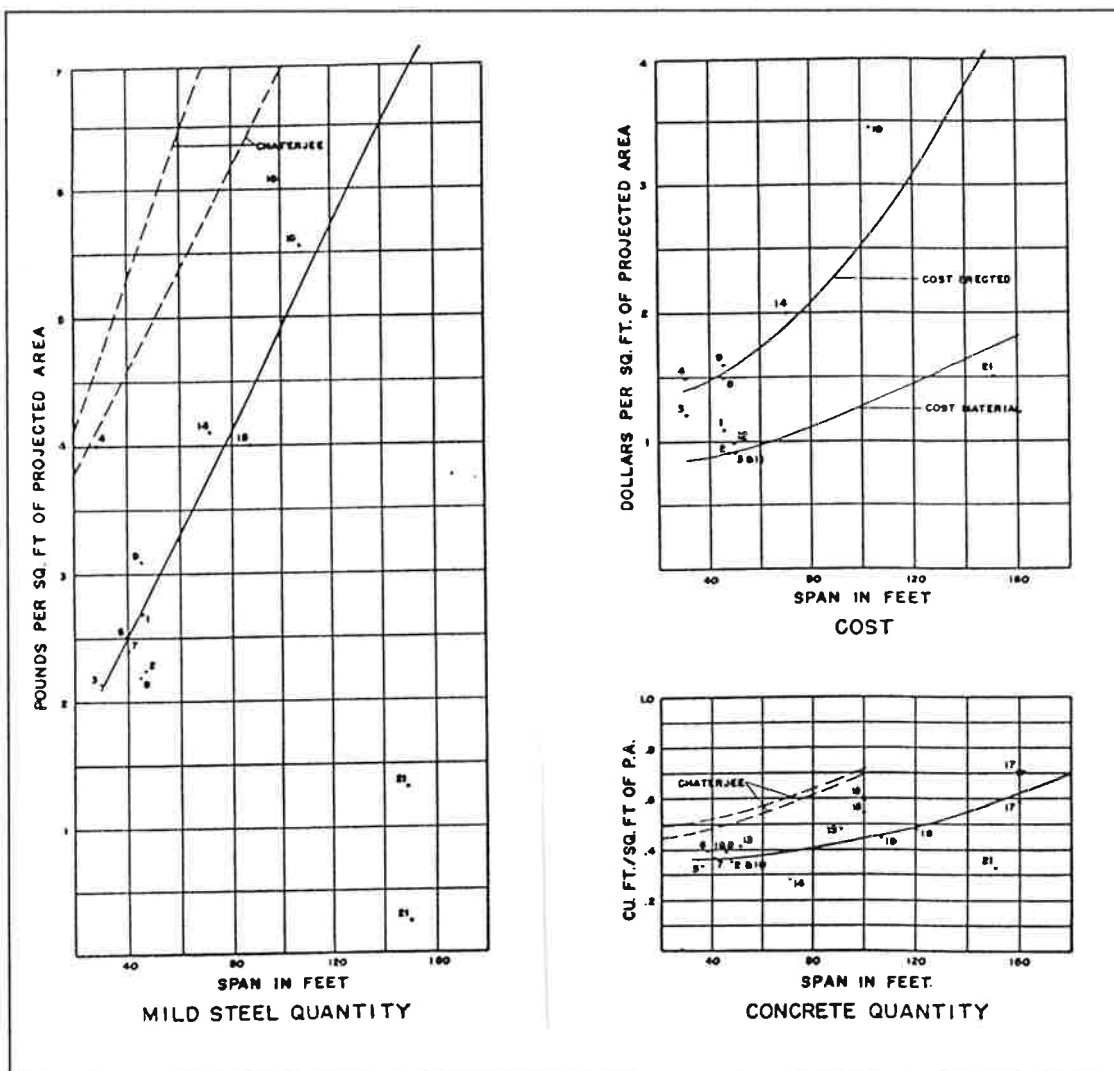


Fig.- 95 (Figure 6. Hyperbolic Paraboloid Graph.)

Es de destacar el tamaño de la n° 17, de 52m de luz. De nuevo se plotean curvas de las obtenidas por Chaterjee en India. De nuevo hemos de recordar la baja calidad del hormigón de dichas obras, que explican el incremento respecto a las de él (de estructuras americanas y europeas).

Dentro de las curvas hay que distinguir dos tipos. Unas de paraboloides con apoyos en los cuatro apoyos (bien a cuatro aguas o bien en silla de montar), y otras con un único apoyo central en -paraguas-.

La curva inferior representa a éstas últimas; todas con una luz entre 10 a 17m. Como las de tipo -paraguas- constituyen un sistema cerrado, el peso y costo de la columna central se incluye.

A partir de los 17m encontramos las apoyadas en cuatro puntos de esquina. Los datos disponible no presentan distinción entre las de cuatro aguas y las de silla de montar.

Como sabemos, la eficacia de estas estructuras depende de su grado de curvatura a torsión. Es decir, cuanto más planas peor trabajan. De las representadas gráficamente se tienen ángulos entre lados opuestos de entorno a 18 grados.

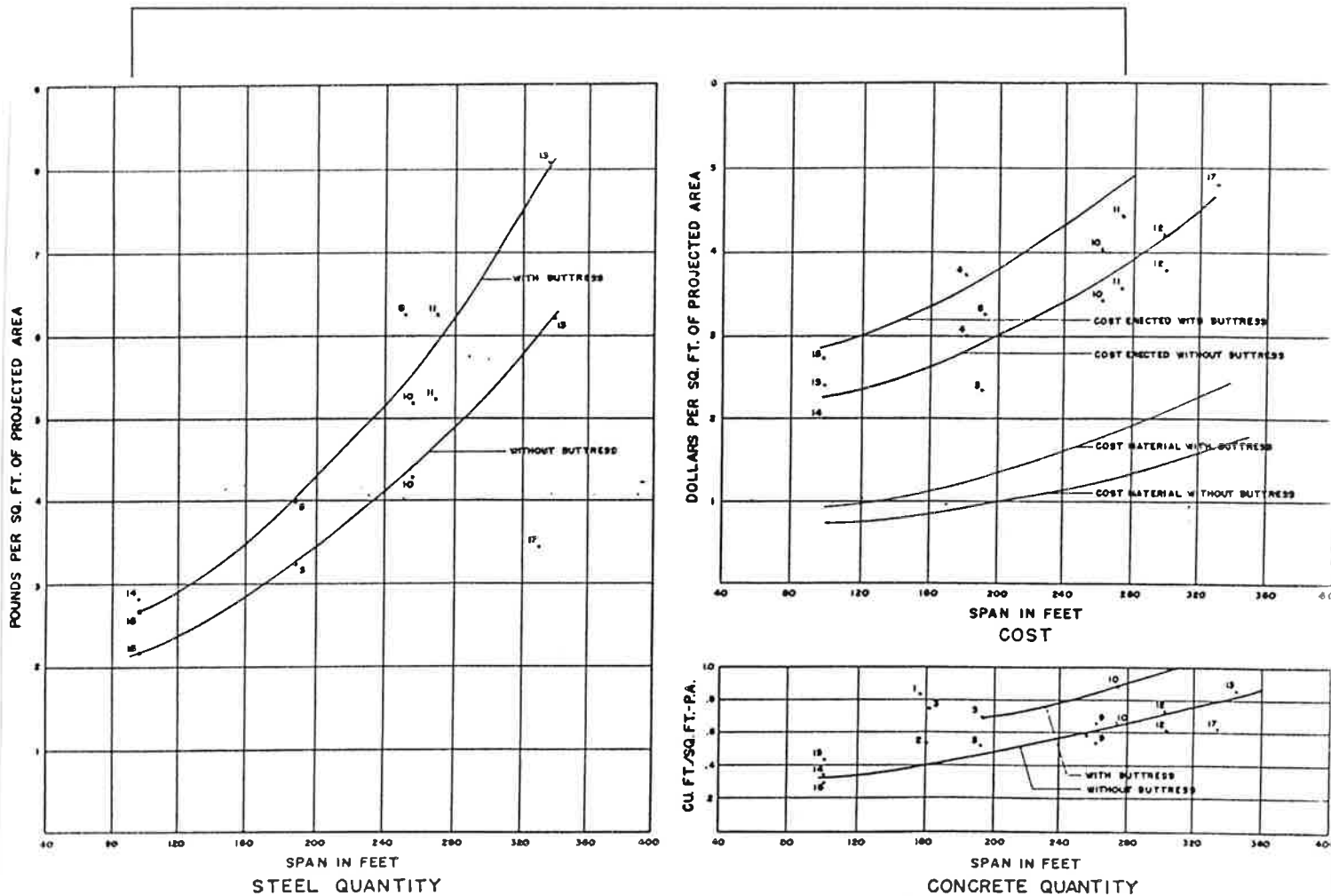


Fig.- 96 (Figure 7. Short Barrel Graph)

Se dan datos contabilizando y sin contabilizar a los contrafuertes de apoyo laterales. Los puntos 4,5,6,10,11, y 12 son estructuras proyectadas por Amman & Whitney. La n°17, un hangar en Marsella, tiene un tirante interior; y la sección transversal es una sucesión de pequeños arcos (costillas de directriz de arco de círculo); lo que explica su gran ahorro. Estas -corrugas- transversales existen a veces. En otras la sección transversal se forma a partir de nervios (arcos) a corta distancia y una zona plana entre ellos. En ambos casos se pretende hacer frente a los problemas de inestabilidad.

El caso de las n° 8 y 3, muy pesadas, la cubierta soportaba también gradas; lo cual explica sus diferencias.

En cuanto a las **esbelteces**; en el caso de las de sección con forma (sea de ola o de arcos adyacentes) la esbeltez global es del orden de 8 y la local en torno a 40-50; en la de nervios tenemos globales entre 4,4 y 5,5 y locales en torno a 70. Las primeras, por su mayor esbeltez, tiene un nivel de compresiones más altas y de ahí su forma transversal con más inercia.

Cuando la esbeltez global es menor, con ángulos de arranque fuertes (en torno a 60°), la sección transversal es variable y va creciendo hacia los apoyos. No entramos en más explicaciones pues la teoría de arcos es muy conocida y desde luego explica perfectamente lo dicho. En este caso podemos tener una esbeltez global de 3 y unas locales de 75 en clave y 40 en arranques.

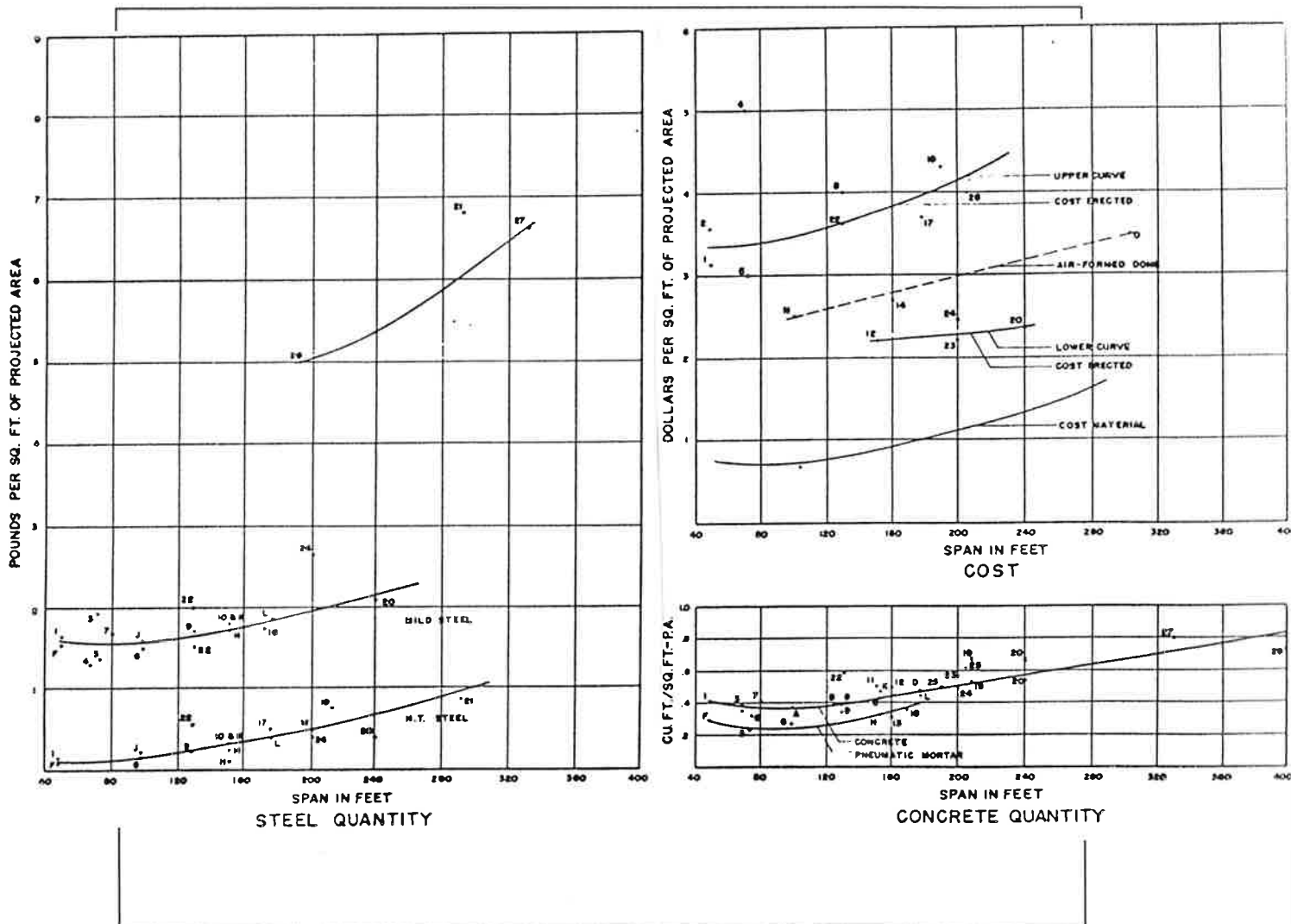


Fig.- 97 (Figure 8. Dome Graph)

El costo de ejecución de éstas estructuras son muy variables. En algunos casos el coste de estos elementos llega a ser la mitad del costo total; lo cual ayuda a confirmarnos en la idea de no mezclar temas de peso con los de costo. En las cúpulas, igual que en los arcos, los sistemas de construcción son parte fundamental en el diseño de la estructura.²⁶¹

Afortunadamente, las curvas tienen unas desviaciones pequeñas. Las curvas inferiores de acero normal corresponden a compañías americanas, con un sistema auxiliar de montaje con estructuras neumáticas. La gráfica superior, con los puntos 26 y 27, son de estructuras de Nervi. Como se ve, si bien el consumo de hormigón es muy similar; el del acero es muy superior en el caso de Nervi. Corresponden a dos tipos distintos a nivel constructivo. Los espesores son variables, acordes al sistema, y pueden andar en torno a 8 a 15 cm. de espesor, con nervios de más canto en algunos puntos; y con luces de 15 a 70 metros. Incluso en las más altas no tenemos mayores espesores, con lo que las esbelteces globales son brutales. Las esbelteces globales son también variables, y están entre 4 y 8 por lo general; pero con escasos valores en esbelteces intermedias. En el caso de Nervi, el grosor de hormigón entre nervios tiene en un caso 2,5cm; con nervios de canto mayor. Otro de los casos es el Palacio de los Deportes de Roma, con costillas en -V- también finas; su volumen medio es de $0.245\text{m}^3/\text{m}^2$; con una luz de 109m. En ambas, la esbeltez global es aproximadamente de 6.

En el caso de las hechas con aceros de alta resistencia (High Tensile steel). La n° 13 es una triangular, y la 28 con plegaduras con un trabaja básicamente en arco. Ambas muy peculiares.

²⁶¹La cúpula de las Flores de Florencia es quizás el ejemplo más claro e interesante de éste tema. La invención de sus sistema de elevación por Brunelleschi es sin duda su mayor logro técnico; y abada de un plumazo con todo un gremio. Con ello, además de justificar nuestra decisión de prescindir del costo, queremos recordar que la decisión no es inconsciente.

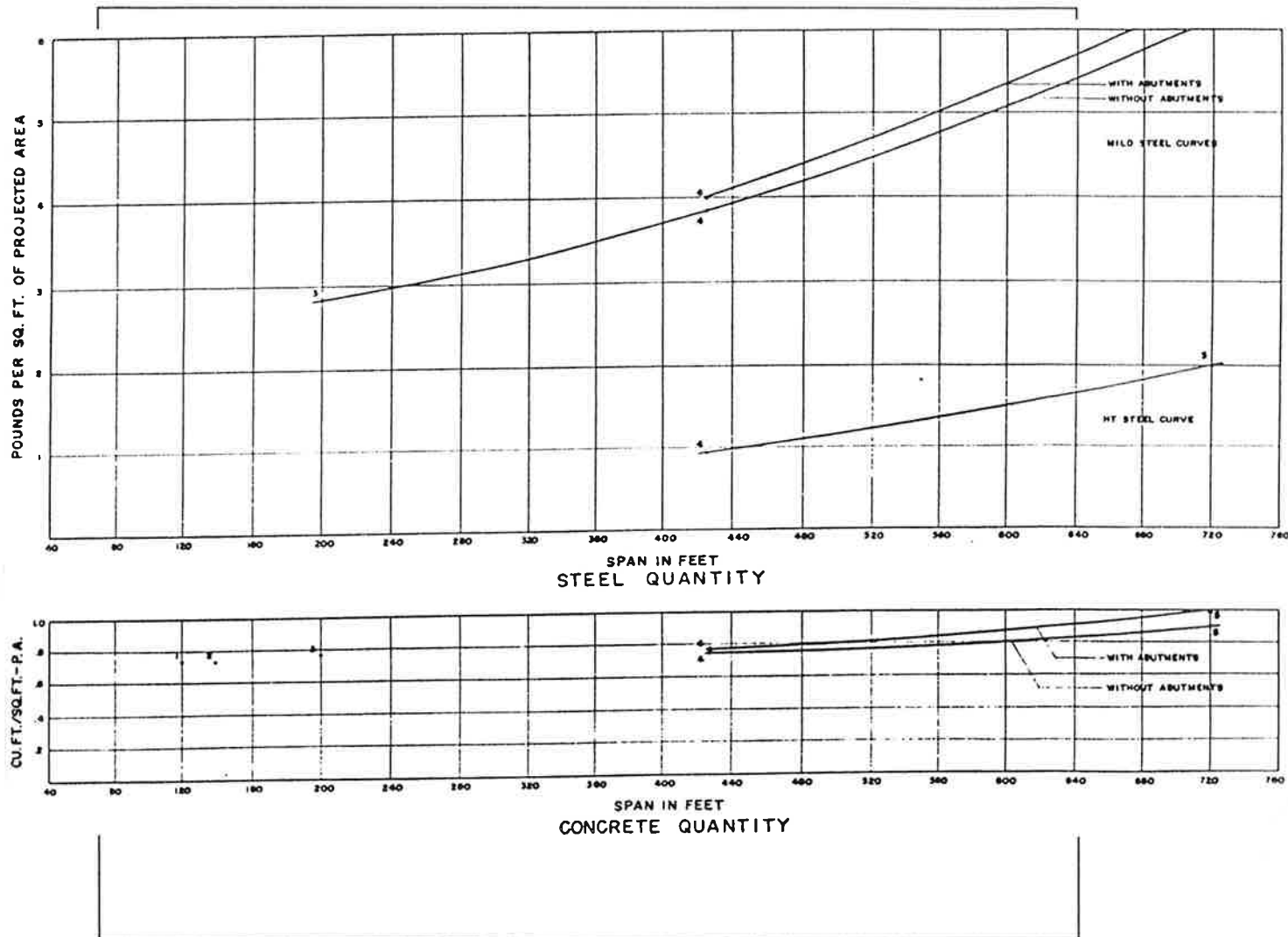


Fig.- 98 (Figure 9. Intersecting Barrel Material Quantity Graph)

En éste caso, tanto costos como materiales han tenido pocas desviaciones. Las n° 1,2 y 3; son muy pesadas y se han considerado como desviaciones.

En algunos casos, cuando las luces son muy fuertes; se consigue la rigidez haciendo un sistema de doble capa interconectado²⁶². Un ejemplo espectacular es el pabellón de exposiciones CNIT (París, 1958), con nada menos que 216m de luz. Son tres láminas cilíndricas intersecadas, con una esbeltez global de 4,5, un canto parcial de pared a pared de 1,75m y un grosor de cada lámina de sólo 6 cm.

Se nos da también unas gráficas de costo, que quizás sea interesante reproducir.

²⁶²En todas éstas estructuras lamines, sean bóvedas o cúpulas, partir de los 60 o 70 m es imprescindible usar algún sistema de rigidización adicional tipo nervio o doble pared (como el caso anterior); y con luces aún menores es más que razonable y económico.

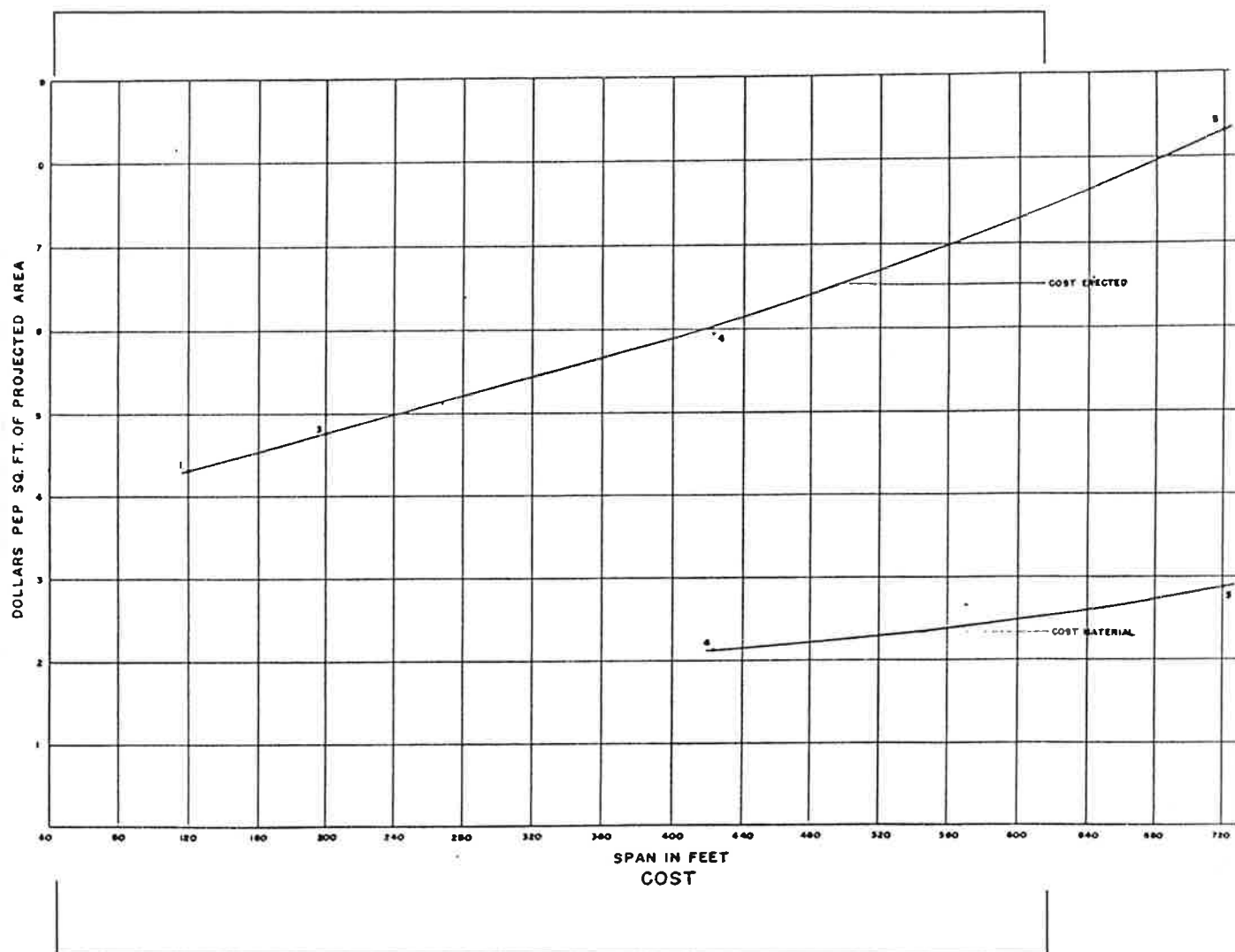


Fig. - 99 (Figure 10. Intersecting Barrel Cost Graph)

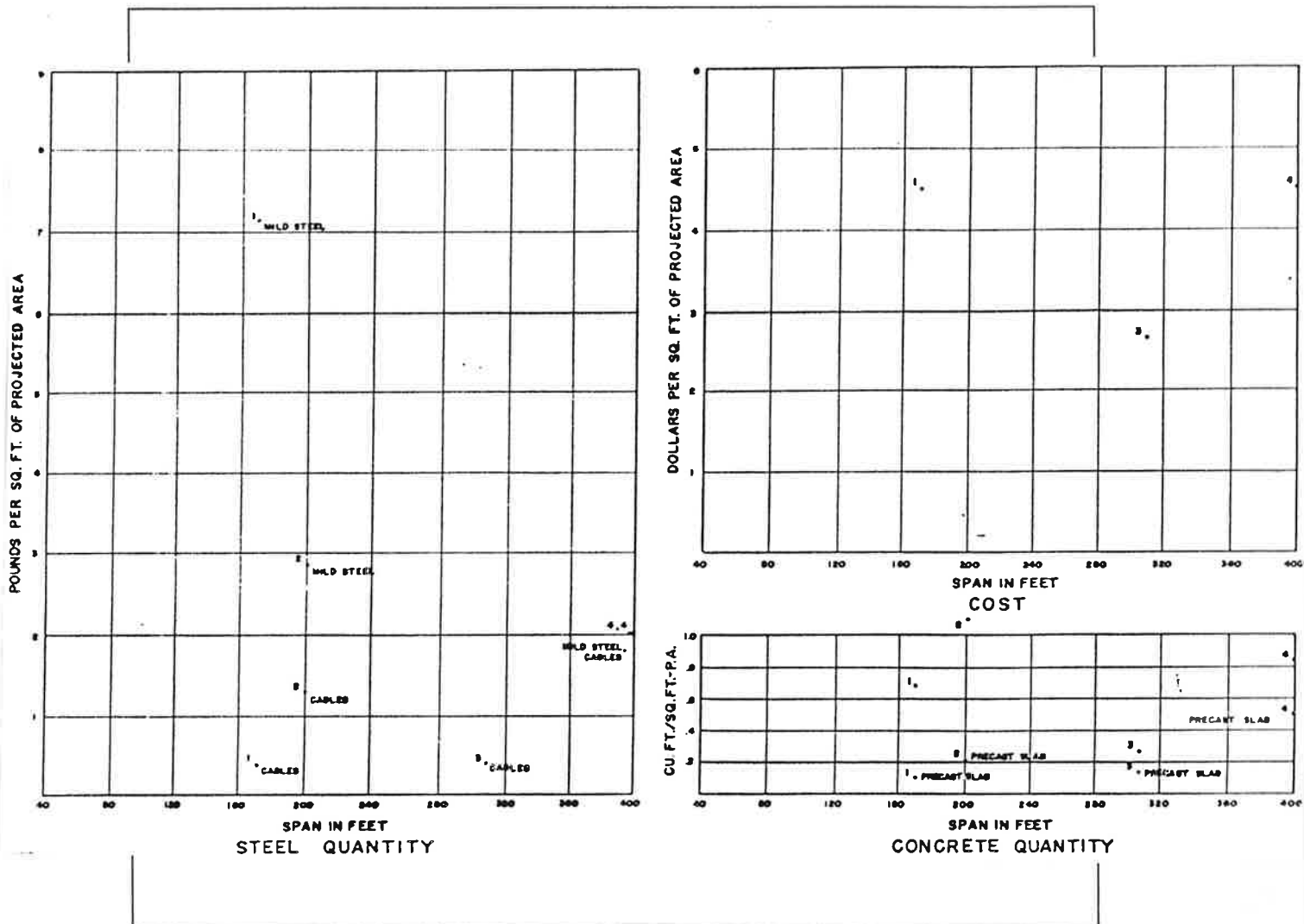


Fig.- 100 (Figure 11. Suspension Graph)

Los datos obtenidos aquí no son suficientes para extrapolar curvas, por lo que no se dibujan más que ciertos puntos de algunos casos analizados.

Los n° 2 y 3 corresponden a estructuras de cables a la que se enganchan elementos prefabricados de hormigón que posteriormente se postesan después de sellar las juntas. La n° 4 no está construida, y la proyectaron Goldsmith y Ferris con un sistema de Lin con un postesado en dos etapas; y como vemos es de gran ligereza.

La esbeltez global está entre 10 y 12. En los casos, como la n° 2, donde son más esbeltas la estructura es bastante más pesada. Como vemos, son más tendidas que las cúpulas, que suelen andar en torno al 8; y ello lógicamente debido al control de los problemas de inestabilidad.

El modo de sustentación del anillo superior de compresión puede alterar considerablemente el volumen de material, debido a la gran importancia del elemento; y se reduce mucho cuando el apoyo es más o menos continuo. El ejemplo contrario lo tenemos en la n°1.

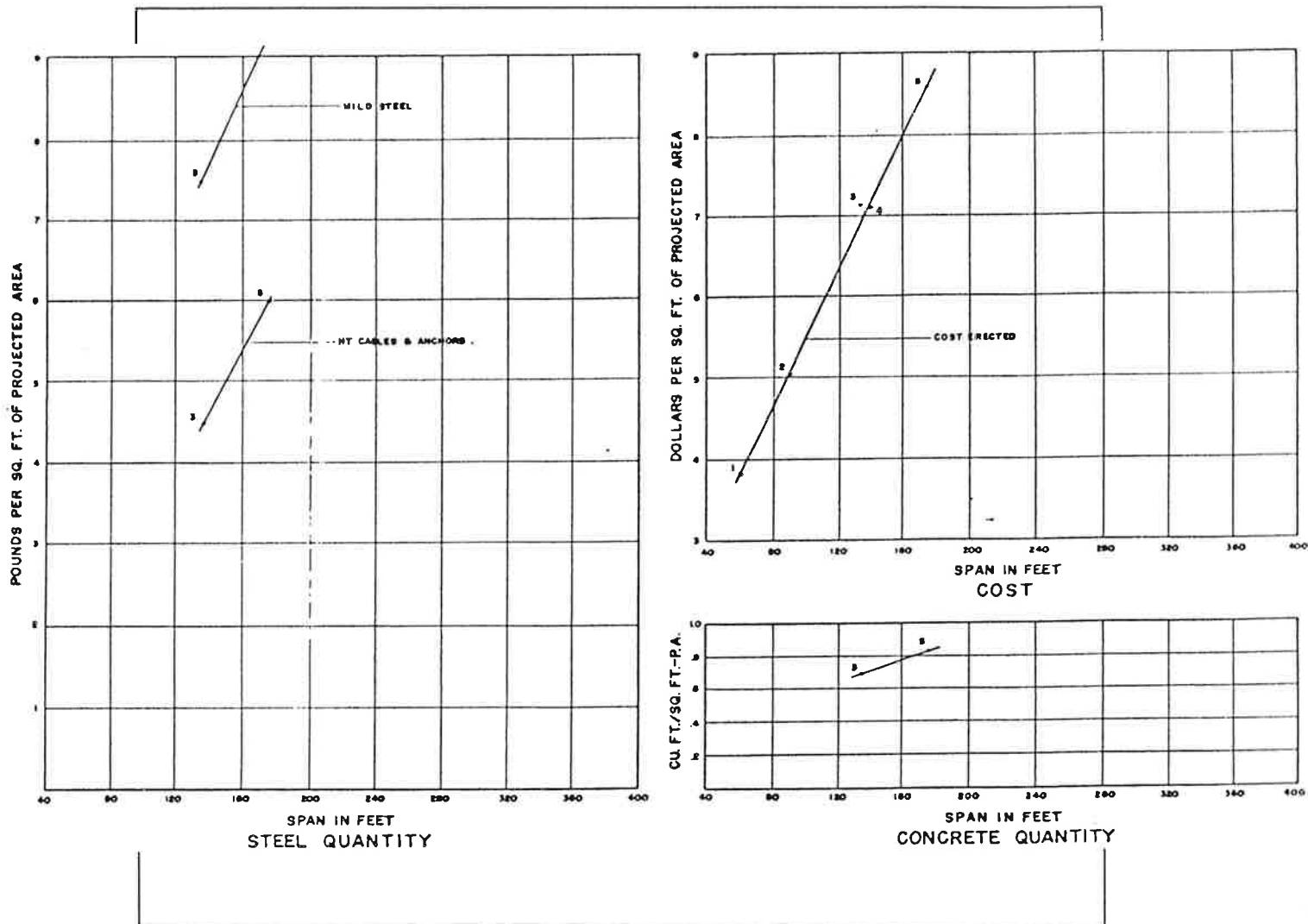


Fig.- 101 (Figure 12. Cantilever Graph)

Las gráficas se han obtenido a partir de hangares proyectados por Amman & Whitney, n° 3 y 5. El n° 4 es el de la TWA. Suelen formarse con cartabones con un tirante superior de acero y una lámina plegada de hormigón en la biela de compresión. La esbeltez global anda en torno a 6, con espesores medios equivalentes en torno a 20cm. y voladizos de 60m. Otras veces, en lugar de láminas plegadas se usan costillas lineales.

Y por último, veremos unos gráficos conjuntos, tanto de material como de costo; aunque éstos últimos no los comentaremos.

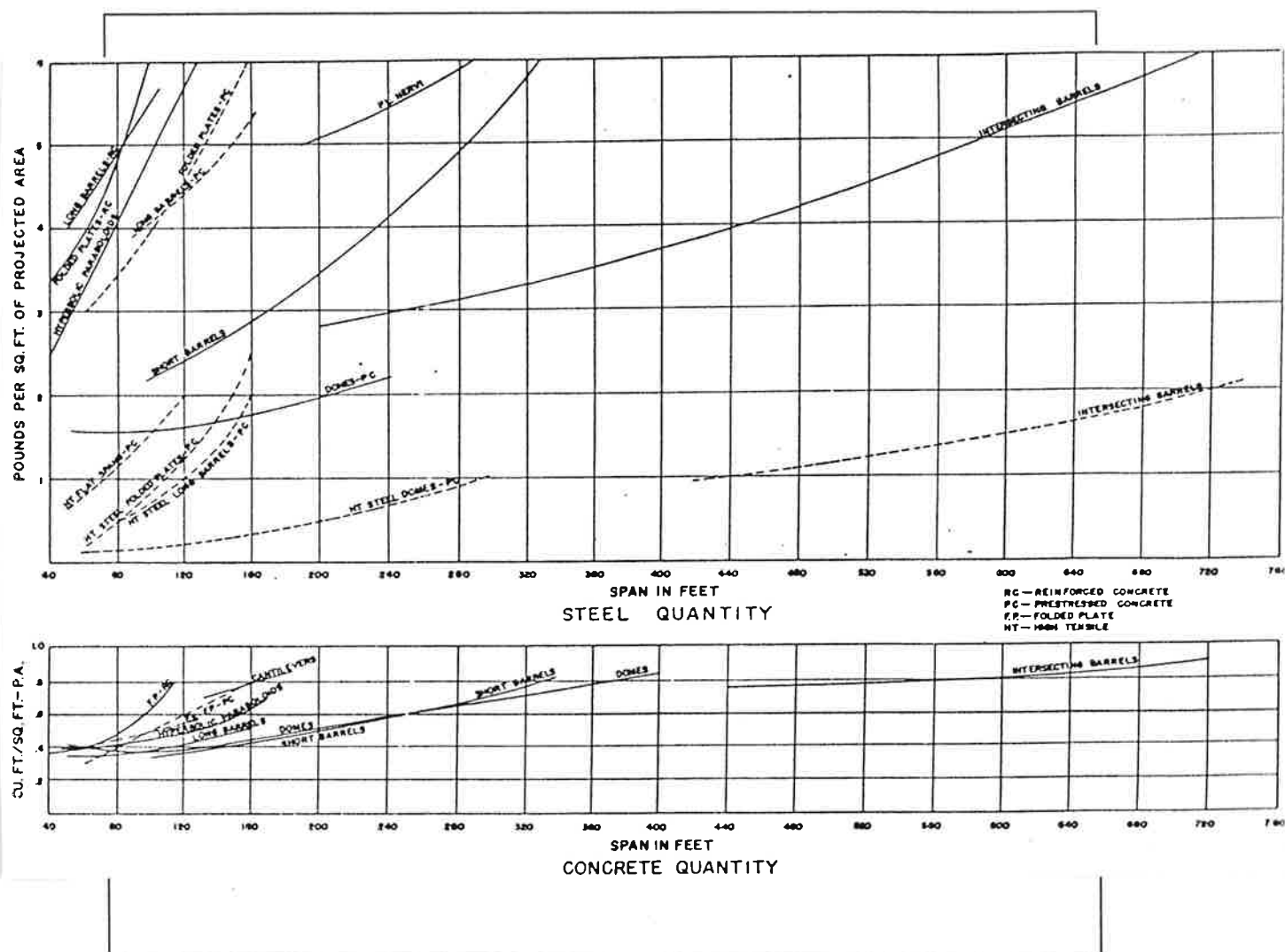


Fig.- 102 (Figure 13. Composite Material Quantity Graph)

En el caso de las bóvedas cortas, no se incluye el material de los arranques; aunque sí se hace en las gráficas de coste. Se forman dos grandes grupos; uno en luces intermedias y otro en luces fuertes.

Las de menor rendimiento, formadas por las losas planas pretensadas, láminas plegadas, láminas cilíndricas y paraboloides hiperbólicos; tiene su rango de luces muy limitado y sus cantidades de material en seguida se disparan.²⁶³

Ya en más detalle; podemos destacar varias cosas.

El volumen de hormigón de los paraboloides hiperbólicos es más alto que en el de las láminas cilíndricas una vez superados los 15m; cosa bastante inesperada. Ello puede ser debido a la mayor influencia del pandeo en las primeras.

Por encima de los 120m, todas las láminas tiene corrugas o son de doble capa.

El sistema de láminas plegadas, sea armado o pretensado; destaca por su gran consumo de hormigón.

²⁶³En las de mejor rendimiento, las curvas son mucho más lineales. En el análisis paramétrico vemos esto con más profundidad. El fenómeno es muy sencillo de entender. Elegido un tipo, la variación con el tamaño sabemos que nunca es lineal. Siempre existe un factor lineal multiplicado por otro no lineal según la relación $k^{3/2}$. Este factor es asintótico (strictus sensus-), y se va haciendo cada vez mayor al acercarnos al tamaño máximo. Sin embargo, el problema es del -número de aumentos con el que vemos dicha relación. En las primeras etapas es bastante lineal. Es decir, en distancias separadas del tamaño máximo hablamos casi de proporcionalidad; y progresivamente la cosa va cambiando. Así se explican esas diferentes pendientes y linealidades de las gráficas. De hecho, si vemos esta misma composición de gráficas en el trabajo de Sharpe, observamos que la relación la consideran lineal. La explicación es obvia. Con el cambio de material crece el tamaño máxima en relación al Alcance. Si además disminuye las cargas exteriores, es claro que estaremos en trozos de curvas mucho más lineales; aunque la forma general de la curva tenga la misma ecuación base. Vease para más detalles el capítulo 3.

El acero en las bóvedas cortas crece más rápidamente que en otros sistemas. Al ser lineares es claro que no puedan competir con sistemas bidireccionales; si bien en costo andaban más parecidos debido al empleo de aceros de alta resistencia en éstos últimos. En acero normal las diferencias de material de sistemas arco a bóveda no son muy fuertes.

Desde luego, es sorprendente como la eficiencia del sistema de bóvedas intersecadas.

Como conclusiones más generales, son de destacar los siguientes puntos:

1- En torno a los 30m hay un punto crítico que marca ya grandes diferencias en el rendimiento estructural. En ese punto empieza ya a ser imprescindible -deformar- la estructura para conseguir pequeñas esbelteces (que es en el fondo el gran invento de éstos sistemas: poca esbeltez con poco material inteligentemente colocado). A partir de los 60-80m ya nos quedamos sólo con las opciones de -gran canto-.

2- Dentro del rango inferior están las losas planas, las láminas plegadas, las láminas cilíndricas y los paraboloídes hiperbólicos. El otro grupo lo forman las bóvedas con trabajo en arco, las cúpulas simples y especialmente las intersecadas.

3- Dado que una parte muy importante del costo total radica en la organización y facilidad del proceso de montaje, serán de gran ahorro:

- a- la repetición de elementos.
- b- las plantas de fabricación
- c- sistemas de encofrados avanzados; como los moldes sobre tierra con vaciado o con izado.

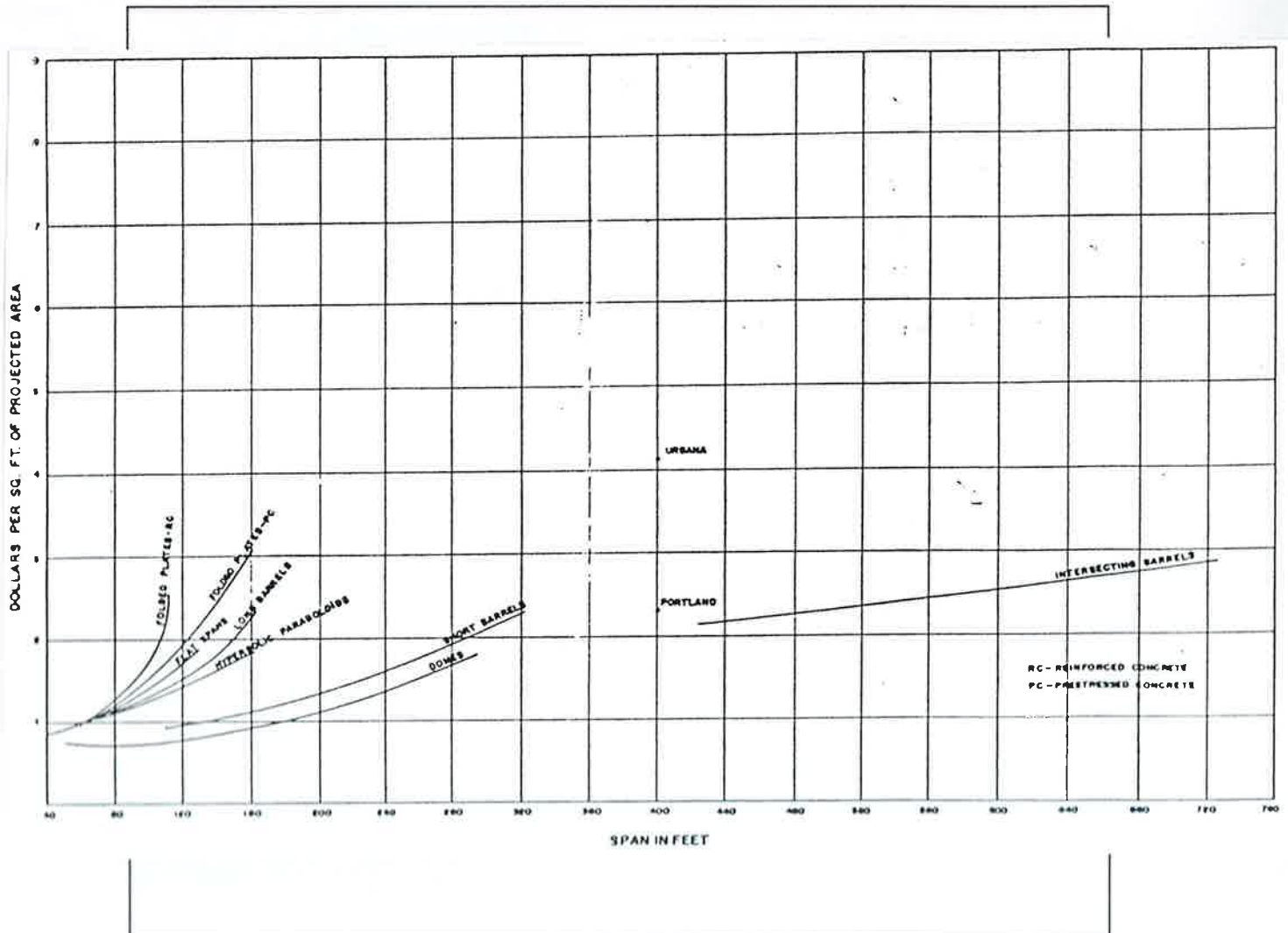


Fig.- 103 (Figure 14A, Composite Cost Material Graph)

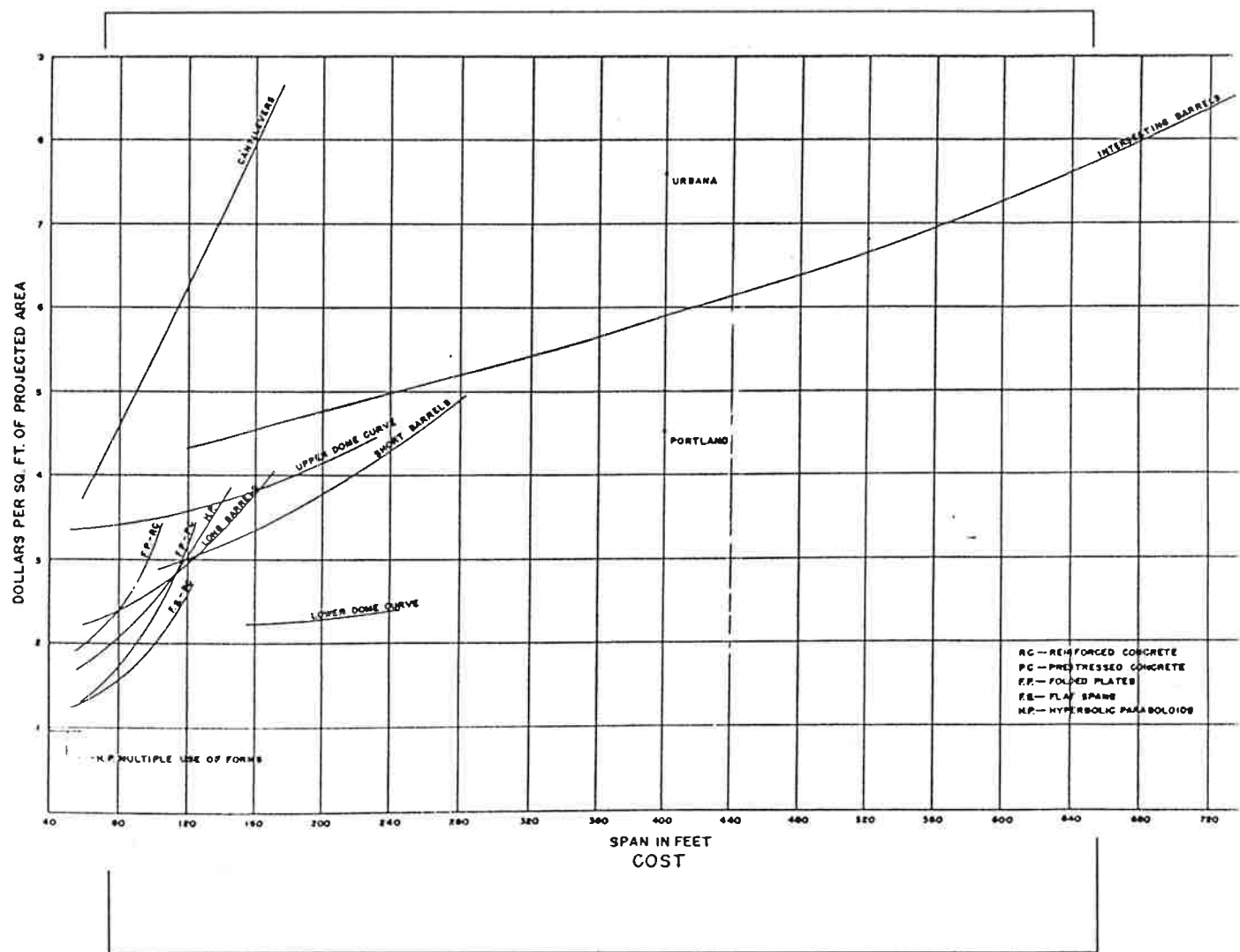


Fig.- 104 (Figure 14B. Composite Cost Erected Graph)

La tercera M.S. dirigida por Goldsmith es la de **Peter Pran**²⁶⁴. Median algunos años con las anteriores. El enfoque es parecido, pero menos ambicioso. La parte teórica se centra en el análisis de peso y costo de otros sistemas alternativos para una luz dada.

Como en los otros casos, la primera parte se centra en el análisis de otros antecedentes históricos de salones de exposiciones de grandes luces.

En el tercer capítulo, de descripción del sistema estructural planteado, comienza lo interesante. Quizás sea conveniente el ver una foto del modelo planteado antes de hablar más sobre el.

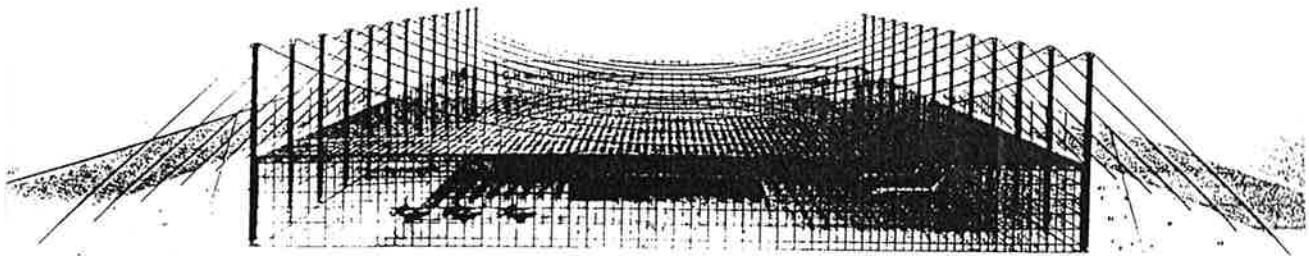


Fig.- 105

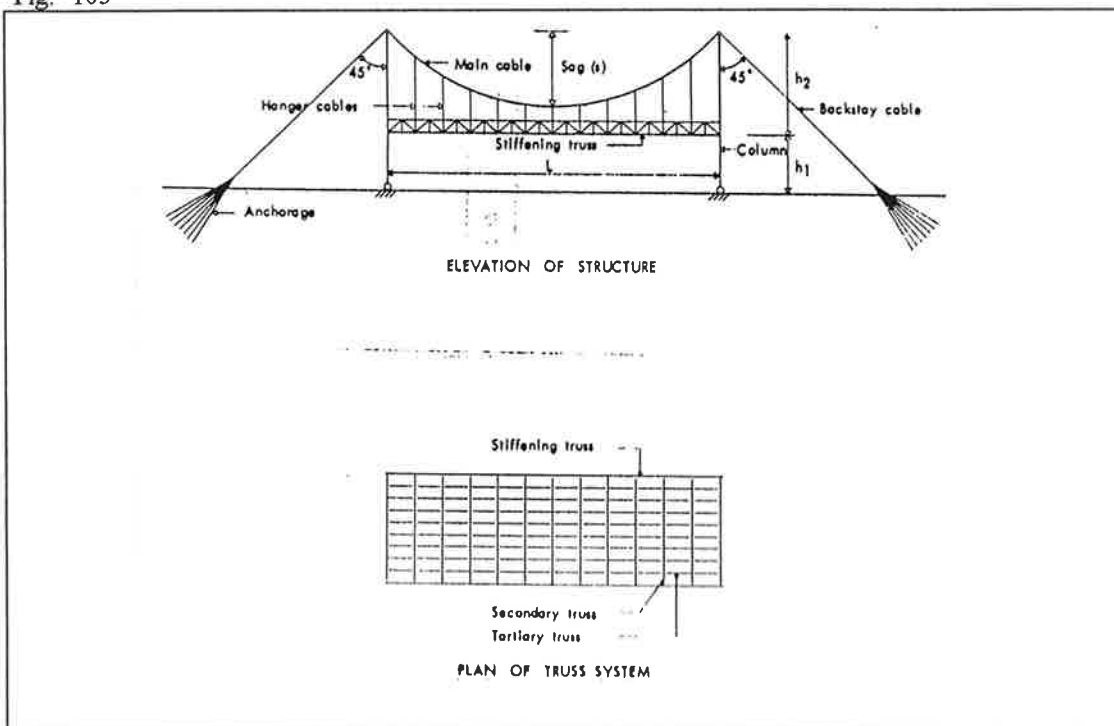


Fig.- 106

Se dice que la proporción más económica del cable está entre 6 y 9.

Al igual que en los puentes colgantes, en la línea de cubierta (bajo los cables) se forma una cercha de rigidización, que corre hasta empotrarse en los dos apoyos laterales. A su vez, entre estas cerchas se forman otras de apoyo de la cubierta.

²⁶⁴Pran, Peter: "An Exhibition Hall with a Suspended Roof Structure". *M.S. in Architecture*. IIT, Chicago, 1969. . BPGV.

La luz entre apoyos es de 165m. La distancia entre cables es clave para la optimación de la estructura. Con unas consideraciones básicas se llega a una distancia mínima de 16-17m entre cables.

Las columnas son tubos rectangulares articulados en los apoyos (para que permitan mejor los movimientos generales por temperatura de toda la estructura).

Los cables se anclan al terreno con una pendiente de 45°; y se anclan a un bloque masivo.

Se describe el proceso de análisis²⁶⁵ y referencias al respecto, que son interesantes pero que pasaremos por alto.

Algo muy importante, que luego se verá en las gráficas, es que este tipo es competitivo a partir de los 80m; y más cuanto mayor sea la luz.

Se hizo un estudio paramétrico partiendo de aceros de 6.300 kp/cm² en cables y tirantes; y de acero de 1.120 kp/cm² en columnas y cerchas (acero A-36); con una separación entre cables de 50m, considerando un peso de la subestructura de 42 kp/m². El análisis paramétrico se hizo a través del mencionado programa del apéndice. Las dos variables fundamentales son la luz y la flecha del cable (es decir, la proporción)

Para el caso de una esbeltez de 6, la siguiente tabla muestra los resultados para un intervalo de luces de 100 a 330m.

| CABLE SUPPORTED ROOF STRUCTURE | | | | | | | | |
|---|------------|--------------------------|--------------------------|------|----------------------------------|---|------------------------|--------------|
| Span | Sag 1/6 | Total area sq. ft. | Cable weights | | Column weights * | | Roof framing Psf | Total Psf |
| | | | Total | Psf | Total | Psf | | |
| 300'-0" | 50'-0" | 22,500.00 | 25,850 | 1.15 | 98,600 | 4.40 | 7.00 | 12.55 |
| 400'-0" | 66'-8" | 30,000.00 | 45,099 | 1.51 | 165,000 | 5.50 | 7.00 | 14.01 |
| 500'-0" | 83.33' | 37,500.00 | 69,666 | 1.86 | 247,000 | 6.60 | 7.00 | 15.46 |
| 600'-0" | 100.00' | 45,000.00 | 99,556 | 2.22 | 347,000 | 7.72 | 7.00 | 16.94 |
| 700'-0" | 116.67' | 52,500.00 | 134,765 | 2.57 | 464,000 | 8.88 | 7.00 | 18.45 |
| 800'-0" | 133.33' | 60,000.00 | 175,296 | 2.92 | 623,000 | 10.40 | 7.00 | 20.32 |
| 900'-0" | 150.00' | 67,500.00 | 221,149 | 3.27 | 744,000 | 11.10 | 7.00 | 21.37 |
| 1000'-0" | 166.67' | 75,000.00 | 272,322 | 3.64 | 910,000 | 12.15 | 7.00 | 22.79 |
| Roof framing | | | 7.00 psf for 75'-0" span | | *Column weight above roof level. | | | |
| <u>Unit Costs</u> | | | | | | | | |
| Cable scheme: | | | Lamella dome: | | | \$800/ton or 40¢/pound | | |
| Cables: | | | \$1500/ton or 75¢/pound | | | | | |
| Columns: | | | \$400/ton or 20¢/pound | | | | | |
| Roof framing: | | | \$600/ton or 30¢/pound | | | Two-way space frame: \$600/ton or 30¢/pound | | |
| STEEL WEIGHTS VS. SPANS FOR SAG RATIO 1/6 | | | | | | | | |

Fig.- 107

No obstante, los resultados globales se han condensado en tres series de curvas, que son las siguientes:

²⁶⁵ Para el cálculo del cable se utiliza la Teoría de Steinman, y en el apéndice se lista el programa de cálculo utilizado elaborado nada menos que por Colaco, en base a dicha teoría.

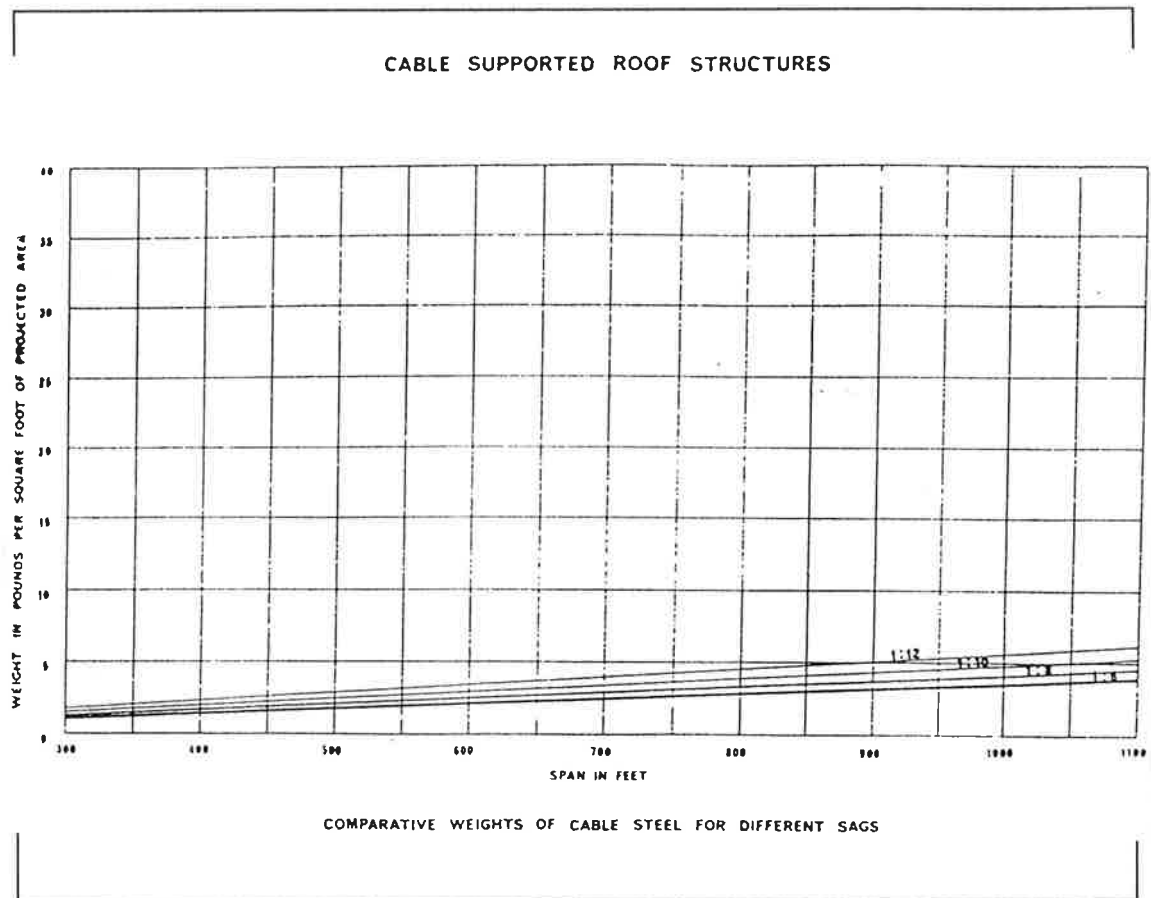


Fig.- 108

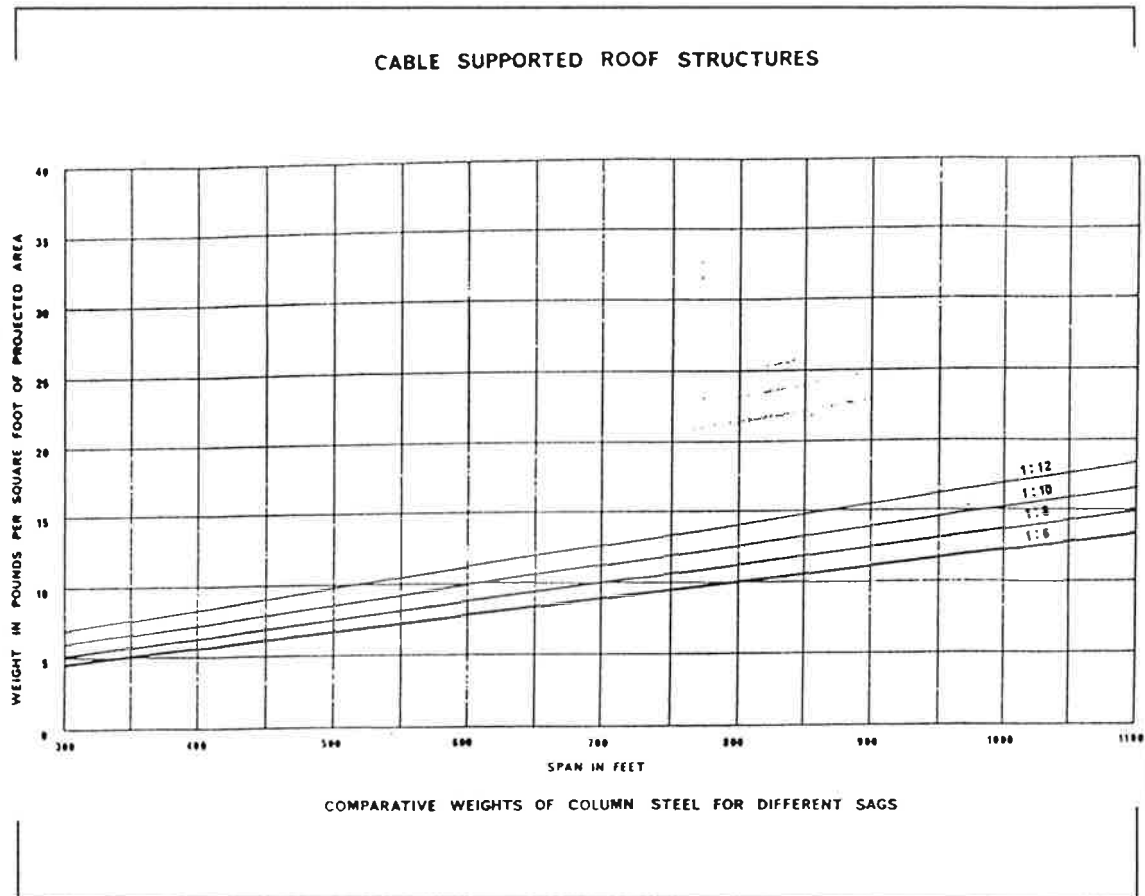


Fig.- 109

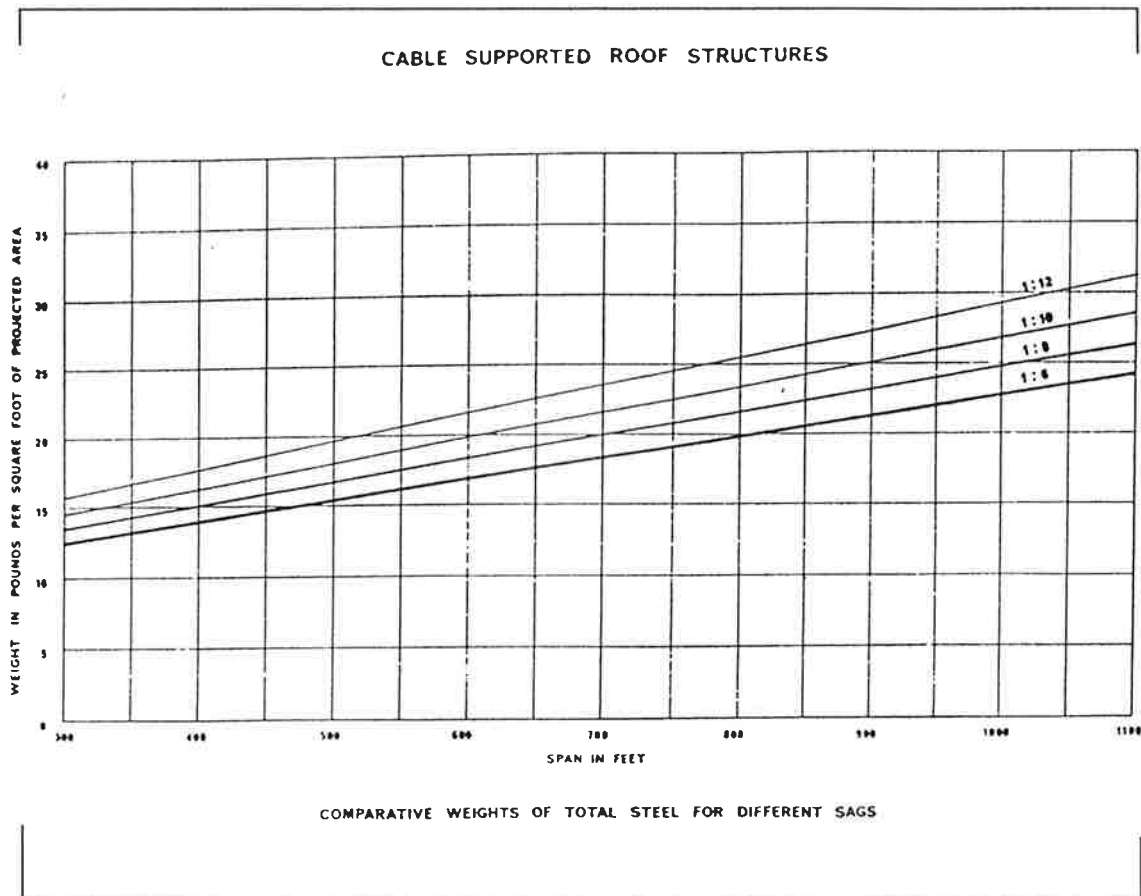


Fig.- 110

La primera gráfica nos da el peso de los cables, la segundo la de las columnas y la tercera el total. Hay que subrayar la linealidad de las gráficas; al menos en dicho intervalo de luces y esbelteces.

Por último, se hizo también un **estudio comparativo** con otros tipos. Se parte de los resultados obtenidos en la tesis de Sharpe, aunque se los mejora y amplía. Aquí está sin duda lo más interesante para nosotros.

Presentamos tres gráficas, la primera más general, y las otras relativas a grandes luces²⁶⁶ (de 100 a 300m) en cuanto a peso y a coste²⁶⁷.

²⁶⁶Para cubiertas ese rango si es de grandes luces, al menos de las grandes ejecutadas. Si pensamos en puentes estamos hablando de luces medias.

²⁶⁷Incluimos la de coste aunque nos remitimos a las puntualizaciones ya hechas al respecto.

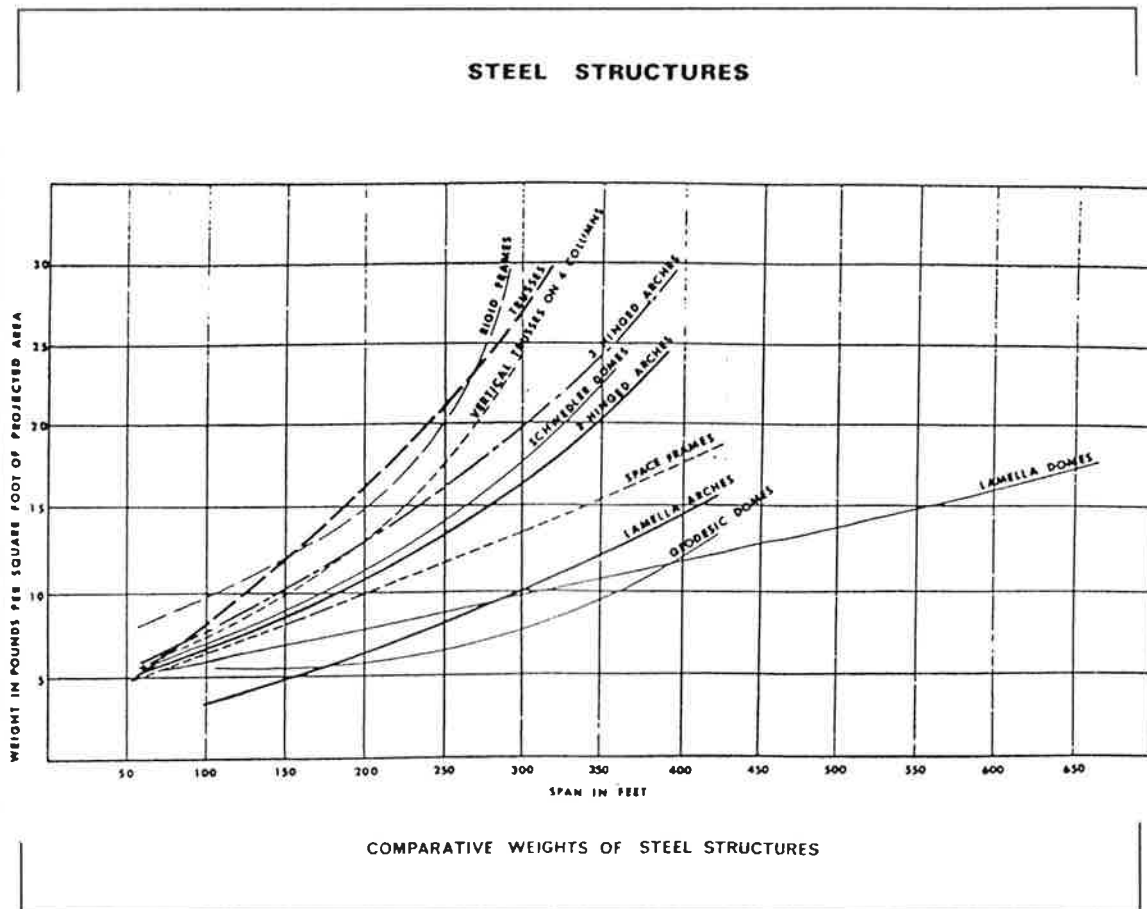


Fig.- 111

Insistimos de nuevo en un tema²⁶⁸. Las gráficas nunca son completamente lineales -strictus sensu-. Pero, si tomamos un intervalo de luz, la menor -curvatura- de la gráfica nos mide el mayor rendimiento de dicho tipo o estructura.

Esta gráfica es la que se ha tomado de Sharpe. Los dos siguientes son específicas de éste trabajo.

²⁶⁸ Véase capítulo 3.

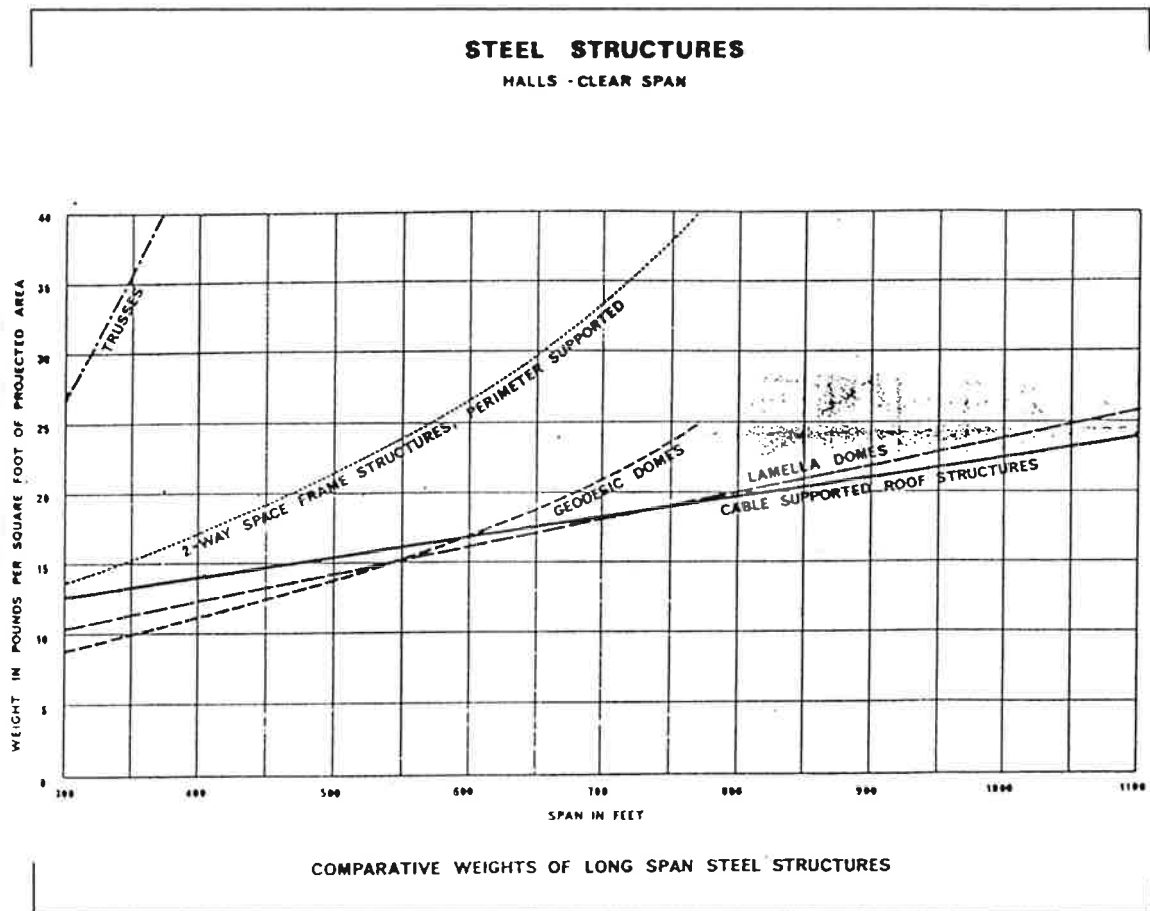


Fig.- 112

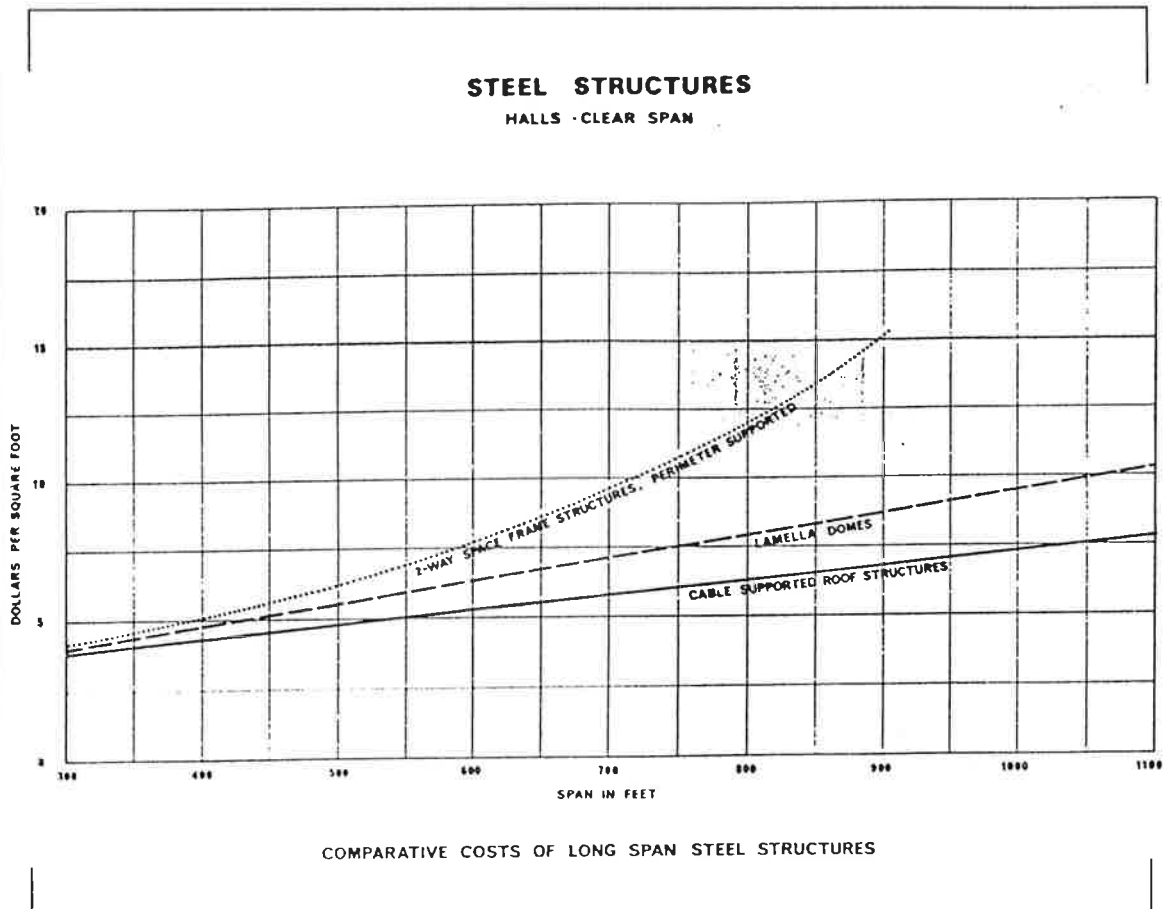


Fig.- 113

Hay que anotar que el peso de las columnas por debajo de la cercha de rigidización se omite para poder hacer comparaciones similares con otros tipos. Eso mismo se hace en las cúpulas en los casos donde está apoyadas sobre soportes (como el caso de Astro Dome en Houston).

En las gráficas se ve que este tipo se muestra competitivo ya en torno a los 80m y que ya a partir de los 130m es más económico sin lugar a dudas.

Se ve como las cúpulas geodésicas de Fuller compiten hasta los 200m. A partir de cerca de los 300m los únicos tipo viables deben ser de estructuras tensadas similares a éste.

Creo que es bonito ver como se ha representado la solución adoptada (para el mismo perímetro) con otras dos soluciones equivalentes en consumo de material.

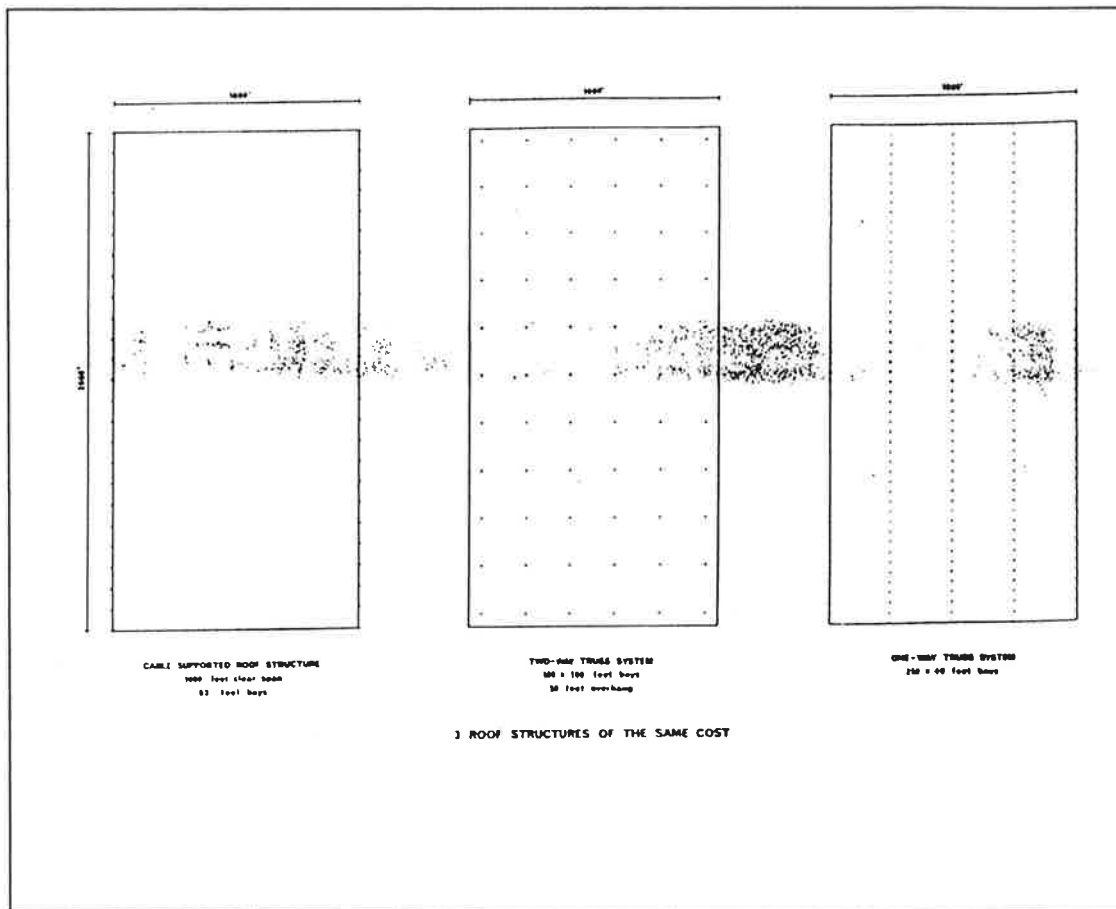


Fig.- 114

El proyecto presentado se detalla hasta sus últimos detalles. Desde luego es interesante aunque de nuevo lo suprimiremos por razones obvias.

Esta es la última de las -Master in Science- que tiene para nosotros un interés muy directo. Creo que nos necesario explicar la gran utilidad de todas esas gráficas para las fases iniciales e incluso finales de diseño de una estructura. Lo que no me puedo explicar es como no han sido más divulgadas.

Hemos revisado el resto de las -Master Thesis- realizadas en el centro. Algunas tienen gran interés a nivel de proyecto. Ya desde los setenta, la mayoría desarrollan el edificio en altura. El interés para nosotros suele estar en que los proyectos han sido supervisados y calculados (a nivel básico) por personal de S.O.M.; por lo que podemos obtener datos concretos orientativos sobre gran número de edificios en altura; y completar de ese modo nuestra base de datos. En la bibliografía²⁶⁹ se citan algunas de las de más interés.

²⁶⁹Los hemos incluido en la bibliografía, a pesar de su relativo interés para la tesis, por si pueden ser de utilidad para alguien que desarrolle en el futuro el tema del edificio en altura. En ellas hay un análisis completo de todas las tipologías existentes de rascacielos, además de proyectos de gran interés.

David H. Geiger.

Al hablar de grandes estructuras tensadas, inflables y textiles, sale a la luz de modo extraordinario el nombre de Geiger. Pero nosotros lo traemos por algo más.

Los temas de peso propio, en relación al coste, interesaron ya a Geiger en la década de los 60 al estudiar emparrillados de barras del tipo -Takenaka-²⁷⁰.

Posteriormente, ya metido de lleno en el campo de las membranas textiles (tanto infladas como de tipo -tensegrety-, volvió a tratar este tema; y de modo quizás aún más detallado. De hecho, sus resultados son **fruto de largos años de proyectista**. Todo ello se condensa sus trabajos de **entre los años 60 y 80** en un artículo que es una auténtica perla, y que a continuación vamos a resumir ²⁷¹.

Como en todos los comentarios anteriores, nos limitaremos ahora a exponer el contenido del artículo sin demasiados análisis; cosa que se hará más adelante conjuntamente.

Destacamos también que este artículo cubre el tema de la **estructuras inflables**, en cuyo análisis no pensamos profundizar demasiado a nivel teórico. Su tratamiento no es distinto a los demás, pero tiene la característica especial de contar con la presión interior como sistema de fuerzas exteriores; y con signo contrario a las de peso propio. Esto hace posible que, al no tener que variar de espesor de tela con el cambio de tamaño, su -peso propio- pueda mantenerse constante al crecer su luz. Esto no es una contradicción los principios generales enunciados. El peso de la estructura no crece en base a un incremento de las fuerzas interiores de inflado que si se deben incrementar (en su suma) con el crecimiento del tamaño.

Más interesante; por cuanto más asequibles a la construcción tradicional, es el tema de las -**tensegrety- con cerramiento textil**; que son desde luego difícilmente igualables en cuanto a consumo de material cuando se trata simplemente de cubrir un espacio y protegerlo de la intemperie. Son además un tipo²⁷² relativamente reciente y sobre cual no hay tanta profusión de datos como en los casos anteriores; aunque desde luego cuentan en éste momento con muchos y excelentes ejemplos.

Entremos entonces ya en el artículo mencionado. Se analiza el coste (total, no sólo material) de tres sistemas utilizados para grandes luces: las estructuras inflables (air supported), las tensegrety recubiertas de telas, y los emparrillados de barras tipo-Takenaka.

A- Emparrillado Takenaka.

Veamos primero de que estructura se trata:

²⁷⁰Geiger, David H. "A Cost Evaluation of Space Trusses of Large Span". *Engineering Journal, AISC* (New York). Apr. 1968.

²⁷¹Geiger, David H. "A Cost Comparison of Roof Systems for Sports Halls". *Bulletin of the IASS*. Vol. 29-1; n° 96. Abr. 1988.

Para una breve historia de las estructuras funiculares, y con interesante bibliografía, puede verse también:

Geiger, David H.; "The Possibility of Membrane Structures" *IASS Bull.*, n° 91; 1986; pp. 33-38.

Nohmura, Motonobu, "A Contribution to the History of Development of Membrane Structures in Japan". *Proceedings of the IASS Symposium; 10 Years of Progress in Shell and Spatial Structures; Vol. 3, Membranes; Madrid, Sep. 1989; F. del Pozo y A. de las Casas (Edr.); Madrid. CEDEX. 1989. BCDX. X-17.*

²⁷²Creo, además, que es interesante destacar el modo de tratar el asunto; común en otros casos anteriores (fundamentalmente desde la segunda guerra mundial).

Se parte de un producto -quasi- industrial-, de un tipo o casi un prototipo. Hay ya muchas decisiones de diseño tomadas que está implícitas y que nadie se plantea de nuevo. Fijadas entonces toda una serie de variables de procede a la optimación de su costo en relación al peso; así como a ver como se produce su variación. Estamos de nuevo en un modo de operar similar al de la cúpula de Zeiss.

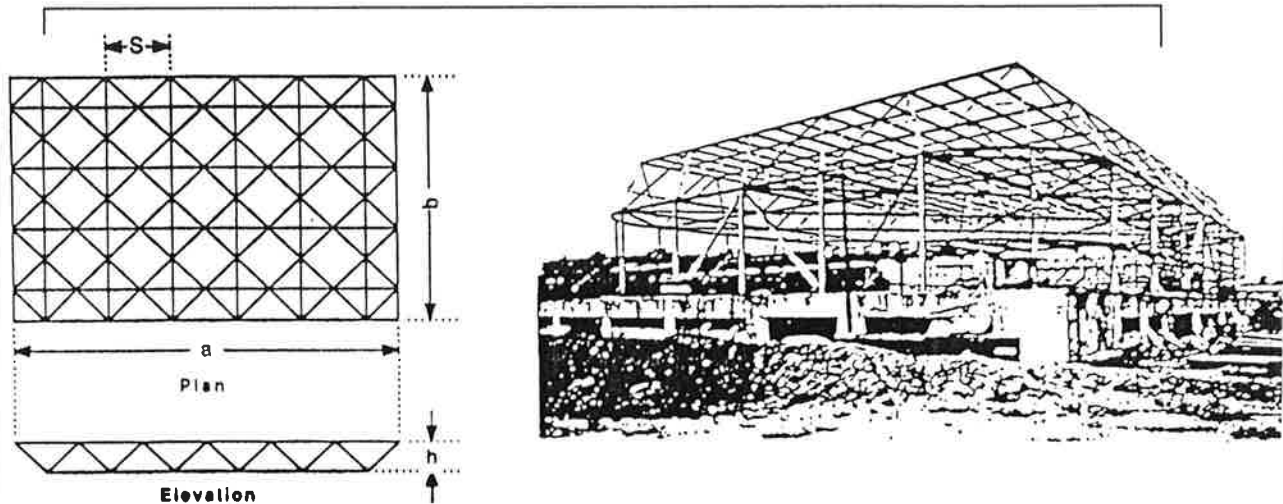
Fig 1: TAKENAKA TRUSSWEIGHT LIFTING HALL - SEOUL, KOREA

Fig.- 115

En las siguientes tablas y gráficos, nos da los valores obtenidos. El tema es lo suficientemente detallado para dar toda la información; si bien a nosotros nos interesa sólo el tema del peso en particular.

TABLE I: Truss Cost As A Function Of Truss Weight

| COEFFICIENT C_i | TRUSS WEIGHT=WT·PSF | | | | | | COST FACTOR: R_i | | | |
|-----------------------|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--|-----------------|-----------------|----------------|
| | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | ① Cost of: | 1968 \$ U.S. | 1987 \$ U.S. | 1987 £ U.K. |
| C_1 Material | 1.44 | 1.34 | 1.35 | 1.37 | 1.38 | 1.41 | R_1 Rolled Shapes/lb. | .07 | .45 | .23 |
| C_2 Fabrication | .0276 | .0168 | .0112 | .009 | .008 | .007 | R_2 Welder/hr | 7.35 | 30.90 | 10.35 |
| C_3 Erection | .013 | .010 | .009 | .009 | .009 | .009 | R_3 Steel Erector/hr | 7.35 | 30.90 | 9.00 |
| C_4 Painting | .002 | .002 | .001 | .001 | .001 | .001 | R_4 Painter/hr | 7.67 | 29.00 | 9.00 |
| C_5 O.H. & P. | 1.30 | 1.25 | 1.21 | 1.20 | 1.20 | 1.20 | R_5 Deck/lb. | .26 | 1.67 | .53 |
| TC \$/ft ² | ② 1968 \$ U.S. | 2.80 | 3.95 | 4.80 | 6.00 | 7.25 | ① - BARE LABOR COSTS PLUS WORKMAN'S COMPENSATION PLUS FIXED OVERHEAD = APPROX. 1.8 X SALARY TO COVER ALL EMPLOYMENT COSTS. ② - CORRESPONDS TO FIG 6 · REF (1). | | | |
| | 1987 \$ U.S. | 12.70 | 18.60 | 22.73 | 28.8 | 35.26 | | | | |
| | 1987 £ U.K. | 4.88 | 7.38 | 9.38 | 11.96 | 14.70 | | | | |

$$TC = \text{Truss Cost } (\$/ft^2) = WT \cdot \left[\sum_{i=1}^4 C_i \cdot R_i \right] \cdot C_5 \quad (\text{Eq. 1})$$

$$\begin{aligned} WRS &= \text{Weight Of Steel Deck \& Purlins (P.S.F)} \\ &= 2 + .1103 \cdot S + .025 (q_u - 20) \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2})$$

$$\begin{aligned} UDL &= \text{Unit Dead Load (P.S.F.)} = 7 \text{ P.S.F.} + WT + WRS \\ &\quad (7 \text{ P.S.F. Misc. Dead Load Included In The Analysis}) \end{aligned} \quad (\text{Eq. 3})$$

$$\text{TOTAL COST} = TC + WRS \cdot R^5 + \text{Cost of Roof Membrane \& Insulation} \quad (\text{Eq. 4})$$

Tab.-

51

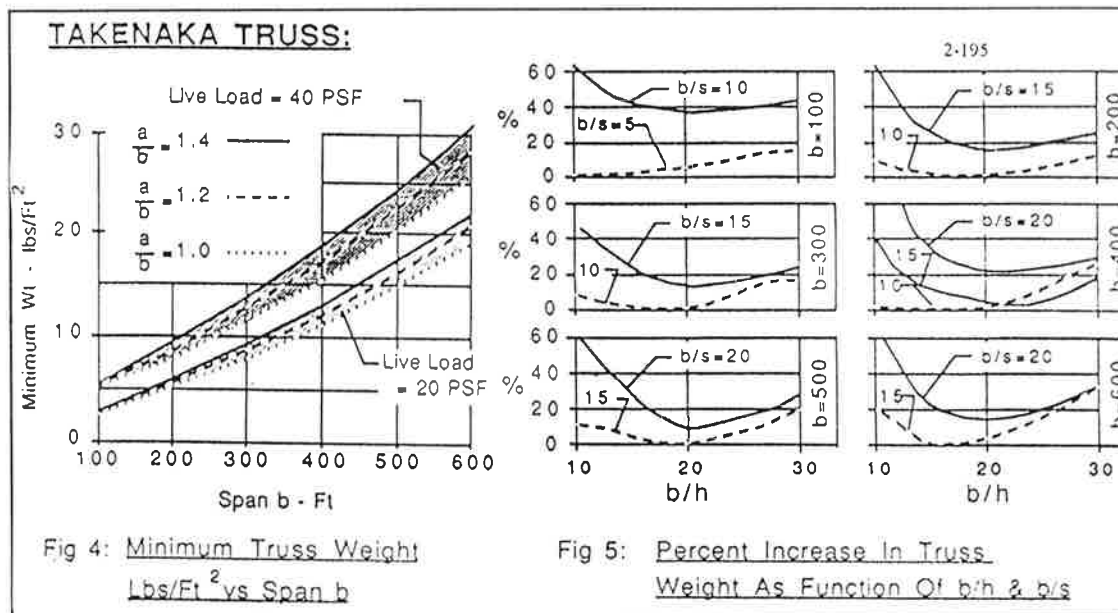


Fig.- 116

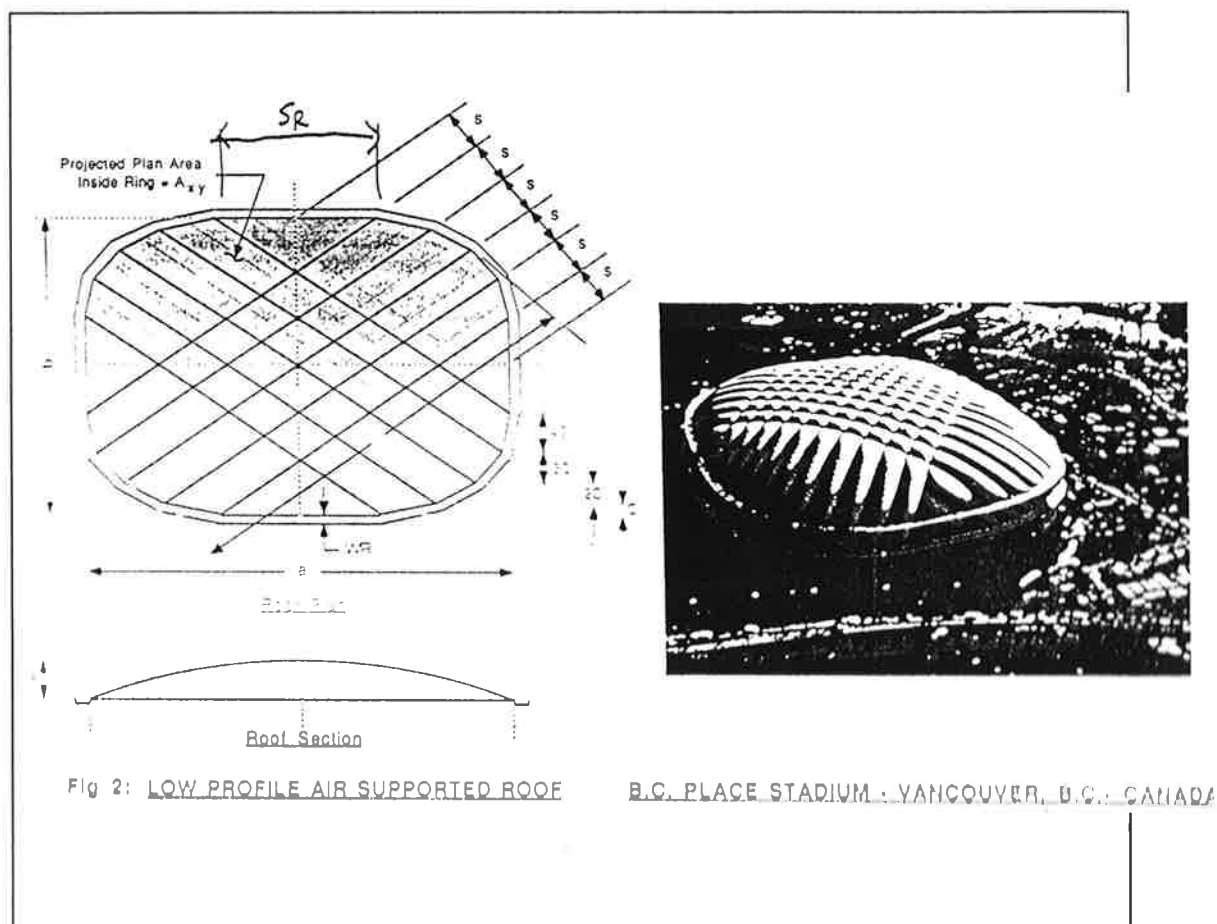
B- Estructuras Inflables de gran esbeltez.

Fig.- 117

Su costo no varía en función de la proporción del cuadrado de planta a/b ; sino que es función de la longitud diagonal del mayor cable.

El espacio entre cables $-S-$, y por tanto el mínimo costo, viene condicionado por el tipo de material textil de cerramiento y su modo de sujeción al cable. Para éste estudio se parte de una separación máxima de 48 pies (14.4m).

En la figura anterior de la planta se asume una disposición inicial de los cables que es arbitraria en los bordes; formándose una trama regular en base a $-S-$; si bien en la práctica esa última distancia suele ser mayor que $-S-$; con una dimensión máxima de S_R de unos 70m. Por ello, los resultados no dan los mínimos costes posibles, pero sí resultados conservadores.

Sus parámetros de costo son los siguientes:

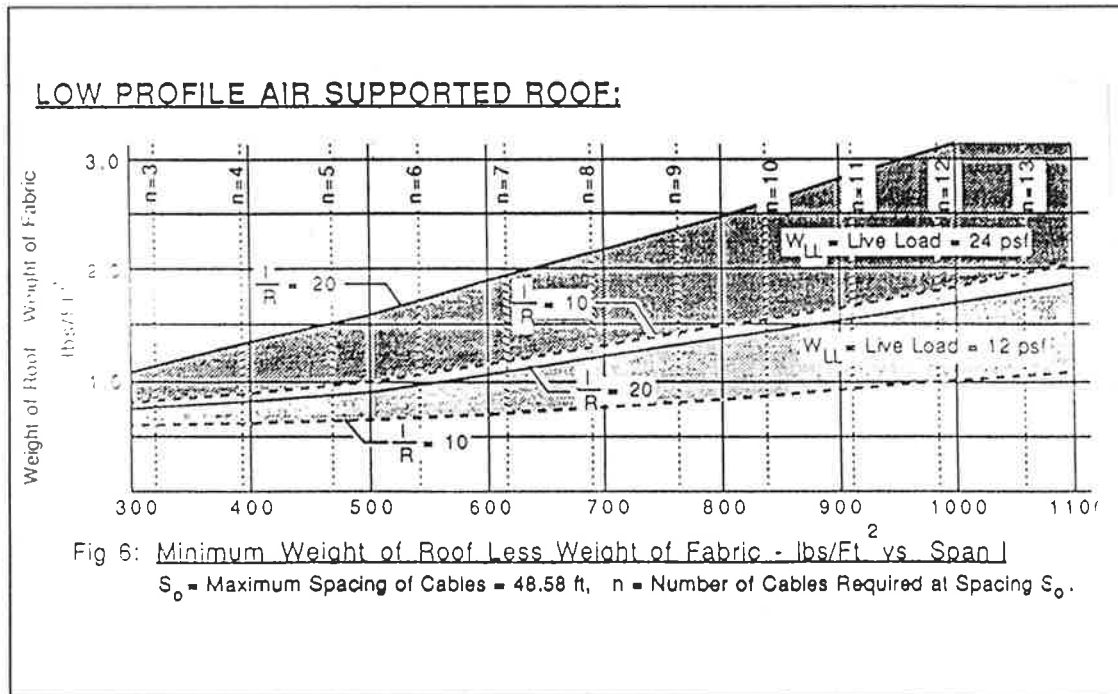


Fig.- 118

TABLE II: Minimum Cost Of Materials Less Fabric

| COEFFICIENT C_i | WT - WEIGHT - lbs/Ft ² | | | | | | | COST FACTOR: R_i | | 1987 | 1987 |
|----------------------|-----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------------------------------------|--|---------|-------|
| | .5 | .7 | .9 | 1.1 | 1.3 | 1.5* | 3.0* | Cost of: | | \$ U.S. | ¥ |
| C_1 Steel | .38 | .230 | .16 | .13 | .10 | .08 | .03 | R_1 Steel/lb. | | 1.00 | 140 |
| C_2 Aluminum | .09 | .060 | .04 | .03 | .03 | .03 | .01 | R_2 Aluminum/lb. | | 2.50 | 1430 |
| C_3 Bolts | .07 | .050 | .04 | .03 | .03 | .03 | .01 | R_3 Bolts/lb. | | 5.00 | 1000 |
| C_4 Neoprene | .09 | .075 | .06 | .05 | .04 | .04 | .02 | R_4 Neoprene/lb. | | 5.00 | 900 |
| C_5 Cables | .37 | .595 | .70 | .76 | .80 | .82 | .93 | R_5 Cables/lb. | | 1.00 | 600 |
| C_6 1987 \$ U.S. | .89 | 1.12 | 1.31 | 1.50 | 1.73 | 1.98 | 3.40 | R_6 Upper Fabric/Ft ² | | 7.90 | 2400 |
| C_7 1987 ¥ | 555 | 592 | 594 | 592 | 603 | 612 | 604 | R_7 Lower Fabric/Ft ² | | 3.95 | 1250 |
| | | | | | | | | R_8 Steel Erector/hr. | | 30.90 | 3000 |
| | | | | | | | | R_9 Carpenter/hr. | | 25.85 | 2500 |
| | | | | | | | | R_{10} Concrete/yd ³ | | 800.00 | 46000 |

f'_c = Ultimate Strength of Concrete = 5 KSI (3 KSI)

UF = Utilization Factor of Fabric = 1.05

OHF = Profit and Overhead Factor = 1.25

$$\text{Fabric Rise} = r_f = W_{LL} S^2 / (24 \cdot \sigma_f), \sigma_f = 525 \text{ pli} \quad (\text{Eq. 5})$$

$$\begin{aligned} \text{Roof Cost} = & \left\{ \frac{S_o}{S} \cdot WT \cdot \sum_{i=1}^5 C_i \cdot R_i + \frac{(-16.4 + 0.195 l) (W_{LL} + W_{DL})}{1,000,000} \cdot \frac{l}{R} \cdot \frac{R_{10}}{f_c} \right. \\ & + \left[1 + 4 \left(\frac{R}{l} \right)^2 \right] \sqrt{1 + \frac{16}{3} \left(\frac{r_f}{S} \right)^2} \cdot UF \cdot [R_6 + R_7 + .04 \cdot R_9] \\ & \left. + \left[\frac{2300}{A_{xy}} + .0529 + .0000037 \cdot l \right] R_9 + \left[.0032 + .0000028 \cdot l \right] R_8 \right\} \cdot OHF \end{aligned} \quad (\text{Eq. 6})$$

* For $W_T > 1.5 \text{ lbs/Ft}^2$, Consider Use of Kevlar™ Cables In Lieu of Steel Cables

$$\text{Arch Add} = \left[\text{ATC} + \text{AKW} + \text{ASM} + \frac{\text{CPRD}}{1500} + \frac{\text{APBD}}{250} \right] \cdot \frac{\text{OCC}}{A_{xy}} + \text{ARBC} \cdot \frac{l_p}{A_{xy}} \quad (\text{Eq. 7})$$

ATC = Additional Temperature Control = \$10/Occupant

AKW = Additional KW Generator Capacity = \$4/Occupant

ASM = Additional Mechanicals For Snow Melt = \$1/Occupant

CPRD = Cost Per Revolving Door = \$8000/Door

APBD = Additional For Pressure Balanced Doors = \$200/Door

OCC = Number of Occupants. Taken As $.15 \cdot A_{xy}$ For This Study

ARBC = Additional Required For Ring Beam Cover For Snow Melt System
= \$300/Ft. Of Ring Beam

TABLE III: Components Of Air Supported Roof

| | MATERIAL - Lbs. | | | |
|--|-----------------|----------|-------|----------|
| | Steel | Aluminum | Bolts | Neoprene |
| Eccentric Eliminator Frame /Each (Fig 8) | 282 | 100 | 5.3 | 20 |
| Perimeter Fabric Clamp / Ft. | 9.2 | .99 | 1.15 | .42 |
| Cable Fabric Clamp/ Ft. (Fig 9) | .92 | 5.15 | .91 | 1.83 |
| Cable Clamp / Each (Fig 10) | 100 | - | 14 | - |
| Cost / lb - 1987 \$ U.S. | 1.00 | 1.50 | 5.0 | 5.0 |
| % Material Cost | 40% | 67% | 100% | 67% |
| Balance - Labor Cost @ \$ U.S. / Hour | \$30.90 | \$30.90 | - | \$30.90 |

Basic Equations For The Air Supported Roof:

$$l = a \left(\frac{a}{b} \right) \sqrt{\left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1} \left[\frac{3n + 1}{4n} \right] \quad (\text{Eq. 8})$$

where n = number of cables in each direction

$$A_{xy} = ab \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \left[1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{(n-1)}{n} \right] \right\} \quad (\text{Eq. 9})$$

$$l_p = \frac{4b \left(\frac{a}{b} + 1 \right)}{(n+1)} \left\{ 1 + \frac{\sqrt{\left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1}}{\left(\frac{a}{b} + 1 \right)} \cdot \frac{(n-1)}{2} \sqrt{1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{\frac{a}{b}}{\left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2} \right\} \quad (\text{Eq. 10})$$

$$T = \frac{(W_{LL} \pm W_{OL})}{2} \cdot l \sqrt{(1-m)^2 + \frac{1}{16} \left(\frac{l}{R} \right)^2 (1-2m+2m^2)} \quad (\text{Eq. 11})$$

Where: $m = n(n-1) / [(3n+1)(n+1)]$

l_p = Length of Perimeter.

T = Tension in Cables, (+) For Snow Load, (-) For Wind Suction

Tab.- 53

C- Cúpulas tensigrite cubiertas con telas.

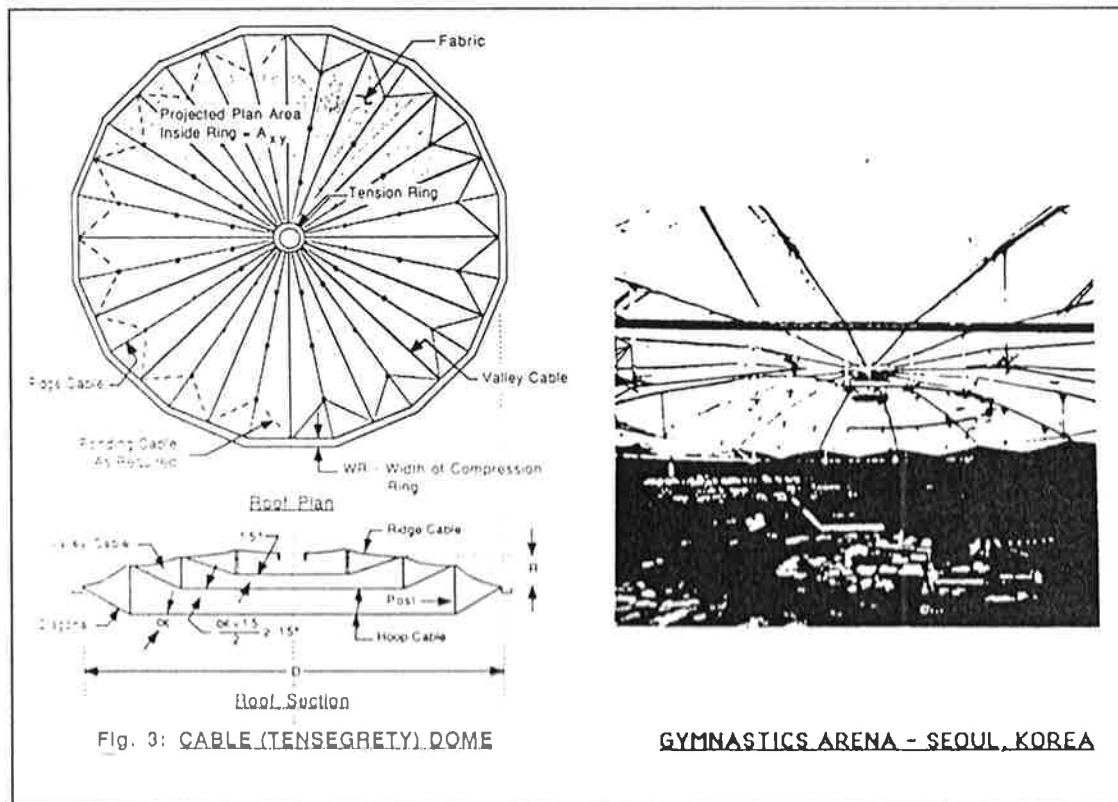


Fig.- 119

Como en los casos anteriores, el tipo está muy acotado.

La primera es referente a detalles constructivos.²⁷³

TABLE VII: Weight of Castings

| Upper Casting | | | | LOWER CASTINGS | | | | | | | | | | | | |
|---------------------|-------------|--------------------|---------------------|--------------------|-----|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|--|
| No. of Ridge Strand | Weight lbs. | Max α° | No. of Diag. Strand | WEIGHT - lbs | | | | | | | | | | | | |
| | | | | No. of Hoop Strand | | | | | | | | | | | | |
| | | | | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 | 200 | 220 | 240 | |
| 0 | 125 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 14 \leq | 262 | 25° | 14 \leq | 360 | 521 | 682 | 843 | | | | | | | | | |
| 28 \leq | 467 | 25° | 28 \leq | | 735 | 896 | 1057 | 1218 | | | | | | | | |
| 52 \leq | 760 | 35° | 52 \leq | | | 1382 | 1552 | 1714 | 1880 | 2046 | | | | | | |
| 78 \leq | 1078 | 35° | 78 \leq | | | | 2114 | 2272 | 2446 | 2612 | 2778 | 2944 | | | | |

Tab.- 54

²⁷³En el artículo se dan algunos dibujos e indicaciones sobre detalles constructivos. No hemos querido reflejarlo aquí por no extendernos más en temas paralelos.

Este tipo de estructura no permite el análisis en componentes separados; por lo que se dan resultados varios jugando con separaciones de arcos no mayores de 22,5m y una variación en tanto en la esbeltez global D/R como en los ángulos α .

La siguiente tabla da los resultados del análisis paramétrico.

TABLE IV: Cable Dome Coefficients, C_i

| | | Diameter-Ft: | | 300 | | 450 | | 600 | | 750 | | 900 | |
|-----------------------------|------|-----------------------|--------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | No. Hoops (segments): | | 1 | (16) | 2 | (20) | 3 | (24) | 4 | (28) | 5 | (32) |
| | | W.L.L. or W.W.L.: | | 12 | 24 | 12 | 24 | 12 | 24 | 12 | 24 | 12 | 24 |
| FUNCTION OF W _{LL} | | D/R | alpha: | 15/25 | 15/25 | 15/25 | 15/25 | 25/35 | 25/35 | 25/35 | 25/35 | 25/35 | 25/35 |
| | | | | | | | | | | | | | |
| FUNCTION OF W _{LL} | C1: | Valley Strand | 10 | — | 0.05 | 0.10 | 0.11 | 0.11 | 0.15 | 0.31 | 0.22 | 0.43 | 0.29 |
| | | lbs/FT2 | 20 | — | 0.05 | 0.10 | 0.21 | 0.42 | 0.30 | 0.58 | 0.42 | 0.83 | 0.54 |
| | C2: | Tension Ring | 10 | — | 0.04 | 0.08 | 0.05 | 0.05 | 0.06 | 0.11 | 0.06 | 0.13 | 0.07 |
| | | lbs/FT2 | 20 | — | 0.04 | 0.08 | 0.11 | 0.21 | 0.11 | 0.22 | 0.13 | 0.25 | 0.14 |
| | C3: | No Valley Cable | 10 | — | 0.90 | 1.80 | 1.30 | 1.30 | 1.40 | 2.70 | 1.50 | 3.00 | 1.70 |
| | | Anchorage (x10-3) | 20 | — | 0.90 | 1.80 | 2.50 | 5.00 | 2.70 | 5.30 | 3.00 | 6.00 | 3.20 |
| | C4: | Erection of | 10 | — | 0.01 | 0.02 | 0.02 | 0.04 | 0.03 | 0.06 | 0.04 | 0.08 | 0.06 |
| | | Above Hrs/FT2 | 20 | — | 0.01 | 0.02 | 0.04 | 0.08 | 0.06 | 0.11 | 0.08 | 0.16 | 0.10 |
| | C5: | Ridge & Ponding | 10 | — | 0.13 | 0.13 | 0.16 | 0.16 | 0.15 | 0.15 | 0.15 | 0.15 | 0.15 |
| | | Rope*/FT2 | 20 | — | 0.13 | 0.13 | 0.16 | 0.16 | 0.16 | 0.16 | 0.15 | 0.15 | 0.15 |
| | C6: | Hoop Strand | 10 | 15 or 25 | 0.10 | 0.19 | 0.40 | 0.75 | 0.56 | 1.08 | 1.15 | 2.20 | 2.16 |
| FUNCTION OF W _{LL} | | lbs/FT2 | 10 | 25 or 35 | 0.06 | 0.11 | 0.24 | 0.46 | 0.36 | 0.69 | 0.68 | 1.31 | 1.20 |
| | | | 20 | 15 or 25 | 0.10 | 0.19 | 0.34 | 0.65 | 0.44 | 0.84 | 0.80 | 1.55 | 1.36 |
| | | | 20 | 25 or 35 | 0.06 | 0.28 | 0.21 | 0.40 | 0.29 | 0.56 | 0.51 | 0.98 | 0.83 |
| | C7: | Diagonal | 10 | 15 or 25 | 0.14 | 0.27 | 0.29 | 0.57 | 0.38 | 0.75 | 0.61 | 1.19 | 0.96 |
| | | Strand | 10 | 25 or 35 | 0.11 | 0.20 | 0.22 | 0.44 | 0.31 | 0.60 | 0.46 | 0.90 | 0.68 |
| | | lbs/FT2 | 20 | 15 or 25 | 0.18 | 0.35 | 0.30 | 0.57 | 0.36 | 0.70 | 0.53 | 1.04 | 0.75 |
| | | | 20 | 25 or 35 | 0.15 | 0.28 | 0.24 | 0.47 | 0.31 | 0.60 | 0.43 | 0.84 | 0.59 |
| | C8: | Number of Hoop | 10 | 15 or 25 | 0.51 | 0.88 | 0.88 | 1.63 | 0.91 | 1.74 | 1.36 | 2.57 | 2.00 |
| | | and Ridge Cable | 10 | 25 or 35 | 0.37 | 0.60 | 0.62 | 1.14 | 0.68 | 1.27 | 0.91 | 1.73 | 1.26 |
| | | Anchorage | 20 | 15 or 25 | 0.56 | 1.02 | 0.80 | 1.50 | 0.77 | 1.43 | 1.00 | 1.94 | 1.35 |
| | | X10-2) | 20 | 25 or 35 | 0.41 | 0.74 | 0.57 | 1.06 | 0.59 | 1.10 | 0.74 | 1.38 | 0.93 |
| | C9: | Castings | 10 | 15 or 25 | 0.14 | 0.22 | 0.27 | 0.46 | 0.31 | 0.53 | 0.48 | 0.87 | 0.76 |
| | | lbs/FT2 | 10 | 25 or 35 | 0.11 | 0.15 | 0.20 | 0.32 | 0.23 | 0.38 | 0.33 | 0.57 | 0.47 |
| | | | 20 | 15 or 25 | 0.14 | 0.22 | 0.24 | 0.41 | 0.26 | 0.44 | 0.37 | 0.66 | 0.53 |
| | | | 20 | 25 or 35 | 0.11 | 0.15 | 0.18 | 0.29 | 0.20 | 0.33 | 0.27 | 0.46 | 0.36 |
| | C10: | Post | 10 | 15 or 25 | 0.39 | 0.46 | 0.44 | 0.59 | 0.82 | 1.30 | 1.15 | 1.95 | 1.70 |
| | | lbs/FT2 | 10 | 25 or 35 | 0.54 | 0.68 | 0.63 | 0.91 | 1.20 | 1.98 | 1.62 | 2.81 | 2.26 |
| | | | 20 | 15 or 25 | 0.23 | 0.25 | 0.24 | 0.28 | 0.38 | 0.51 | 0.44 | 0.63 | 0.52 |
| | | | 20 | 25 or 35 | 0.35 | 0.40 | 0.34 | 0.44 | 0.58 | 0.85 | 0.68 | 1.05 | 0.81 |
| | C11: | Erection of | 10 | 15 or 25 | 0.17 | 0.22 | 0.22 | 0.33 | 0.22 | 0.35 | 0.29 | 0.48 | 0.40 |
| | | Above Hrs/FT2 | 10 | 25 or 35 | 0.15 | 0.18 | 0.18 | 0.25 | 0.18 | 0.27 | 0.22 | 0.35 | 0.28 |
| | | | 20 | 15 or 25 | 0.17 | 0.24 | 0.21 | 0.31 | 0.20 | 0.30 | 0.23 | 0.38 | 0.29 |
| | | | 20 | 25 or 35 | 0.15 | 0.20 | 0.17 | 0.24 | 0.17 | 0.25 | 0.19 | 0.29 | 0.22 |
| | C12: | M Mat.: Upper | 10 | — | 1.14 | 1.14 | 1.13 | 1.13 | 1.14 | 1.14 | 1.14 | 1.14 | 1.14 |
| | | E FT2/FT2 | 20 | — | 1.10 | 1.10 | 1.10 | 1.10 | 1.10 | 1.10 | 1.11 | 1.11 | 1.11 |
| | C13: | M lower | 10 | — | 1.14 | 1.14 | 1.13 | 1.13 | 1.14 | 1.14 | 1.14 | 1.14 | 1.14 |
| | | E FT2/FT2 | 20 | — | 1.10 | 1.10 | 1.10 | 1.10 | 1.10 | 1.10 | 1.11 | 1.11 | 1.11 |
| | C14: | R Clamp | 10 | — | 0.42 | 0.42 | 0.34 | 0.34 | 0.30 | 0.30 | 0.27 | 0.27 | 0.26 |
| | | A lbs/FT2 | 20 | — | 0.40 | 0.40 | 0.32 | 0.32 | 0.29 | 0.29 | 0.26 | 0.26 | 0.25 |
| | C15: | N Erection Upper | 10 | — | 0.09 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
| | | E Hrs/FT2 | 20 | — | 0.09 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
| | C16: | Lower | 10 | — | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
| | | Hrs/FT2 | 20 | — | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.04 |
| | C17: | Compression | 10 | 15 or 25 | 1.60 | 3.00 | 4.30 | 8.20 | 5.70 | 10.90 | 10.60 | 20.30 | 18.80 |
| | | Ring | 10 | 25 or 35 | 1.10 | 1.90 | 2.80 | 5.40 | 3.90 | 7.40 | 6.60 | 12.70 | 11.00 |
| | | rd./FT2 | 20 | 15 or 25 | 1.90 | 3.50 | 4.10 | 7.80 | 4.90 | 9.50 | 8.20 | 15.90 | 13.10 |
| | | (X10-3) | 20 | 25 or 35 | 1.40 | 2.50 | 2.80 | 5.40 | 3.60 | 6.90 | 5.70 | 10.90 | 8.60 |

Tab.- 55

La siguiente tabla da resultados similares para el caso en que el número de arcos es doble; es decir, el espacio entre los arcos está subdividido. Aquí se asume que los valores máximos de la carga de nieve y viento son iguales, ó 12psf (60kp/m²) ó 23psf (115kp/m²). (La tabla anterior, en cambio, permite usar diferente valore de viento y nieve.).

Los mejores resultados se dan para una esbeltez alta, un ángulo de arranque α fuerte y una separación grande entre arcos.

TABLE VI: Total Cable Dome Cost

| | | Diameter-Ft: | | 300 | | 450 | | 600 | | 750 | | 900 | |
|--|-----------------|-----------------------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | W.L.L. or W.W.L.: | | 12 | 24 | 12 | 24 | 12 | 24 | 12 | 24 | 12 | 24 |
| | | D/R | alpha: | 15/25 | 15/25 | 15/25 | 15/25 | 25/35 | 25/35 | 25/35 | 25/35 | 25/35 | 25/35 |
| | | No. Hoops (segments): | | 1 | (16) | 2 | (20) | 3 | (24) | 4 | (28) | 5 | (32) |
| | Total Roof Cost | 10 | 15 or 25 | 33.4 | 37.9 | 38.3 | 48.7 | 40.4 | 54.0 | 49.9 | 72.7 | 65.6 | 103 |
| | 1987 US \$/ft2 | 10 | 25 or 35 | 32.2 | 35.3 | 35.2 | 42.8 | 37.4 | 47.9 | 43.0 | 59.3 | 52.0 | 76.8 |
| | In USA | 20 | 15 or 25 | 32.8 | 37.9 | 37.5 | 48.0 | 38.5 | 50.7 | 44.7 | 63.7 | 53.7 | 81.9 |
| | | 20 | 25 or 35 | 31.5 | 35.3 | 34.7 | 42.7 | 36.2 | 46.1 | 40.3 | 54.7 | 45.9 | 66.5 |
| | Total Roof Cost | 10 | 15 or 25 | 20.3 | 21.5 | 21.8 | 24.8 | 22.7 | 26.9 | 25.9 | 33.1 | 31.2 | 43.4 |
| | 1987 US \$/ft2 | 10 | 25 or 35 | 20.0 | 20.9 | 21.0 | 23.2 | 21.9 | 25.3 | 23.9 | 29.2 | 27.0 | 35.2 |
| | In Korea | 20 | 15 or 25 | 19.6 | 21.0 | 21.2 | 24.2 | 21.7 | 25.3 | 23.7 | 29.4 | 26.7 | 35.4 |
| | | 20 | 25 or 35 | 19.3 | 20.3 | 20.4 | 22.7 | 21.0 | 24.0 | 22.4 | 26.8 | 24.2 | 30.6 |
| | | No. Hoops (segments): | | 2 | (16) | 4 | (20) | 6 | (24) | 8 | (28) | 10 | (32) |
| | Total Roof Cost | 10 | 15 or 25 | 38.1 | 46.6 | 59.8 | 88.3 | 68.4 | 105 | 122 | 209 | 245 | 447 |
| | 1987 US \$/ft2 | 10 | 25 or 35 | 35.6 | 41.5 | 45.3 | 60.7 | 51.6 | 73.5 | 75.1 | 119 | 118 | 210 |
| | In USA | 20 | 15 or 25 | 37.3 | 45.2 | 49.7 | 70.4 | 53.7 | 79.0 | 75.9 | 123 | 115 | 200 |
| | | 20 | 25 or 35 | 35.0 | 41.0 | 41.2 | 54.2 | 45.3 | 62.7 | 57.4 | 86.9 | 76.7 | 125 |
| | Total Roof Cost | 10 | 15 or 25 | 21.3 | 23.6 | 27.8 | 35.9 | 30.8 | 41.9 | 47.9 | 74.7 | 87.7 | 152 |
| | 1987 US \$/ft2 | 10 | 25 or 35 | 20.7 | 22.4 | 23.6 | 28.0 | 25.8 | 32.4 | 33.4 | 47.0 | 47.4 | 76.5 |
| | In Korea | 20 | 15 or 25 | 20.7 | 22.9 | 24.5 | 30.4 | 26.0 | 33.4 | 33.1 | 47.3 | 45.9 | 72.3 |
| | | 20 | 25 or 35 | 20.2 | 21.8 | 22.1 | 25.7 | 23.5 | 28.6 | 27.3 | 36.2 | 33.6 | 48.4 |

Tab.- 56

COMPARACIONES entre los tres sistemas.

Se comparan los tres sistemas para una carga viva de 20 y 40 psf (100 y 200 kp/m²) para el emparrillado Takenaka; y en los otros dos sistemas se usa una carga del 60% de ésta (reducción acorde al ANSI Code A58.1; 1973).

La comparación se hace para los sistemas aplicados en EE.UU. y en Corea. Los dos siguientes grupos de figuras son los resultados. A nosotros nos interesa especialmente la banda (2), si bien los otros datos son de gran interés (incluso los referentes a honorarios profesionales). Se dan algunos coeficientes de costo para éstos dos países, pero no los reproduciremos; pues nuestro problema es otro (la diferencia de la repercusión en el costo de la mano de obra es algo que puede cambiar completamente los datos).

Llama la atención sobre algo que ya advertíamos, y es la *peculiaridad de los resultados en el caso de las neumáticas*. Todas sus parámetros de coste tienden a no variar con el incremento de la luz. Hay que anotar que en éste caso la comparación no es -leal-, ya que los costos energéticos de mantener la estructura con presión interior no son contemplados; y si se van integrando a lo largo del tiempo, la gráfica resultante pasaría a tener un aspecto similar a las otras dos. Eso sin hablar de las posibles diferencias de costes energéticos por pérdidas. El gran problema lo tiene la inflable, que tiene muy difícil aislamiento.

La otra pequeña trampa (de la que en éste caso sí nos advierte), es la gran diferencia de prestaciones que se exige al cerramiento de cubierta convencional como la de la Takenaka frente a las otras dos. Los materiales y sus costos son bien distintos.

En la curva de costo total de las infladas, que se representa con una banda; agruparía en la parte superior de la misma el costo por área proyectada dentro del anillo de borde, y la parte inferior sería la unitaria pero contando los 14 pies (4,2m) de anchura proyectada del anillo.

En los datos analizados podemos ver claramente que el sistema de menos consumo de material no siempre es el sistema de menos costo total. Esto es claro, y es el principal motivo para no estudiar el problema del coste en nuestro trabajo (en el capítulo 4.3 se habla más de este tema).

Fig 12: COST COMPARISON OF STRUCTURAL SYSTEMS IN U.S.A.

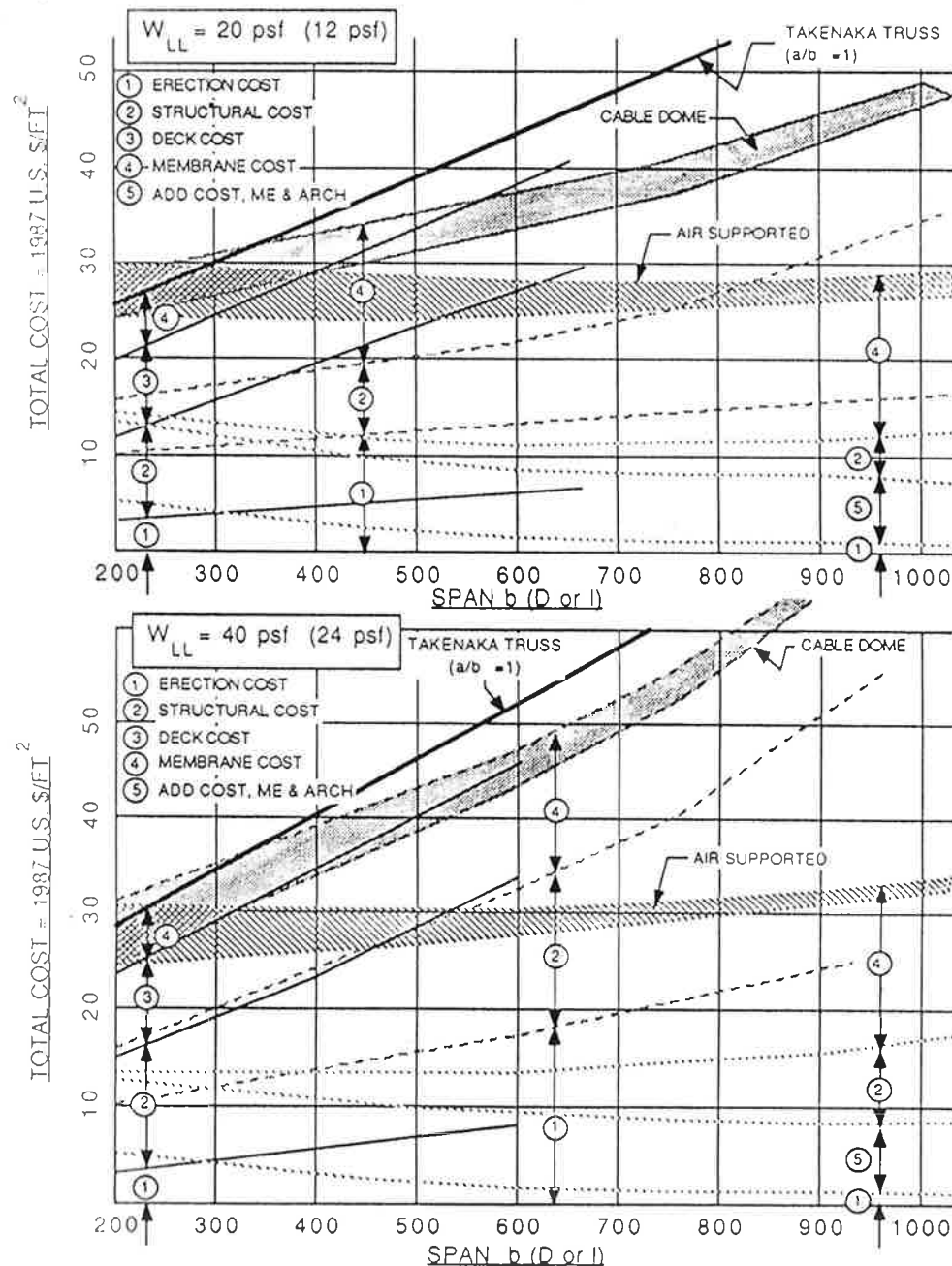


Fig - 120

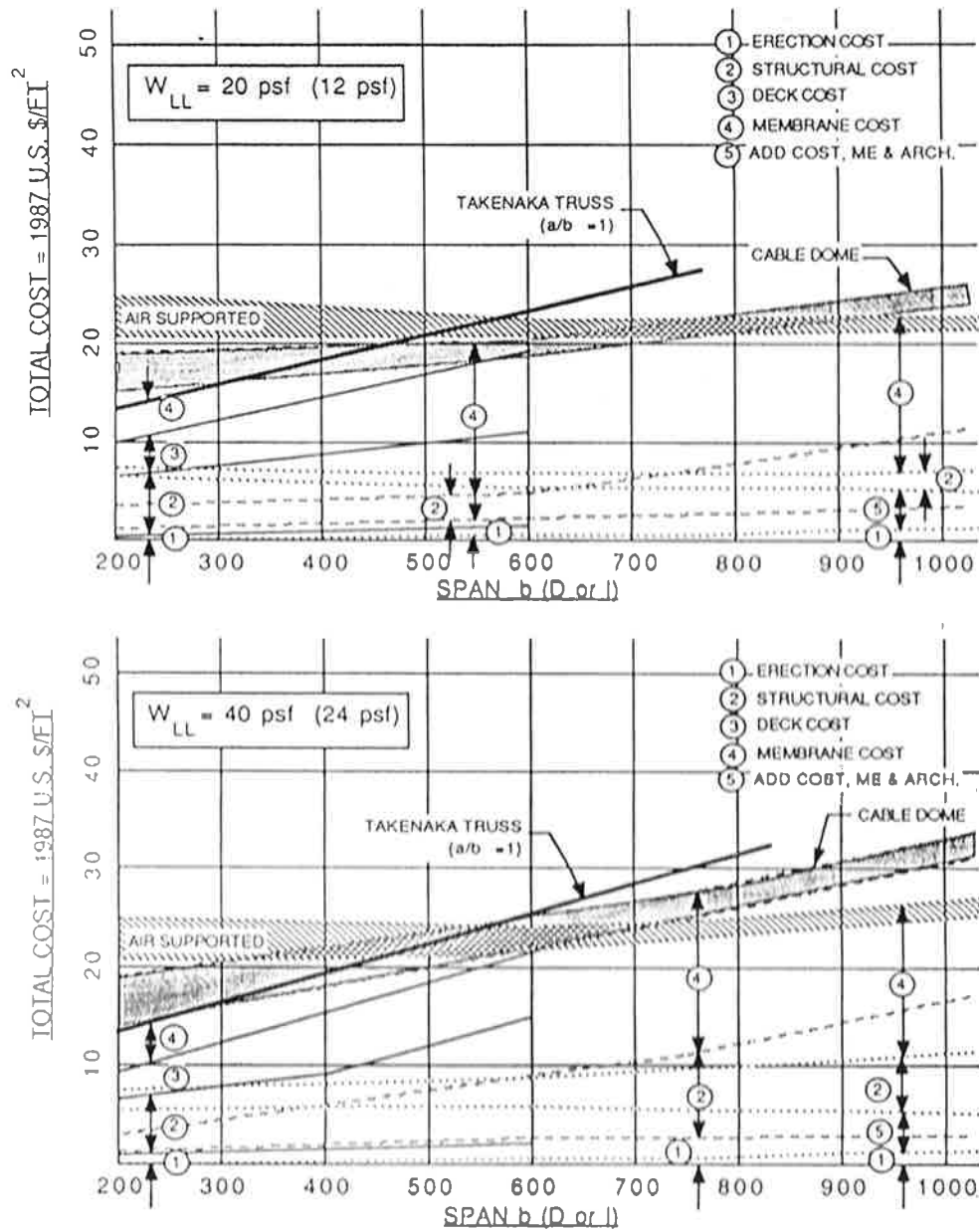
Fig 13: COST COMPARISON OF STRUCTURAL SYSTEMS IN KOREA

Fig.- 121

Ricardo Aroca²⁷⁴

Conceptualmente su trabajo esta en la línea de Maxwell, Michell y Cox. No obstante, **el salto es importante y con él quedan definidas las variables básicas del problema y sus relaciones. Esto supone un avance considerable en el terreno del diseño de estructuras.**

Veamos algunos aspectos destacados, aunque dejaremos las demostraciones para más adelante. La nomenclatura empleada es la descrita en el léxico.

Partamos del peso total de la estructura para llegar a la definición de Cantidad de Estructura (quantity of material)(del mismo modo que Maxwell lo hace).

El punto de partida sería el establecido por Maxwell y Michell.

$$w_T - w_C = k ;$$

$$w = \sum |N_{ij} L_{ij}| \Rightarrow w = w_T + w_C ;$$

$$\phi = w \rho / \sigma \Rightarrow \phi = w / A ;$$

Un caso de particular interés es aquél en el que todas las fuerzas están aplicadas sobre una misma línea y además son ortogonales a ésta. En ese caso *la constante de Maxwell es igual a cero.*

$$w_T - w_C = 0 ;$$

Del teorema de Maxwell se desprenden dos importantes corolarios:

1. *Todas las estructuras en las cuales la totalidad de sus barras estén sólo comprimidas o sólo traccionadas son equivalentes, y además son mínimas.*
2. *Para minimizar el peso total de una estructura basta minimizar sólo la parte comprimida o la traccionada independientemente.*

EXPRESIÓN GENERAL DEL PESO DE UNA ESTRUCTURA DE LUZ HORIZONTAL.

Para toda estructura que **salva luces horizontales**, la cantidad de estructura puede expresarse de la forma:

$$w = P L (A\lambda + B/\lambda) ; \text{ ec.- 87}$$

siendo P la carga exterior, L el tamaño, A y B constantes de forma y λ la esbeltez.

Dada la relación entre cantidad de estructura y peso propio:

$$\phi = (P L / A) (A\lambda + B/\lambda) ; \text{ ec.- 88}$$

El factor $(A\lambda + B/\lambda)$ es justamente la constante K de Cox.

²⁷⁴ Las primeras referencias escritas parten de una tesis doctoral dirigida por él: De Miguel Rodríguez, José Luis. "Trabajo Estructural. Un Nuevo Escalar de las Estructuras". Ph. D. ETSAM, Madrid. 1974. Las referencias más importantes, no obstante, están dentro de sus clases de doctorado de los últimos años; dentro del curso de doctorado de la ETSAM titulado: "Geometría y Proporción en Estructuras".

No obstante, la mayoría de sus escritos están en manuscritos no publicados.

Dentro del Departamento de Estructuras de la ETSAM; y siguiendo los trabajos de Ricardo Aroca, hay también algún trabajo de Jaime Cervera; véase:

Cervera Bravo, Jaime. "Las Estructuras y el Peso Propio". *Informes de la Construcción*. Vol. 42; n°407, May/Jun. 1990. . BET.

Cervera Bravo, Jaime. "Tres Teoremas Fundamentales de la Teoría del Diseño de Estructuras". *Informes de la Construcción*. Vol. 40; n° 399. Enc.-Feb. 1989.

Cervera Bravo, Jaime. "Cap. 5: Tamaño y Proporción de las Estructuras". *Diseño de Estructuras de Edificación; Madrid*. Departamento de Estructuras, ETSAM (Publicación Interna). 1993.

RELACIÓN ENTRE CANTIDAD DE ESTRUCTURA Y MÍNIMOS.

Demostraremos más adelante que:

$$\begin{aligned}\Sigma NL &= \Sigma N_x L_x + \Sigma N_y L_y \Rightarrow w = w| + w-; \\ w &= w|_T + w_{T-} + w|_C + w_{C-};\end{aligned}$$

TEOREMA.

Para toda solución óptima (w_0); se cumple la relación:

$$w_0| = w_{0-}; \text{ ec.- 89}$$

e, igualmente:

$$w_0|_T = w_{0-T} = w_0|_C = w_{0-C}; \text{ ec.- 90}$$

con lo que; en los casos en los que la constante de Maxwell es cero ($k_M=0$);

$$w_0 = 4w|_T = 4w_{T-} = 4w|_C = 4w_{C-}; \text{ ec.- 91}$$

VARIACIÓN DE LA CANTIDAD DE ESTRUCTURA CON EL CAMBIO DE PROPORCIÓN.

Partamos de un esquema dado de esbeltez λ_i y hagamos una transformación afin pasando a una nueva esbeltez λ ;

$$w- = w_{-1} * \lambda/\lambda_i; \text{ ec.- 92}$$

$$w| = w|_i * \lambda_i/\lambda; \text{ ec.- 93}$$

A través de las dos ecuaciones precedentes llegamos a la ecuación general que determina la cantidad de estructura total en relación a la esbeltez inicial.

$$w = w- + w| = (w_{-1} * \lambda/\lambda_i) + (w|_i * \lambda_i/\lambda); \text{ ec.- 94}$$

En el caso de **esquemas óptimos**; donde ($w_0| = w_{0-}$); la ecuación anterior se podrá poner como:

$$w = 1/2 w_0 (\lambda/\lambda_0 + \lambda_0/\lambda); \text{ ec.- 95}$$

donde w_0 es la cantidad de estructura del esquema óptimo.

Lo normal es que partamos de un esquema inicial cualquiera donde ($w- \neq w|$); y lo que nos interesa es obtener w_0 y λ_0 . Podremos deducirlos a través de las relaciones anteriores:

$$w- = 1/2 w_0 \lambda/\lambda_0; \text{ ec.- 96}$$

$$w| = 1/2 w_0 \lambda_0/\lambda;$$

Vemos que estas expresiones fueron hechas, de manera muy similar, por Waddell. La diferencia es que él partía de que en el óptimo el material de los cordones era igual al del alma; y eso no es exacto. Pero en realidad no decimos toda la verdad. Cuando habla de proporciones ecocómicas habla de esbeltece

sensiblemente más altas que las que resultan de estos óptimos teóricos. Con lo que el planteamiento empieza a ser ya más exacto.

De ambas $\Rightarrow (w_o^2)/4 = (w_{\text{—}} * w_{\text{|}})$; de donde:

$$w_o = 2\sqrt{(w_{\text{—}} * w_{\text{|}})}; \text{ ec.- 97}$$

$$\lambda_o = \lambda\sqrt{(w_{\text{—}} / w_{\text{|}})}; \text{ ec.- 98}$$

A su vez, utilizando las relaciones:

$$w_{\text{—}} = H \varphi L;$$

$$w_{\text{|}} = V \varphi L;$$

$$w = (H+V) \varphi L;$$

donde H y V son constantes de forma de la cantidad de estructura horizontal y vertical respectivamente; se llega a:

$$w_o = 2 \varphi L \sqrt{(H+V)}; \text{ ec.- 99}$$

$$\lambda_o = \lambda \sqrt{(H+V)}; \text{ ec.- 100}$$

IASS (International Association for Shell and Spatial Structures).

ANOTACIONES DE INTERÉS SOBRE OTROS DATOS DE TAMAÑO, PROPORCIÓN Y PESO DE MEDIANAS Y GRANDES CUBIERTAS.

La IASS fue fundada en 1959 por Torroja²⁷⁵. Desde entonces ha mantenido un nivel razonablemente alto en sus artículos; sobre todo hasta los años 80. Alguna de las referencias que hemos comentado proceden de dicha publicación; y se han comentado a parte por su gran peso específico.

No obstante, hay otro grupo de autores que tiene artículos de interés por cuanto ofrecen una recopilación de datos sobre tamaño, proporciones, materiales y peso de muchas estructuras construidas; algunas de ellas de un añadido valor arquitectónico incuestionable (como es el caso de muchas de las grandes cubiertas japonesas).

Todos estos estudios tienen fundamentalmente un carácter recopilatorio; aunque sin adentrarse en mayores análisis.

Los trabajos del IIT presentados son más amplios y sistemáticos, y dejan perfectamente definido la relación entre tipo y tamaño para la mayoría los diseños usados en acero y hormigón. Por ello, aquí sólo daremos un breve resumen de los trabajos que considero más -jugosos-; intentando que en algún caso puedan servir de complemento.

Makowski, Z. S. 276

La mayor parte de sus publicaciones versan en torno a cubiertas de barras. Se da una descripción de formas, luces y materiales de las más grandes estructuras de este tipo de finales de los setenta y los ochenta. Los tamaños actuales no son mayores.

Rühlle, Hermann. 277

Exhaustiva recopilación de datos sobre láminas de hormigón prefabricado, con un repertorio amplísimo de tipos. Se indica: tamaño, área, peso por metro cuadrado medio, tiempo (en hora/m²) de preparación del encofrado, tiempo (en hora/m²) de la puesta en obra del armado, sistema de prefabricado y referencias de la estructura.

Tsuboi, Y. 278

Amplísima recopilación de grandes láminas y membranas construidas en Japón, con distintos tipos y materiales. Algunas de ellas son clásicos de la arquitectura contemporánea, y la talla del autor le da un valor añadido al trabajo.

Las siguientes referencias tienen el denominador común de su **procedencia soviética**. Con ello tapamos un poco ese gran hueco que sin duda dejamos.

Glukhovsky, K.A.; Khaidukov, G.K.; Trofimov, V.I. 279

²⁷⁵Su secretaría todavía permanece en España; en el laboratorio del CEDEX (en la calle Alfonso XII de Madrid). Disponen en su biblioteca de todos los números de la revista.

276

Makowski, Z. S. "History of the Development of Braced Domes". *Proceedings of the IASS; Domes from Antiquity to the Present; Istanbul, Turkey, May/June 1988*. 1988. . BCDX.

Makowski, Z.S. "A Worldwide Review of Space Structures in Sports Buildings". *Proceedings of the International Colloquium on Space Structures for Sports Buildings; Beijing, China; Oct. 27-30; 1987; Lan, Tien T.; Zhilian, Yuan (Edr.); London. Elsevier Applied Science. 1987. . BCDX.*

²⁷⁷Rühlle, Hermann. "Some Fundamental Observations on the Present and Future Development of Precast Concrete Shells". *Proceedings of the World Conference on Shell Structures; San Francisco, Oct. 1-4, 1962; Spangler R.W. (Tech. Edr.); Washington D. C. National Academy of Sciences- National Research Council. (Publication n° 1187). 1962. . BCDX.*

²⁷⁸Tsuboi, Y. "Large-Span Shells Structures in Japan". *Proceedings of the International Conference on Large-Span Shells. IASS; Vol. I; Leningrad (URSS); Sep. 6-9, 1966; Moscow. Tsinis. 1968. . BCDX.*

²⁷⁹Glukhovsky, K.A.; Khaidukov, G.K.; Trofimov, V.I. "Lightweight Space Roof Structures in the URSS". *Proceedings of the International Conference on Lightweight Shell and Space Structures for Normal and Seismic Zones. IASS; Section 2; Alma-Ata (URSS); Sep. 13-16, 1977; Mir Publishers. 1977. . BCDX.*

De todos ellos este trabajo es el más interesante y completo; ya que aporta datos sobre toda la gama de tipos y materiales que se utilizaban en esos años,

Tzelin, Lu. 280

Este trabajo es el siguiente en interés por las luces tratadas y recoger las luces -deportivas- más grandes, a nivel internacional, del momento.

Podemos citar otros²⁸¹ trabajos de menor importancia; aunque interesantes.

²⁸⁰Tzelin, Lu. "The Developments and Tendency of Long Span Structures in Sports Buildings". *Proceedings of the IASS; Vol. 2; Moscow; 1985.* 1985. . BCDX.

²⁸¹Fridman, Yu. G.; Travush, V.I.; Zapol, M. Yu. "Long Span Spatial Structures of Public Buildings". *Proceedings of the International Conference on Lightweight Shell and Space Structures for Normal and Seismic Zones. IASS; Section 2; Alma-Ata (URSS); Sep. 13-16, 1977.* . Mir Publishers. 1977. . BCDX.

Morozov, A.P. "Space Structures in Civil Engineering". *Proceedings of the International Conference on Lightweight Shell and Space Structures for Normal and Seismic Zones. IASS; Section 2; Alma-Ata (URSS); Sep. 13-16, 1977.* . Mir Publishers. 1977. . BCDX.

Gorenstein, B.V.; Lipnitsky, M.E. "Long-Span Structures for Industrial and Commercial Buildings". *Proceedings of the International Conference on Lightweight Shell and Space Structures for Normal and Seismic Zones. IASS; Section 2; Alma-Ata (URSS); Sep. 13-16, 1977.* . Mir Publishers. 1977. . BCDX.

Giproorgshakhtostroy, Karaganda; Kats, L.Ya.; Matselinsky, R.N.; Rukhlin, F.G.; Spannut, L.S. "Large-Dimensioned Reinforced Concrete Arched Panel Shell Roofs Used for the Construction of Buildings in Kazakhstan". *Proceedings of the International Conference on Lightweight Shell and Space Structures for Normal and Seismic Zones. IASS; Section 2; Alma-Ata (URSS); Sep. 13-16, 1977.* . Mir Publishers. 1977. . BCDX.

3.4.1 EL EDIFICIO EN ALTURA en la segunda década del s. XX.

Con el edificio en altura cerramos todos los tipos que se han usado en estructuras de arquitectura. La información en este punto va a estar tan acompañada en el desarrollo teóricos. No obstante, este es un tema bastante estudiado; por lo que dicho vacío es asumible perfectamente.

En los años 60 y 70 tenemos algo de información teórica sobre el edificio en altura, derivados del gran número de edificios en altura que se hicieron en aquellos años. El hombre clave es Fazlur Khan.

En este tipo de problemas, estudiaremos una monografía clásica, y aún no superada, publicada por el ASCE; la parte de diseño nos da consejos al respecto.

Quizás sea conveniente familiarizarse antes, de modo gráfico, con la nomenclatura acuñada para los distintos tipo de edificios en altura²⁸².

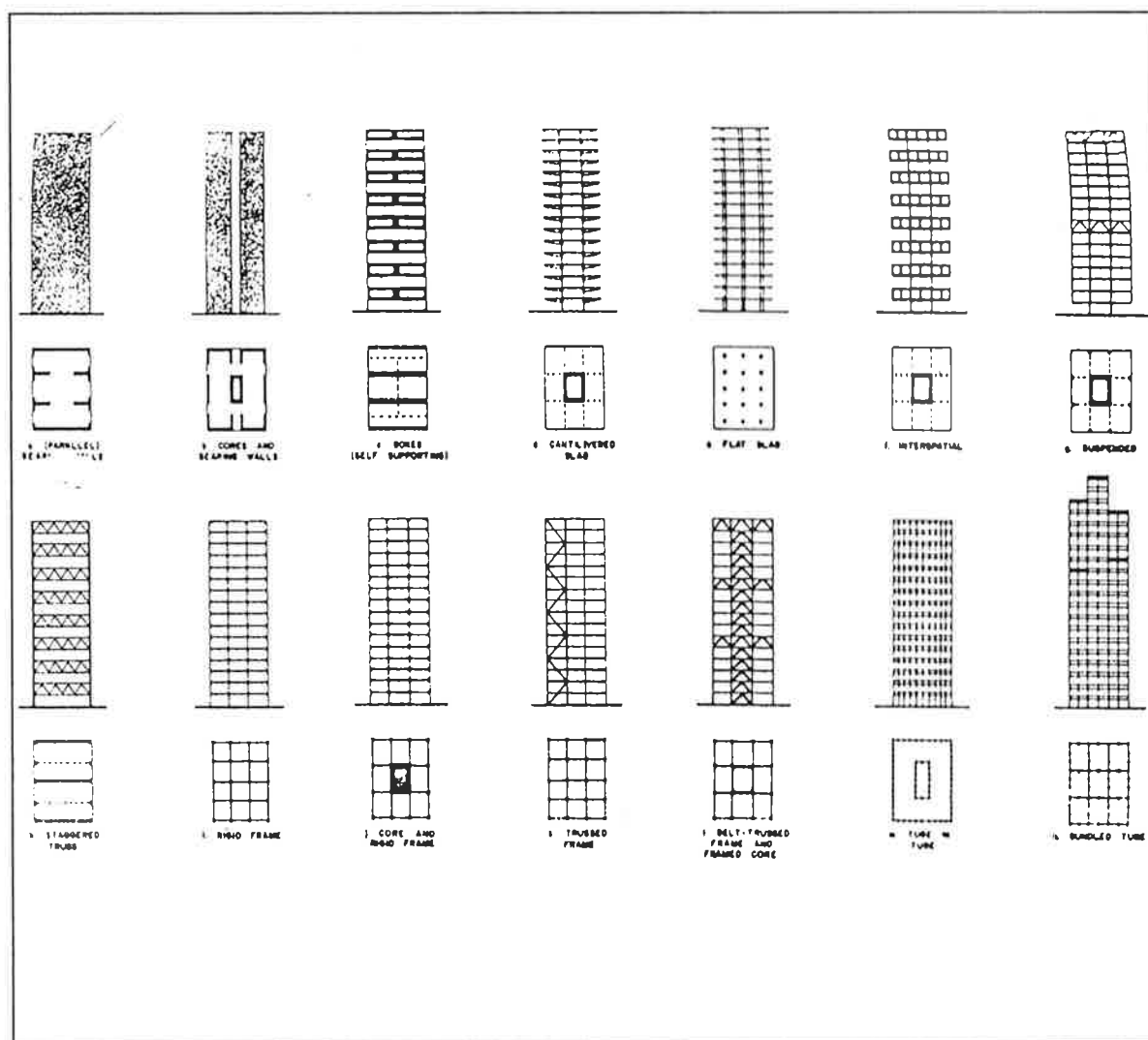


Fig.- 122

²⁸² tomado de: Schueller, Wolfgang. "High-Rise Building Structures". 2nd ed.; Malabar (Florida). Robert E Krieger Publishing Co. 1986 (1977). BAVL (AA 6230 Sch 791).

Fazlur Khan²⁸³ & S.O.M.

No se puede hablar del edificio en altura sin nombrarlo una y otra vez. Se perfil está más próximo a los ingenieros del XIX que a los actuales. A su capacidad como técnico se une su claridad en los conceptos y su gran capacidad para crear formas lógicas nuevas.

Ya hemos visto, al hablar de Goldsmith, que tenía una importante vinculación docente con el Departamento de Arquitectura del IIT²⁸⁴. Antes no hemos mencionado que Goldsmith a su vez también trabajaba con el SOM. Es decir; SOM y IIT son dos instituciones con una relación mutua e importante.

Hay que volver a subrayar que en los trabajos que hemos analizados dirigidos por Goldsmith, el papel de Khan es fundamental; ya que trabajó en muchos casos en la dirección y co-dirección de las tesis. Sin él la interpretación de esa nube de datos hubiera sido seguramente algo menos sencillo y claro.

Fazlur Khan desarrolló varios de los rascacielos más altos del mundo. El Sears y el John Hancock están entre los seis más altos del mundo. No obstante, los trabajos de -mediana- luz son innumerables. Hay además un interesante proyecto para el World Trade Center de Chicago que iba a ser más alto que el Sears.

Supo siempre mantener una relación muy fructífera con los arquitectos; y de ahí su vinculación a la escuela de arquitectura del IIT. Ese entendimiento de la forma le hace verdaderamente único.

Parece claro que una persona así tenga algo que decirnos sobre nuestra investigación. El SOM, dirigido por Khan, lleva a cabo un trabajo que estudió la relación de la altura del rascacielos con el tipo estructural más razonable de aplicación. Les mueve una motivación eminentemente práctica. No hay publicada mucha información teórica al respecto. La bibliografía es más bien dispersa y en general nos da los resultados sin esclarecer el proceso; aunque sin duda la experiencia de decenas de años haciendo rascacielos es más que base suficiente.

Veamos una de las gráficas elaboradas por Khan²⁸⁵.

²⁸³En la bibliografía recogo los artículos que he encontrado sobre él; aunque la relación seguro que no es completa. En 1992 tuve noticias de que personal del S.O.M. estaba desarrollando una publicación a partir de la recopilación de todos sus artículos. Desconozco si ya ha visto la luz. Sin duda es una publicación necesaria.

²⁸⁴La labor que antes realizaba F. Khan es ahora desarrollada por uno de sus íntimos colaboradores: Mahjoub M. El Nimeiri.

²⁸⁵c.f.: Jashvantlad Modi, Himanshu, "1015 Foot High Multi-Use Building". M.A. IIT, Chicago. 1989. BPGV.

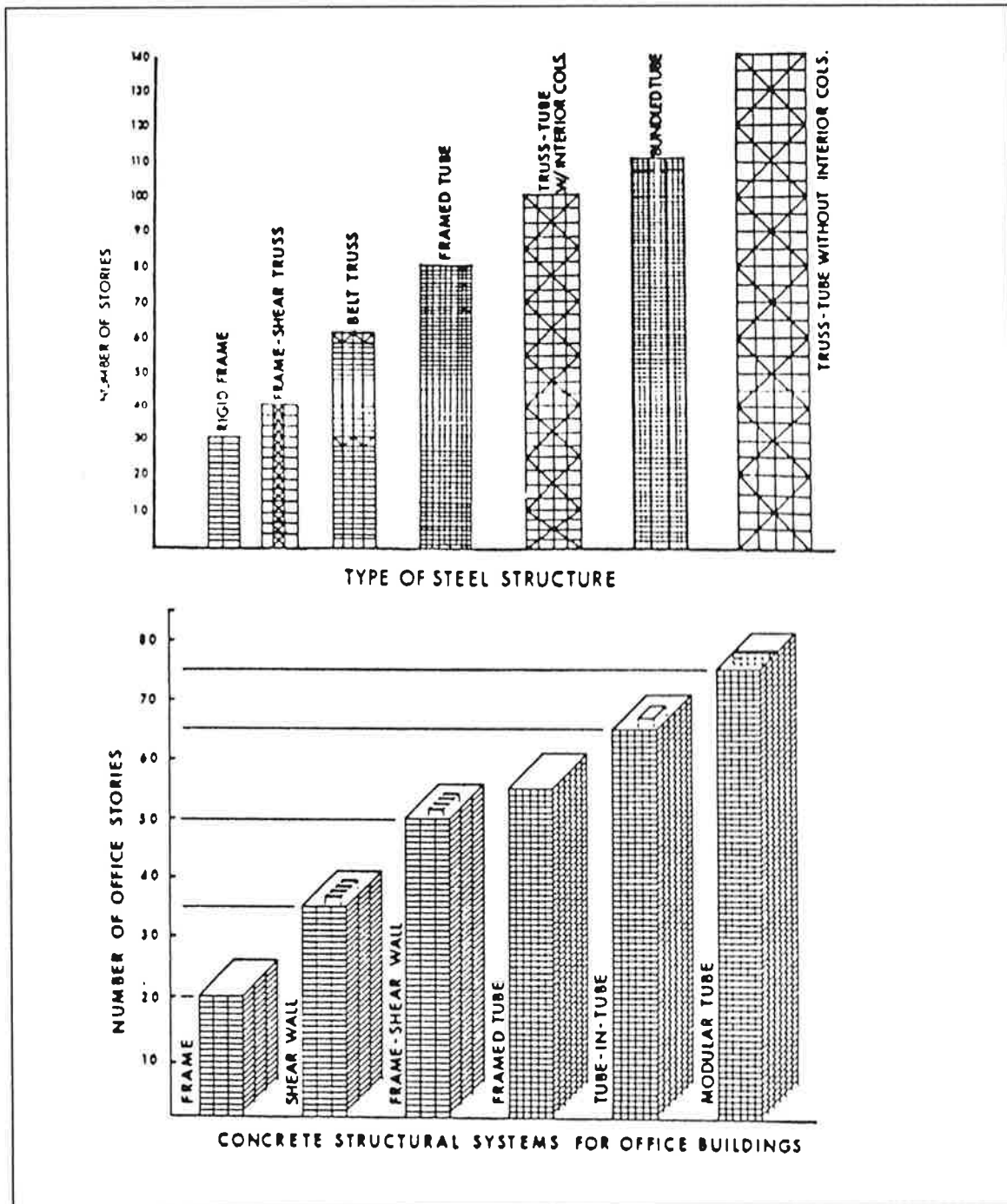


Fig.- 123

Otro punto importante en el trabajo de Khan es el esclarecer, para el edificio en altura, la relación entre tamaño y peso. Podemos resumir esa relación en una gráfica²⁸⁶ (esta y la anterior han sido recogidas en multitud de publicaciones sobre edificios en altura; aunque desgraciadamente en muchas de ellas no se cita la autoría):

²⁸⁶Khan, Fazlur R. "Structural Theories and their Architectural Expression- A Review of Possibilities". *The Chicago Architectural Journal*, Vol. 1, 1981, BPG.

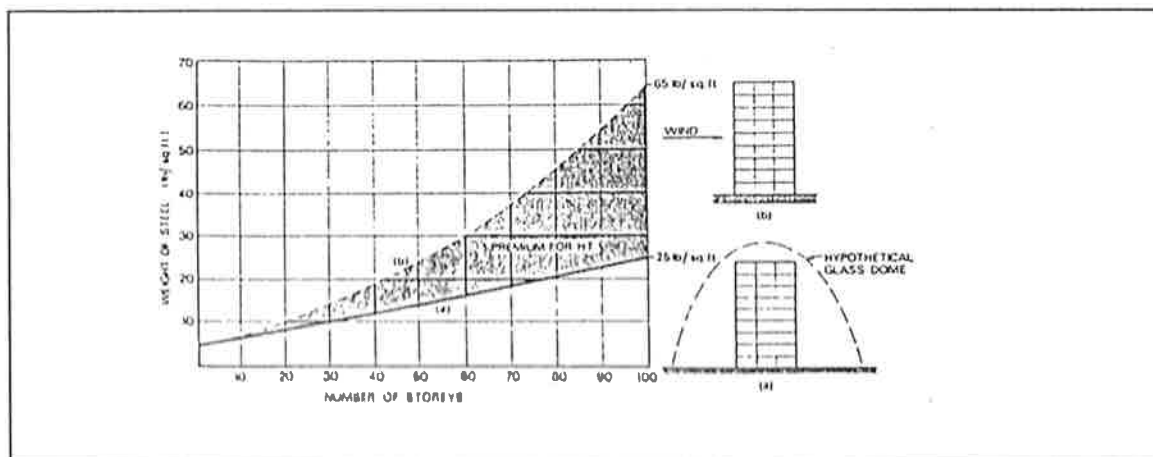


Fig.- 124

Si no consideramos el viento, el incremento del número de plantas nos conduce a crecimientos de peso básicamente proporcionales. Ahora bien, al considerar el viento el aumento de peso se dispara; teniendo por tanto éste una contribución no lineal. Este esquema se repite sea cual sea el tipo.

Es importante anotar que *el crecimiento de tamaño que se plantea no es afín*. En el edificio en altura, los crecimientos afines sólo tienen sentido en un intervalo muy pequeño de tamaño, ya que las dimensiones de la planta están en la práctica dentro un abanico menos amplio que la altura. Además, a medida que crecen en altura ganan en estabilidad, por lo que *a mayor tamaño pueden ser más esbeltos*²⁸⁷. Por ello, *el mantenimiento de la proporción es algo que en este caso no tiene mucha razón de ser; al contrario que en las luces horizontales*.²⁸⁸

La gráfica anterior se refiere a una estructura de pórticos de acero. El incremento de peso por el efecto de viento queda definido por el área rayada (que denominan -premium for height-). Dependiendo del tipo estructural esta desviación será mayor o menor. A medida que crecemos en altura vamos cambiando de tipo para limitar el -premium-.

Algo que parece bien asentado en toda la bibliografía es el definir la economía de peso en relación a la media del peso por área de forjado construido.

En la siguiente figura podemos ver la misma gráfica ²⁸⁹(para la combinación total de las cargas). La curva se ha simplificado en dos rectas. El punto que hemos marcado como -A- muestra el límite en el que se comienza a disparar el sobrecoste por la altura; y por tanto marca el orden de tamaños en los que es razonables su uso.

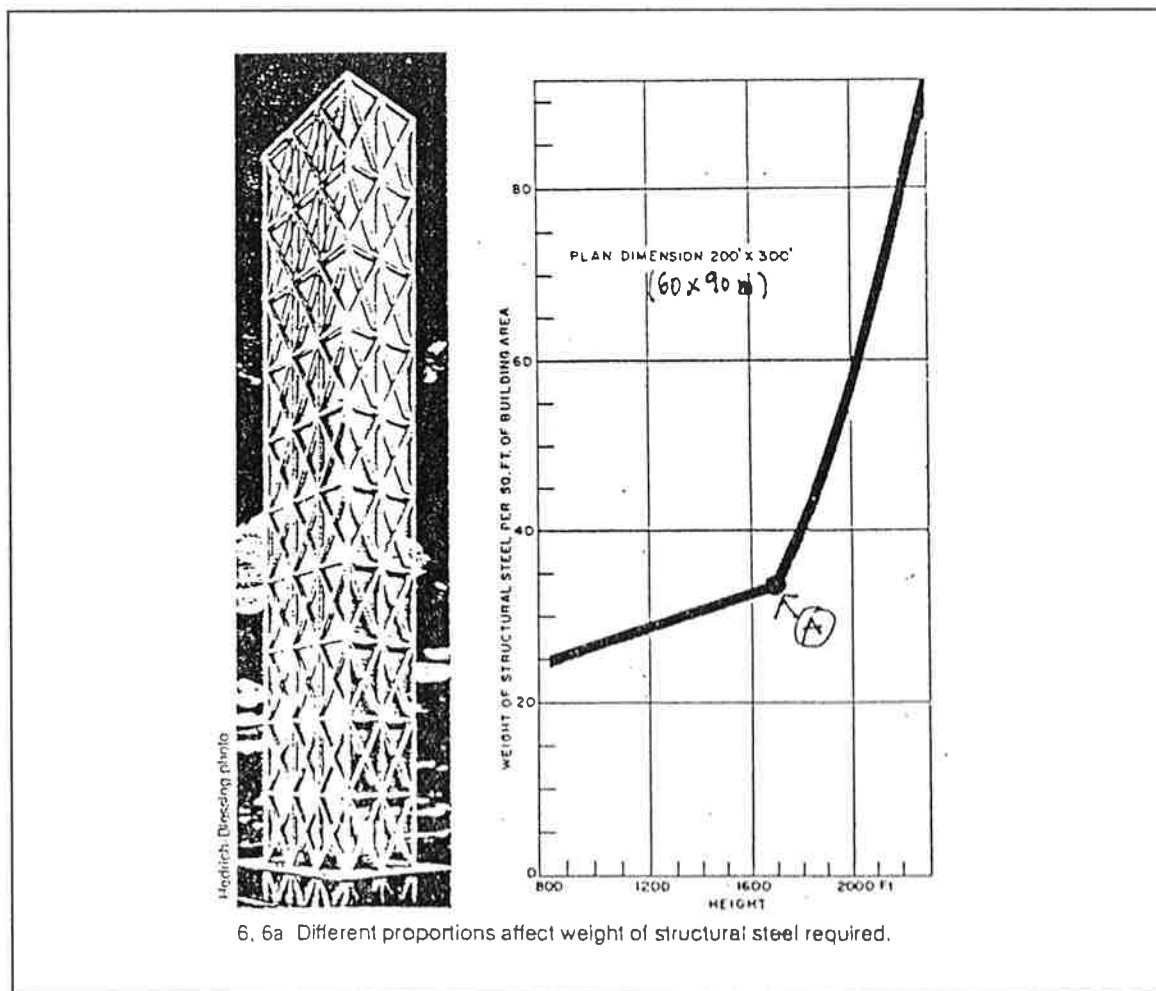
En esas gráfica de peso se contempla la resistencia, rigidez y estabilidad de la estructura.

Otro problema, que no queda definido en la gráfica, y que puede acotar el límite de tamaño para un mismo tipo; es su estabilidad global. Al crecer de tamaño nos vemos a cambiar de tipo, con mayores consumos de materia, para poder dar estabilidad a vuelco. La combinación de los dos factores nos dará el diseño correcto para una cierta altura.

²⁸⁷ Las fuerzas de viento crecen básicamente con L^2 , mientras el peso lo hace con L^3 ; lo cual quiere decir que los problemas de vuelco disminuyen con el aumento de tamaño.

²⁸⁸ Aunque en la práctica no se suele producir esa reducción de esbeltez por el hecho de que el costo no lo aconseja. Sólo en rascacielos actuales se está apuntado esa tendencia, pero no por problemas mecánicos sino de facilidad de venta del inmueble. La época de los grandes rascacielos topa en muchas ciudades con la falta de demanda de ese tipo de edificios.

²⁸⁹ Khan, Fazlur R. "The Future of Highrise Structures". *Progressive Architecture*. Oct. 1972; pgs 78-85. BPGV.



6, 6a Different proportions affect weight of structural steel required.

Fig.- 125

El enfoque de F. Khan no ha sido, en lo que yo conozco, de tipo estrictamente teórico; y quizás en ese punto se deba seguir avanzando. Lo que es indudable es que su modo de ver la cuestión es la que se ha asentado en el caso del edificio en altura.

En el apartado de manuales veremos una publicación norteamericana de gran interés; donde se puede ver como las bases del diseño inicial de edificios en altura se debe a F. Khan.

S. H. Iyengar. 290

EDIFICIOS EN ALTURA DE ACERO. DISEÑO PRELIMINAR Y OPTIMIZACIÓN.

El enfoque general del diseño preliminar del edificio en altura fue establecido, como ya dijimos, por **Fazlur Khan**. Las indicaciones de esta publicación están en esa línea. No en vano Iyengar está relacionado profesionalmente al SOM.

Destaca en primer lugar la importancia que puede llegar a tener el **-premium-** debido a las cargas de viento.

El siguiente gráfico nos muestra esta idea.

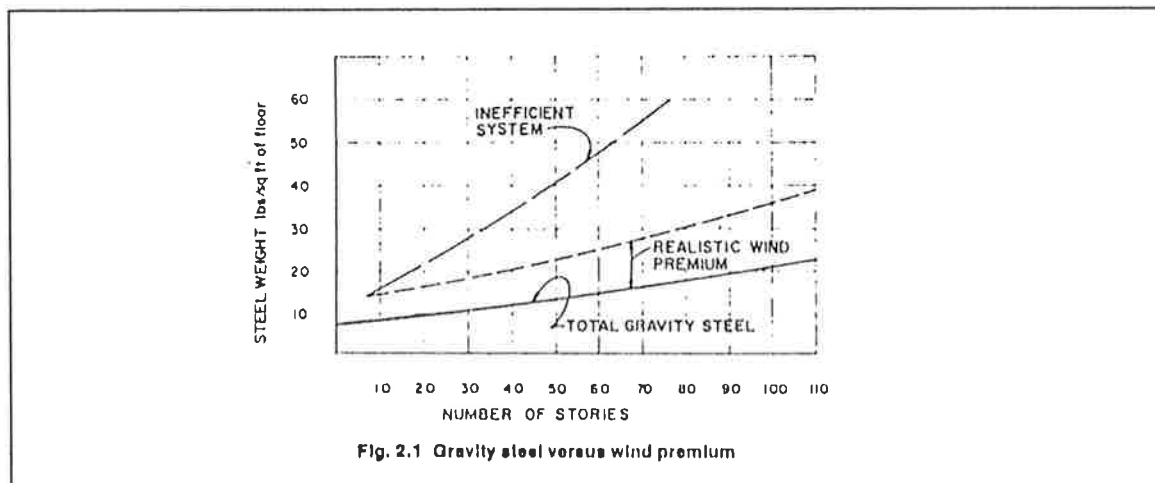


Fig.- 126

El incremento del peso total debido al viento es una medida muy efectiva para medir la bondad del diseño. Se considera razonable que la influencia del viento en el peso total sea del orden del 30 al 40%. Es decir:

$$P_{\text{viento}} \approx P_{\text{total}} * (0,3 \text{ a } 0,4) ; \text{ ec.- 101}$$

Con ese criterio se han construido las gráficas vistas sobre diseño de rascacielos.

Otro elemento de diseño es la **proporción** entre altura y ancho de planta. Los valores óptimos oscilan entre 5 y 7. Cuando se plantea sistemas rígidos intermedios, de ancho menos que el de la planta, se recomienda no pasar de una esbeltez de 12 (tomando como ancho no el de la planta sino sólo el del arriostramiento).

Es importante controlar las luces de los elementos que forman los **forjados** (vigas y viguetas) pues suele representar un 20% del peso total. La solución inmediata es aumentar el canto de las vigas; pero en edificios muy altos el tener excesivo canto en las vigas aumenta la altura total del edificio y al final repercute de forma negativa. La esbeltez mínima de los forjados, para cumplir las condiciones de resistencia y rigidez, está en torno a 20-24. Los falsos techos necesarios para instalaciones deben ser utilizados en todo su tamaño para optimar las vigas. El limitar el canto total de la planta a esos mínimos suele conducir a una economía global; y por ello se recomienda el usar vigas mixtas. El uso de emparrillados en el forjado, más caros que los sistemas unidireccionales, sólo se justifica en los edificios de gran altura; donde me puede interesar meter más carga en ciertos soportes.

Se dan otras indicaciones, pero son demasiado generales.

²⁹⁰Iyengar, S. H.; "Preliminary Design and Optimization". Structural Design of Tall Steel Buildings (Secc. 2.1) (Monograph on Planning and Design of Tall Building, Vol. SB). American Society of Civil Engineers, New York. 1979. BPG.

De modo operativo, se establecen una serie de tipos para los que se el número de plantas recomendado; el criterio es el de agrupar soluciones en las que el peso total se mantiene con un crecimiento casi lineal (veremos esto más claro en figuras posteriores): y no se atiende a cuestiones de fabricación o montaje que pudieran hacer variar el coste óptimo total.

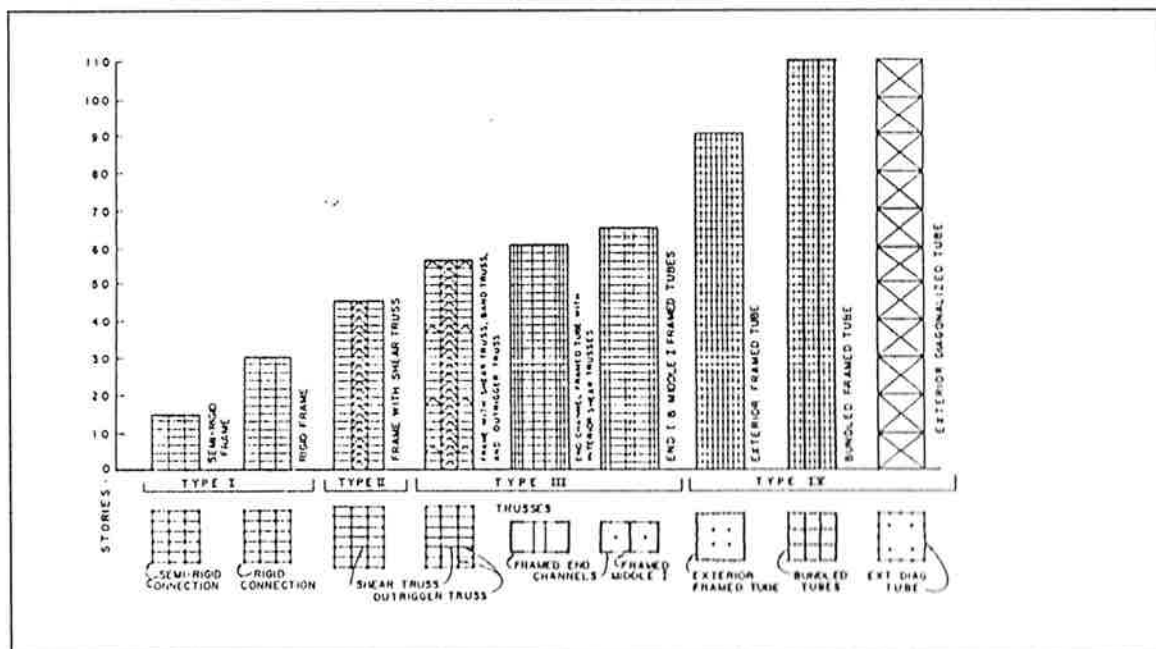


Fig.- 127

Para cada tipo, que abarca varios sistemas, se muestra la relación entre peso unitario y número de plantas. Veamos las siguientes figuras.

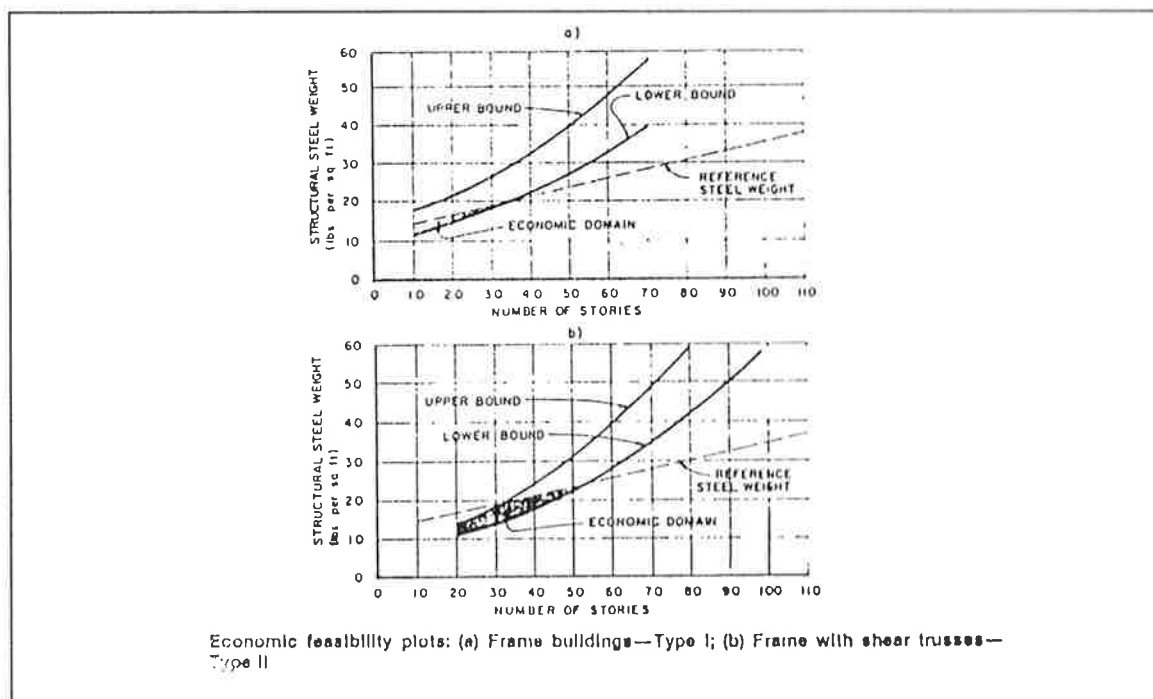


Fig.- 128

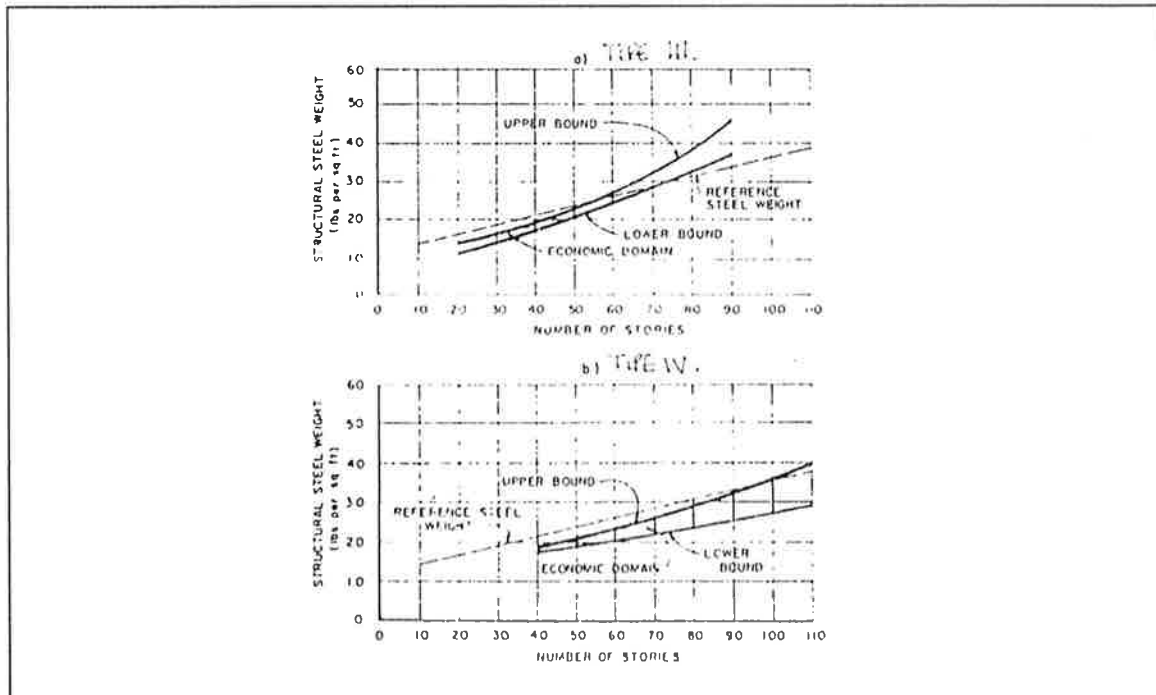


Fig.- 129

Se determinan curvas del límite superior e inferior de modo que se define un dominio del tipo respecto al peso. En el momento en que su consumo empieza a dispararse, es decir, cuando el incremento de peso empieza a ser sensiblemente no lineal; se marca el límite de plantas.

Tipo I. Entramados planos de nudos rígidos y semirígidos. (Para alturas de menos de 30 plantas)

El límite inferior corresponde a luces de vigas de unos 6m; y el superior a luces de 15m.

Tipo II. Entramados planos con centrales arriostrados. (Para menos de 60 plantas)

Para optimar la solución es importante que no haya gran diferencia de rigidez ante cargas laterales entre el núcleo rígido y los pórticos; de modo que no se creen grandes esfuerzos de compatibilidad de deformación. Hay por ello una deformación general más próxima al pórtico que al voladizo simple.

Tipo III. Estructuras tubulares (actuando la fachada de cajón) de baja eficiencia, con nudos rígidos y semirígidos o núcleos arriostrados. (Menos de 70 plantas)

A viento se deforman básicamente como voladizos. Para ello utilizan toda la fachada como sistema de rigidización y los esquemas reducen la deformación a cortante.

Para conseguir una isotropía de la sección se intercalan elementos que den rigidez en las zonas alejadas de las fachadas y así evitar lo que denominan -shear lag effect-; es decir, que los voladizos se formen sólo en las dos fachadas paralelas al viento sobrecargando los soportes exteriores de esquina más que los centrales. Quizá un esquema lo aclare.

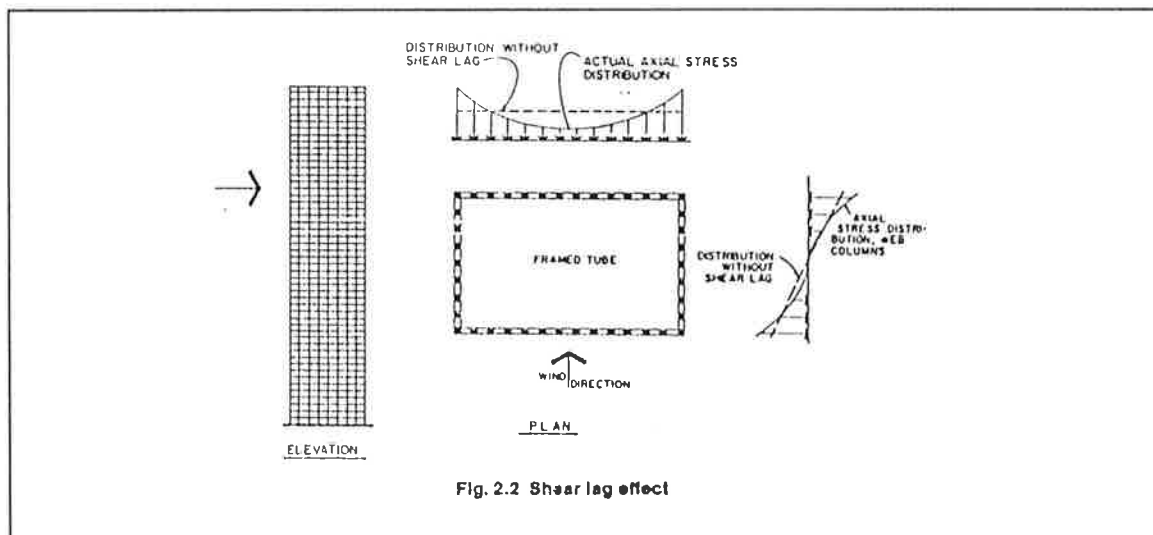


Fig.- 130

Hay poca diferencia de eficiencia entre este sistema y el anterior.

Tipo IV. Estructuras tubulares de alta eficiencia. (Más de 70 plantas)

En los grandes rascacielos es inevitable ir a este esquema. Los tres modelos de la figura son ya clásicos. La torres gemelas de N. Y. corresponden al primero, el Sears al segundo y el J. Handcock al tercero. La diferencia de eficiencia de esquema triangulado no es muy superior a los otros dos, y tienen el inconveniente de suponer un alto costo en uniones de las diagonales. La subdivisión interior que aparece en el Sears responde a la limitación del -shear lag effect- al mejorar su isotropía para cualquier dirección de viento.

Vemos entonces que la eficiencia de un sistema está relacionada muy directamente con su deformación lateral. Se suele imponer una limitación de 1/500 (ir a más puede traer consigo apreciar la aceleración en los movimientos debidos al viento; es decir, es un límite de servicio el que nos da dicho valor).

Según ello, a medida que crece el tamaño se busca:

- 1- concentrar en las fachadas los elementos resistentes.
- 2- incrementar la rigidez a cortante de los elementos aprovechando la mayor rigidez ante axiles.
- 3- conseguir una cierta isotropía en planta para que las solicitaciones en todos los pilares de la fachada sean semejantes (evitar el -shear lag effect-).

Es decir, las proporciones recomendadas (5 a 7) se establecen por un problema de rigidez. Esto tiene una importancia capital.

Para explicarlo espero que se me permita contar una anécdota.

Tuve la oportunidad de hablar con un ingeniero que ha visitado el estudio de Leslie Robertson, acreditado profesional en el tema. Me hablaba de la extremada sencillez con que afrontaba los cálculos de un rascacielos (poco más que el $ql^2/8$). Entiendo que esa sencillez se esconde un gran número de conocimientos y pasos previos no relatados. Intentaré explicarlo.

Una vez detectado, de acuerdo con los esquemas anteriores, que el problema de un rascacielos (en el que se han respetado las indicadas esbelteces globales) es el de rigidez, no ha lugar plantearse complejos cálculos en segundo orden pues vamos a limitar la deformación relativa horizontal a 1/500.

Resuelta la estabilidad global (como sólido elástico), entra en lo posible realizar el predimensionado enfocado al control de la rigidez; pero esto pasa básicamente por respetar ciertas condiciones geométricas. Siendo respetadas estas, la única comprobación a hacer es la de resistencia; con lo que acabamos en el $ql^2/8$ de un modo sencillo y elegante pero nada simple. Faltaría la comprobación de la estabilidad al vuelco; que desde luego puede abordarse con relativa facilidad.

Es decir, no es lo mismo simple que sencillo.

Por último, anotar que se dan criterios para el análisis aproximada de distintos tipos; y también se recogen diversas técnicas de optimación de elementos (entre ellas el teorema Maxwell y Michell). Su comentario cae fuera de esta tesis pero el interés del trabajo es enorme.

Esta obra no es demasiado conocida en este país; y creo que es sin lugar a dudas la mejor obra actualmente existente sobre el edificio en altura.

Como en el caso del edificio horizontal, este tipo de documentación se ha evaporado en gran medida en los manuales actuales (y en muy pocos años). Sin duda deberemos preguntarnos el por qué de esas pérdidas tan sistemáticas.

OTROS DATOS DE GRÁFICAS DE PESO Y TAMAÑO EN EL EDIFICIO EN ALTURA.

Aportamos, de forma un tanto dispersa, alguna otra documentación que hemos reunido sobre el tema.

Kowalczyk, Ryszard et. al. 291.

Destacamos algunos tipos con núcleo central rígido que no se recogen en otras publicaciones.

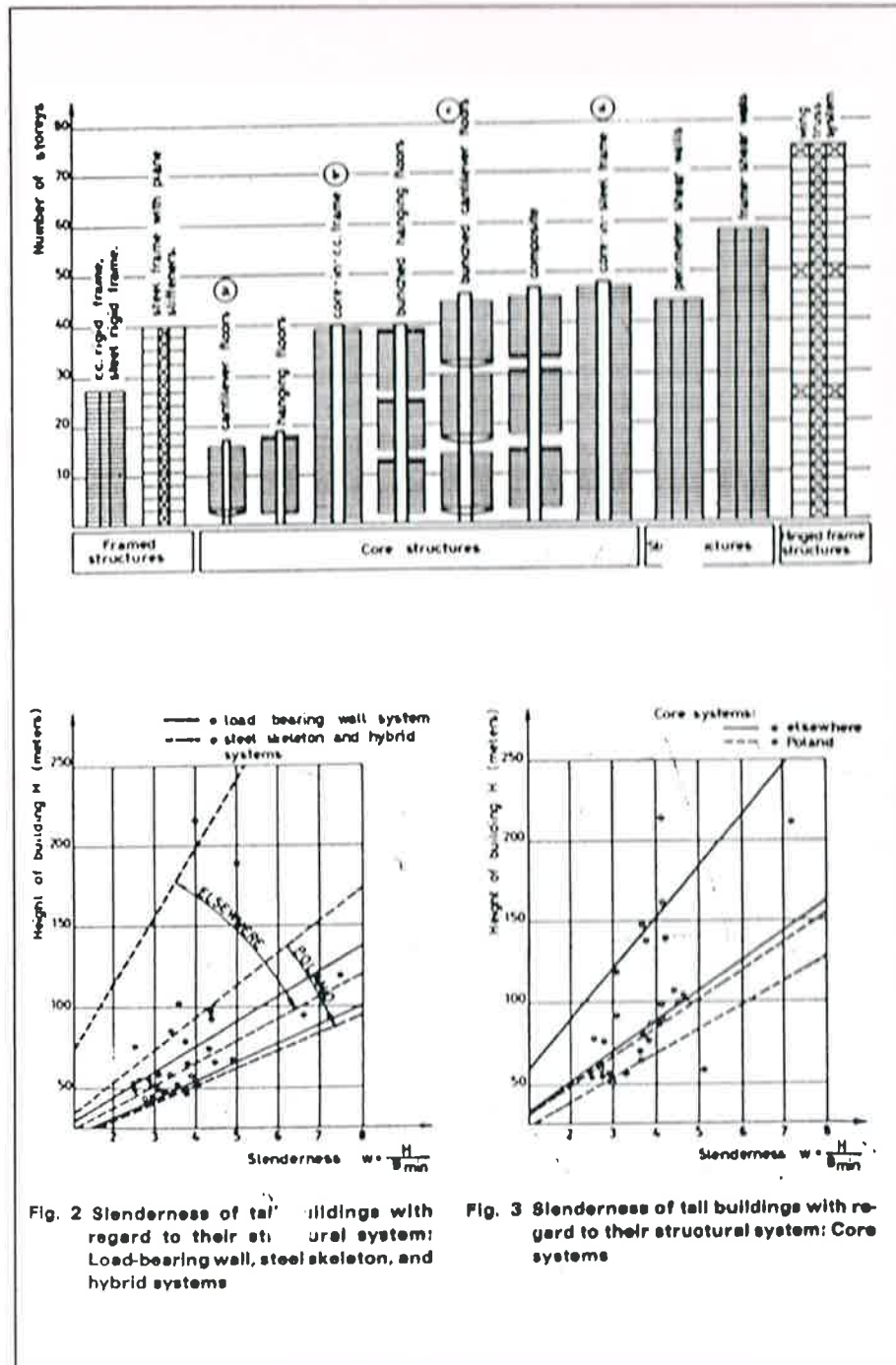


Fig.- 131

291 Kowalczyk, Ryszard et. al. "The Tall Buildings in Eastern Europe". *Developments in Tall Buildings*. 1983; Beedle, Lynn S.(Edr.); Stoudsburg (Pennsylvania). Hutchinson Ross Publishing Company. 1983. pp. 41-52. BAVL (AA-6230 D 4a).

Lin & Stotesbury²⁹² aportan algún dato más, y nos permiten conocer pesos de edificios concretos.

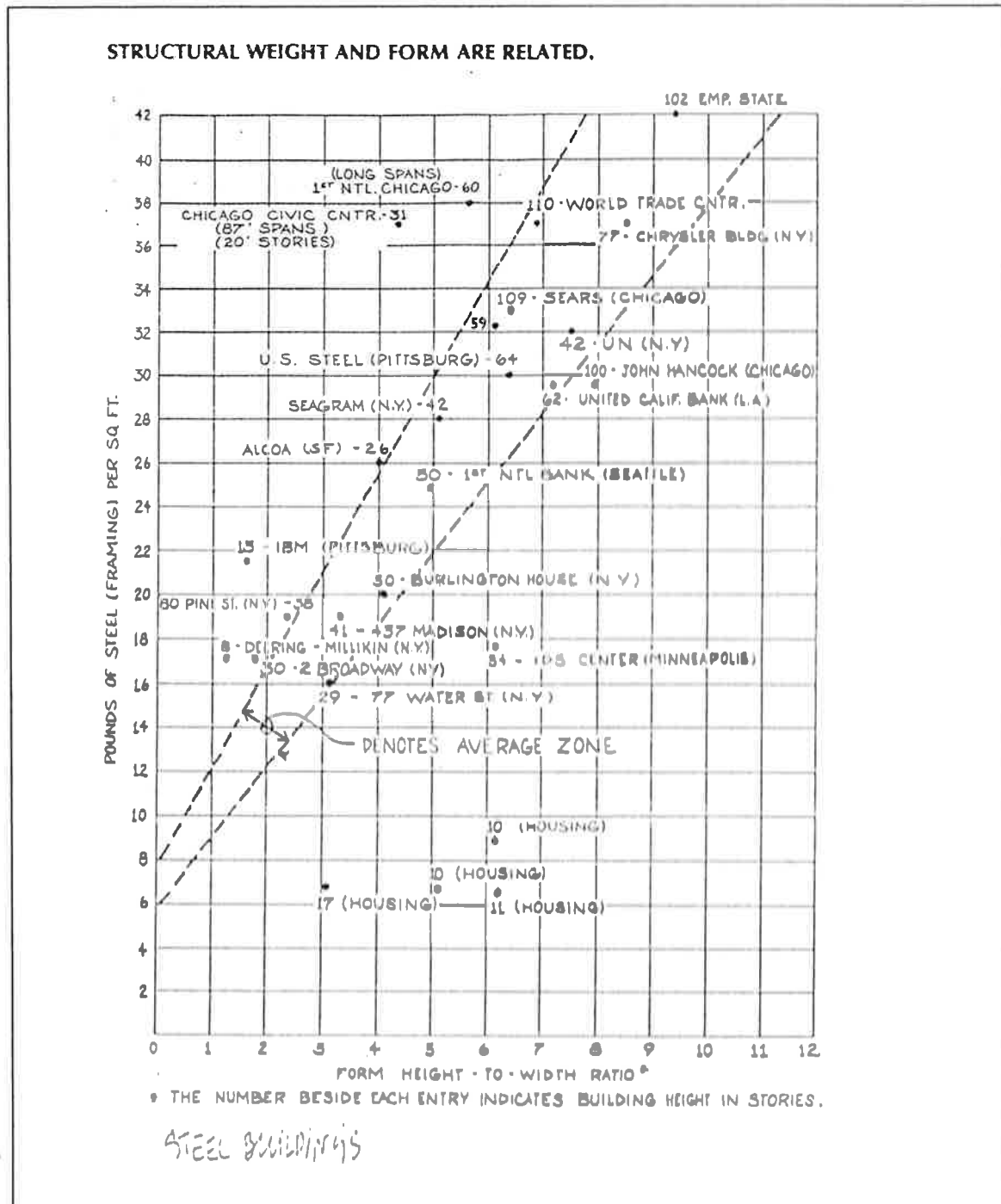


Fig.- 132

En la segunda de sus ediciones se dan gran cantidad de datos relativos a costos²⁹³.

²⁹²Lin, T.Y.; Stotesbury, Sidney D.; *Structural Concepts and Systems for Architects and Engineers*. New York. Van Nostrand Reinhold Co. 1981. BAVL.

²⁹³Lin, T.Y.; Stotesbury, Sidney D. *Structural Concepts and Systems for Architects and Engineers*. 2nd. ed.; New York: Van Nostrand Reinhold Co. 1988. BAVL.

En la línea anterior aportamos otra gráfica similar, de **Leslie Robertson²⁹⁴**, que es otro de los grandes nombres dentro del edificio en altura.

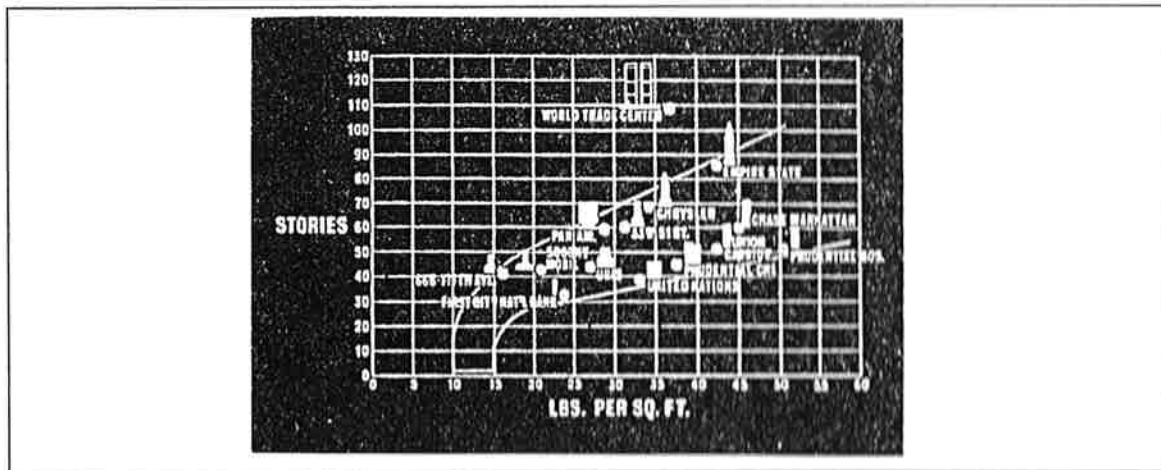


Fig.- 133

²⁹⁴Robertson, Leslie E. "Appendix II. On Tall Buildings". *Proceedings of a Symposium on Tall Buildings with Particular Reference to Shear Wall Structures*; Southampton; April 1966; Coull, A.; Stafford, Smith B.(Edr.); Oxford. Pergamon Press (Symposium Publications Division). 1967. BPG.

3.4.2 LOS MANUALES DE LA SEGUNDA MITAD DEL XX.

Esa pretensión enciclopedista de los manuales de la primera mitad va disminuir notablemente. Esto es perfectamente entendible, pues el avance técnico y científico se ha disparado de modo exponencial.

Lo que sí es más curioso, es que los problemas de peso propio van casi a desaparecer de los manuales técnicos.

Pero esto es sólo un síntoma de algo más general. Los problemas generales de diseño en la ingeniería tienden a desaparecer de las publicaciones. Estas tratan básicamente problemas de detalle (es decir, de lo que denominado tercera fase del diseño) ; y cuando tratan las primeras fases de diseño lo hacen bien de un modo muy pobre o bien dirigidas a estudiar algoritmos numéricos que se desarrollan por medio del ordenador.

Parece claro que el ordenador ha sido un arma de doble filo; y sin discutir su absoluta necesidad como herramienta de cálculo, también es cierto que nos ha hecho perder de vista cuales son las variables de las que depende un problema.

De hecho, métodos de cálculo como el matricial estaban condenados al abandono de no ser por ésta herramienta. El método de Cross surge como una alternativa capaz de ser resuelta manualmente. A principios de siglo se calcula con éste método el Empire State. Si eso parece una locura, imaginemos lo que sería invertir la matriz de dicha estructura sin el apoyo de un ordenador.

La verdad es que una mirada hacia atrás es a veces poco alentadora. **Uno en principio piensa que las publicaciones más actuales engloban los conocimientos de las anteriores. La realidad es que esto no es así en éste caso; y posiblemente tampoco lo sea en ningún otro.** Está claro que la educación y pensamientos del momento condicionan totalmente al que se va a enfrentar por primera vez a un problema. Y lo más probable es que continúe enfoques existentes; sean o no los más correctos. Hace falta demasiada capacidad para salirse de estos rieles. De hecho, podemos decir que el pensamiento científico-técnico tienen bastantes puntos de similitud con la moda. Si una tendencia se asume como correcta lo más normal es que la mayoría sigan ese camino, y que los que planteen otros modos no tengan eco hasta mucho más tarde (con suerte). *Es decir, el avance científico es bastante -zigzagueante-; y se aleja bastante de esa visión lineal que tenemos los más noveles.*

Daremos cuenta de algunos casos significativos. Su interés reside principalmente en la exposición de tablas y gráficas, de las que en muchas ocasiones no se justifica su procedencia. Son muestras del abandono de un modo de pensar; así como del desconocimiento de un legado de gran valor.

STANDARD SPECIFICATIONS FOR HIGHWAY BRIDGES-1949.²⁹⁵

En 1949 se produce la primera edición de la normativa de la AASHTO (American Association of State Highway Officials). En el apartado de diseño (Section 6- Structural Steel Design) vemos algunas recomendaciones interesantes. Se aconseja no superar las siguientes **esbelteces**:

| | |
|------------------------------|----|
| cerchas (biapoyadas) | 10 |
| losas de jácnas (dos apoyos) | 25 |

En el caso de que las estructuras sean continuas se considerarán esas esbelteces tomando como luz la distancia máxima entre puntos de cambio de curvatura. No hay referencia alguna del origen de estos datos.

Y eso es todo lo que encontramos en relación con nuestro trabajo. La ausencia de mayores referencias es tan brutal como sorprendente.

Algo tangencial pero interesante es la limitación de la esbeltez mecánica en elementos a compresión; 120 barras de primer orden, 140 en las secundarias.

²⁹⁵The American Association of State Highway Officials. "Standard Specifications for Highway Bridges". 5 th. ed.; Washington, D.C. The Association General Officials. 1949. . BPGV.

John E. Lothers.²⁹⁶

Los años 60 todavía recogen algo de la tradición anterior en lo relativo a fórmulas empíricas; pero ya se aprecia ese proceso de pérdida de información.

Lothers recoge fórmulas de pesos para el caso de estructuras de cubierta (cerchas) y para el caso de puentes de acero.

A- ESTRUCTURAS DE CERCHAS PARA CUBIERTAS.

Reconoce la existencia de abundante información de finales del pasado siglo y de la primera parte de éste. Sin embargo, se muestra poco receptivo a su uso por el hecho de que no suele incluirse en dichas fórmulas los valores de la tensión admisible de diseño²⁹⁷. Por ello, no recomienda más que la fórmula empírica de **Thayer** (no homonegea), que contrasta bien con la práctica de ese momento.

$$\wp = \sqrt{((q_s \cdot s / \sigma_{adm}) \cdot (4 L^2 + 60 L))} ; \text{ec. - 102}$$

\wp nos da el peso total en libras, q_s (psf) es la carga unitaria soportada por la cercha (que incluye el peso de la subestructura de correas y cubierta), y el valor de la σ_{adm} contemplada en ese momento es de 18.000 psi (1260 kp/cm²); s (ft) es la separación entre cerchas y L (ft) la luz.

B- PUENTES.

B-1. Da cuenta de parte de los trabajos de **Waddell**. A partir de las curvas de éste se elaboran una serie de ecuaciones, para puentes-cercha biapoyados, tanto de carretera como de ferrocarril, de acero tipo -carbon steel- ($\sigma_{adm}=1120 \text{ kp/cm}^2$), y luces de hasta 300 pies.

En las siguientes fórmulas, la carga q_L (psf) es la soportada por las dos cerchas (e incluye por tanto al tablero), y \wp (lb) es el peso total de las dos cerchas.

| q_L | \wp |
|-------|-------------------------|
| 10 | $0,0575 \cdot L + 2,5$ |
| 15 | $0,0552 \cdot L + 2,4$ |
| 20 | $0,0552 \cdot L + 1,67$ |
| 25 | $0,0548 \cdot L + 1,02$ |
| 30 | $0,0543 \cdot L + 0,47$ |

En el caso de acero tipo -Silicon steel-, el peso total se obtendría entrando en las fórmulas anteriores con una sobrecarga modificada por la constante $k=0,83$.

Esto es una burda, aunque útil, simplificación de los trabajos de Waddell.

B-2. Recoge también la fórmula elaborada por Clarence W. **Hudson**. La fórmula es válida tanto para puentes de carretera como de ferrocarril, y está basada en la suposición de que el peso de acero del cordón de tracción de la cercha (según la sección neta y aplicado a toda la longitud del cordón) es igual a 1/5 del peso de toda la cercha (incluyendo los arriostramientos)²⁹⁸.

$$\wp = 17 \cdot L \cdot (N_{\text{mzz de tracción}} / \sigma_{adm}) ; \text{ec. - 103}$$

\wp y N deben estar en las mismas unidades, y σ de acuerdo con éstas. La constante 17 es 5 veces el peso de un barra de acero de 1 ft. de largo y 1 sq.ft. de área.

²⁹⁶Lothers, John E. Design in Structural Steel. 2ª ed.; Englewood Cliffs (New Jersey). Prentice-Hall, Inc. 1965 (1965). BPG (TA 684.L6).

²⁹⁷Es claro que al cambiar el tipo de acero, muchas de las fórmulas del pasado debían revisarse. Sin embargo, esto ya lo sucedía a Waddell y él si abordaba el problema. El que ahora no se plantee es fruto de un modo de pensar, y en ningún modo se justifica debido al cambio de material; ya que sí se conocen las tensiones admisibles (teóricas) con las que se proyecta en una época dada. Además, muchas de las fórmulas existentes son hechas con tensiones admisibles iguales a las manejadas por Lothers.

²⁹⁸véase el apartado anterior de T. Shedd para más detalles.

Brockenbrough, Roger L.; Merrit, Frederick S.(Edrs) ²⁹⁹

En este caso es una obra de AA.VV. y ellos los editores; algo que sucederá ya siempre en obras que pretendan ser enciclopédicas. Lo más destacado es lo que no tiene; con la excepción del apartado de arcos. De nuevo se constata una pérdida muy importante de información de diseño que sí estaba presente en los manuales antiguos.

Iremos viendo los temas por capítulos, que han sido desarrollados por distintos autores.

Section 10; Nickerson, Robert L.; *Application of Design Criteria for Bridges.*

En puentes de carretera se limita a recoger las especificaciones de la AASHTO para el caso de losas, y desaparecen las de cerchas; añadiendo el caso de que la construcción sea mixta y la cabeza de compresión se forme con el hormigón del tablero. En este caso, la esbeltez total será también de 25 y la esbeltez de los perfiles metálicos inferiores de 30. No hay referencia a estimaciones previas de peso propio.

Section 11; Heddefine, A.; Swindlehurst, J.; *Beam and Girder Bridges.*

Se indica que aunque la esbeltez de losas será como mínimo de 25; cuando tiene vigas primarias y secundarias, se obtiene una reducción de coste importante con esbelteces de 15 para las primarias. (ya que lógicamente estamos en una estructura más cercada a la cercha que a la losa).

Section 12; Kulicki, J.M.; Prickett, J.E.; LeRoy, D.H.; *Truss Bridges.*

Para tramos aislados, establecen el tamaño máximo rentable en unos 135m para puentes de carretera y 50 para ferrocarril; aunque sus luces máxima sería de 240m y 225m respectivamente. No se justifican estos datos. En cantilevers se ha llegado a 480m en los de carretera y a 540m en los de ferrocarril. Ni siquiera se recogen criterios de esbeltez.

Section 13; Hedgren, Arthur W.; *Arch Bridges.*

Este es realmente el único capítulo interesante para nosotros. Recoge numerosos datos de arcos contruidos y establece las luces económicas de estos entre *un mínimo de 30m y un máximo de unos 600m.*

En cuanto al la *configuración del elemento principal del arco*, hasta los 200m se hacen secciones en cajón armadas; entre 200 y 300m hay secciones armadas y configuraciones tipo cercha; y por encima de 300m problemas de pandeo llevan con seguridad a trazados de barras.

Hace también una comparación francamente interesante entre los arcos con otros tipos estructurales; ya que en su intervalo de luces entra en competencia con ellos en ciertos tramos.

Las cerchas y losas compiten las luces más pequeñas, con un máximo de unos 240m. Entre 60 y 240m, los arcos atirantados siempre son rentables frente a cerchas, y los arcos sin tirante por lo general también. Por ello, sólo en luces de hasta unos 60m sería más rentable usar cerchas y losas que arcos.

Vigas continuas en celosía y cantilevers tienen luces en su vano principal con valores entre 150m y un máximo de 540m. Se entra entonces en competencia con los arcos. Si partimos de un puente de tres vanos con celosías, en los que se haya optimado la relación de vano central y laterales; tenemos una solución posiblemente más económica que el arco; aunque el arco es competitivo. En la medida que (por las razones que sea) no podemos conseguir esa optimación en la relación entre vanos, y la luz del central se dispare, el arco será la solución más rentable.

Los puentes atirantados y en suspensión suelen usarse en luces a partir de 150m hasta unos 1000m³⁰⁰ Hasta los 300m el arco es competitivo. Superada esa luz, y hasta los 200-600m de aplicación de los arcos; es necesario hacer estudios concretos para determinar que tipo es más rentable.

²⁹⁹Brockenbrough, Roger L.; Merrit, Frederick S. (Edrs.); Structural Steel Designer's Handbook; McGraw-Hill; 1994, 2nd ed. (1st. 1974), New York. BAM

³⁰⁰Aquí el artículo está un tanto obsoleto; primero porque el rango de empleo de los atirantados es ahora mucho más bajo y segundo porque el de los de suspensión es del doble.

También nos da datos de la **proporción global** (luz/ peralte) que debe tener un arco. Lo habitual es que dicha proporción sea de 5 a 6. Entre esos valores el coste prácticamente no varía. El valor mínimo construido es de 4,7 y el máximo de 6,3. En el caso de arcos formados con barras trianguladas, la proporción se mide al cordón inferior.

En cuanto a la **proporción local** (luz/canto de la sección):

a- *Sección armada continua*. En los arcos acodados contra terreno y con trazado de sección armada de canto constante, la relación de esbeltez local está entre 70 y 80 (el más bajo para luces más bajas, que es donde las alternancias de carga tienen más influencia). Estas esbelteces son también de aplicación en arcos atirantados con elementos de poca inercia a flexión; y en los que por tanto deba ser la barra a compresión la encargada de asumir las desviaciones del antifunicular. Cuando la sección del arco es de canto variable, la esbeltez mínima puede estar en torno a 100 y la máxima en torno a 60. Otro tipo de alternativas se da cuando al tirante-tablero se le da suficiente canto para absorber momentos importantes, liberando de ellos al arco. En este caso vamos a esbelteces del orden de 140 a 190 (en el puente de Fremont, Portland, se ha llegado a 314).

b- *Sección discontinua triangulada*. En estos casos las esbelteces son mucho menores, entre 25 y 50; con lo que va a ser este elemento el que se encargue de los momentos; no teniendo sentido dar rigidez al tirante para colaborar en dicha tarea.

El trazado empleado en diseño suele ser el antifunicular de las cargas de peso propio.

Las proporciones de peso propio (total, de arco, tirante, péndolas y tablero) frente a peso total son: de los casos analizados, en los cuales la luz más baja es de unos 65m, dicha proporción está entre 0,74 y 0,88; con una media de 0,85. Ahora bien, esto no significa que la relación de tensión debida a peso propio y tensiones admisibles está en esa misma relación. El problema es que la posición asimétrica de las cargas vivas es la que causa las mayores tensiones en el arco; y en esa situación la relación de tensión de peso propio a tensión admisible es mucho más baja. En los arcos de gran luz analizados (de más de 80m) se ha visto que la proporción de peso propio a peso total, considerando sólo el elemento principal del arco y el tirante, está entre 0,2 y 0,3; oscilación que viene aumentada por los distintos tipos de aceros que se han usado en dichos puentes. Cuando hablamos de luces menores de 80m esta proporción disminuye mucho y puede estar entre 0,07 y 0,18. Cuando la proporción exceda de 0,25; aconseja cambiar a un acero de más calidad; siendo este un criterio de la bondad del diseño. Los datos antes mencionados se obtienen en puentes con acero de un límite elástico en torno a los 3000 kp/cm²; cuando se usan aceros de más calidad las proporciones como es lógico son menores. En algunos casos se ha usado aceros de entre 5000 a 7000 kp/cm².

El autor recoge datos precisos de 16 grandes arcos de EE.UU.; y a partir de ellos construye fórmulas empíricas de peso propio³⁰¹; en la opinión de que es necesario tener una estimación inicial del peso propio del puente antes de calcular; lo cual desde luego se entiende sobradamente después de ver las proporciones de peso propio/peso total que se barajan. Se entiende que el resultado sólo es válido para los primeros estudios; y que hay puentes actuales que no cumplen esta ley.

1- Arcos sin tirantes y acero de resistencias admisibles de unos (24 ksi) 1700 kp/cm²:

$R = \text{peso del elemento principal del arco} (\rho_{\text{arco}}) / \text{peso total} (\rho_{\text{tot}}) \Rightarrow$

$$R = (\rho_{\text{arco}}) / (\rho_{\text{tot}}) = 0.032 + 0.000288 \cdot L; \text{ cc.} = 104$$

//L=luz en pies.

2- Arcos con tirantes y aceros del mismo tipo:

$$R = (\rho_{\text{arco}}) / (\rho_{\text{tot}}) = 0.088 + 0.000321 \cdot L; \text{ cc.} = 105$$

//L=luz en pies.

³⁰¹ Como vemos, se sigue en la tradición de Waddell o de Goldsmith; aprovechando el ingente trabajo hecho por otros en cada gran obra que se construye. Esta labor está más próxima al taxonomista que al científico; pero sus resultados no la invalidan.

Estas fórmulas han sido representadas en la siguiente figura:

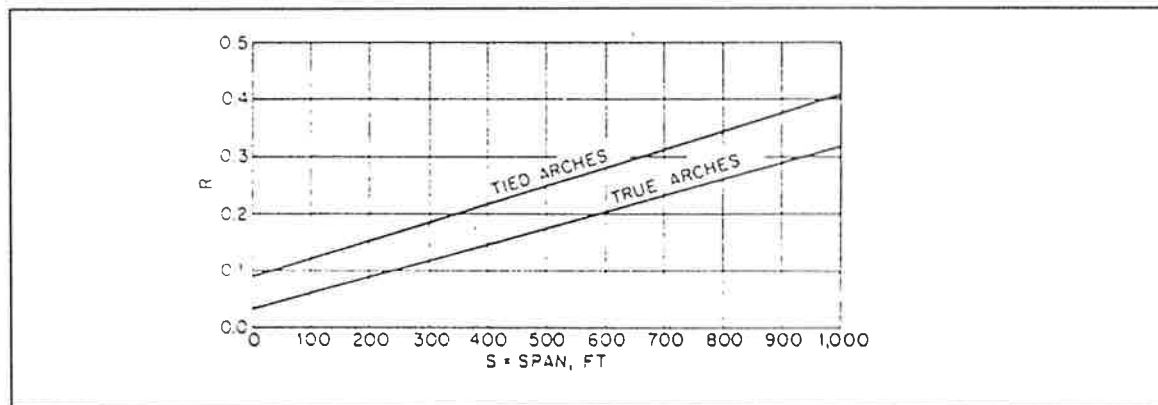


Fig.- 134

Una vez determinado el factor R, el peso total lineal del arco (y tirante si lo hay) $\phi_{L-\text{arco}}$ (en lb per ft) es igual a:

$$\phi_{L-\text{arco}} = R (D + L) / (1 - R) ; \text{ ec.- 106}$$

siendo D el peso propio del tablero más montantes o péndolas (lb per ft); y L la -carga continua equivalente- de sobrecarga más impacto (en los casos analizados se dan sus valores).

Influencia del tipo de acero en el peso del arco: e supone una relación lineal entre peso y resistencia del acero; con lo que dichas fórmulas pueden usarse para otros tipos de aceros como los usados actualmente en grandes arcos de resistencias admisibles de unos (45 ksi) 3150 kp/cm².

Este artículo es sin duda un caso aislado, teniendo en cuenta además que el trabajo está realizado sobre grandes arcos actuales; por lo que su utilidad es incuestionable.

Section 11; Podolny, Walter (Jr); Cable-Suspended Bridges.

a- Puentes colgantes.

Empiezan a ser económicos con luces de más de 350m; a pesar de ser empleados por razones puramente "estéticas" en rangos menores. A parte de factores constructivos, en luces pequeñas su alta flexibilidad les hace añadir acero al tener que sobrerigidizar el tablero; reduciéndose eso al mínimo en las grandes luces. Si la proporción entre sobrecargas y peso propio estuviese en la relación 1/4, las deformaciones en el centro de la luz podrían ser del orden de 1/100 del descuelgue del cable, o del orden de 1/1000 de la luz, y no sería apenas necesario rigidizar el tablero (en el George Washington, inicialmente esa relación era de 1/6; no siendo aún imprescindible la rigidización del tablero).

La tipología es más variada de lo que a simple vista parece.

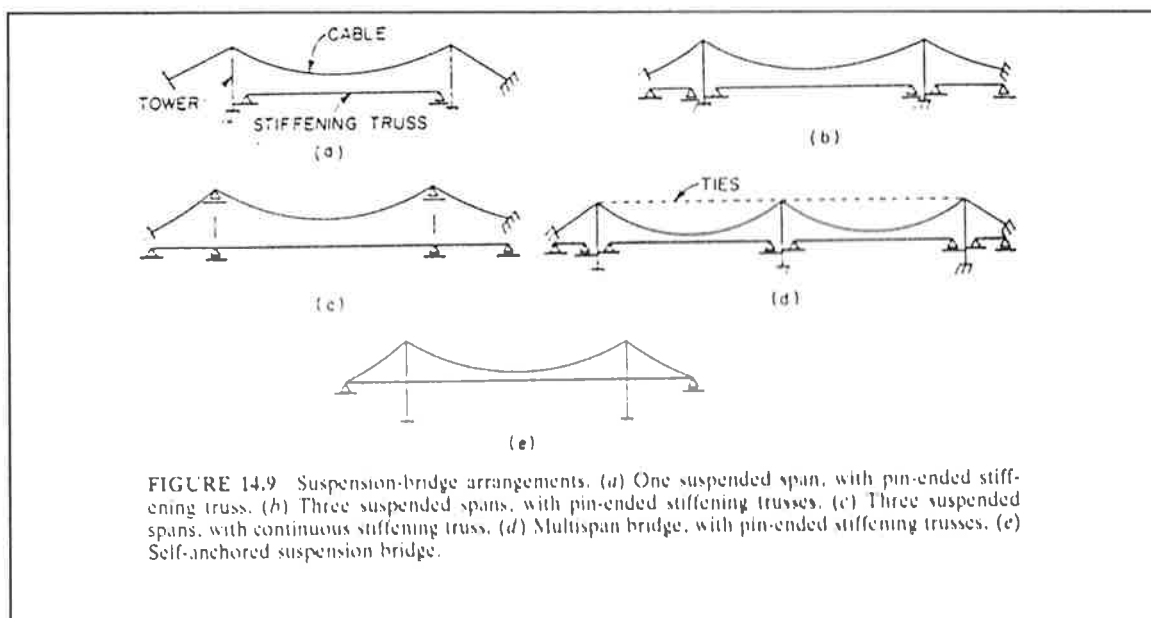


FIGURE 14.9 Suspension-bridge arrangements. (a) One suspended span, with pin-ended stiffening truss. (b) Three suspended spans, with pin-ended stiffening trusses. (c) Three suspended spans, with continuous stiffening truss. (d) Multispan bridge, with pin-ended stiffening trusses. (e) Self-anchored suspension bridge.

Fig.- 135

Quizás la mayor diferencia entre estos tipos es la tener los anclajes sujetos al tablero (self-anchored) o al terreno/contrapeso (externally anchored). Los primeros son adecuados para luces de entre 120 a 340m; a partir de ahí no son recomendados.

En los primeros puentes colgantes, es los que la teoría de cálculo aún no estaba desarrollada³⁰², el tablero tenía un canto grande, del orden de 1/40 de la luz principal. Los cantos actuales son mucho menores, entre 60 y 170; dependiendo mucho de las condiciones aerodinámicas.

En puentes de dos pilas con los vanos extremos en los que el tablero es autoportante, la proporción óptima de vano central y lateral es de 4/1. En caso de que cuelgue todo el tablero dicho óptimo es de 2/1.

La relación entre luz y descuelgue (esbeltez global del arco) suele estar entre 8 y 12; siendo 10 la media. Con 8 el cable pesa menos pero pagamos más precio por las pilas; razón por la cual se suele aumentar la esbeltez.

En este caso si se recogen trabajos de principios de siglo en los que plantean métodos aproximados de cálculo para este tipo de estructuras.

Para luces pequeñas y medias y puentes con un tablero no demasiado flexible, la teoría elástica en primer orden es suficiente. No obstante, esa simple teoría puede también ser usada en casos más complejos haciendo ciertas correcciones; aunque aquí sólo como diseño inicial.

Quizá sea interesante ver el trabajo de Steinman³⁰³-Baker para modificar las tensiones obtenidas en teoría elástica de primer orden. Este tipo de enfoques corresponden a la segunda fase del diseño de estructuras.

Estas correcciones dependen básicamente de la magnitud del peso propio y de la flexibilidad de la estructura. Para ello, Steinman define un factor S de rigidez:

$$S = (1/L) \cdot \sqrt{(EI)} ; \text{ec.- 107}$$

siendo L la luz, EI el coeficiente de rigidez del tablero y H_w el valor del axil en el cable bajo las cargas de peso propio. Si llamamos z al descuelgue del cable, dicha expresión queda como:

³⁰²El hecho de que práctica vaya por delante de teoría no es algo sólo del medievo.

³⁰³D. B. Steinman, del que ya hablamos ampliamente.

$$S=(1/L^2)*\sqrt{(8zEI/\rho_L)}; \text{ ec.- 108}$$

Con, ello crea unas tablas que permiten obtener el coeficiente C corrector para cortante y momento de una forma muy sencilla. El estudio en segundo orden (en relación con la no linealidad geométrica) demuestra que la estimación de momentos y cortantes en el tablero con la teoría de primer orden es muy alta; más alta cuanto más peso tenga la estructura (mayor tamaño del puente) y menor sea la rigidez del tablero (también mayor tamaño del puente). Es decir, al crecer de tamaño el puente la teoría en primer orden da valores demasiado conservadores para dimensionado del tablero. Esta sencilla formulación permite no obstante estudiar de manera más o menos simple grandes luces.

Para obtener dicha formula se parte de diseños con vanos laterales con carga sobre el cable y luces por tanto mitad del tramo central; relación luz-descuelgue del cable o esbeltez global de 10; inercia del tablero constante; $E=2.030.000 \text{ kp/cm}^2$; tensión de diseño del cable de (80 ksi) 5600 kp/cm^2 ; y *relación entre peso propio y sobrecargas de 3*.

En el caso de que las condiciones no sean estas, las correcciones de C serían:

- para laterales sin cargar sobre el cable; incremento del 2,5%.
- para esbelteces generales de 12 se reduce un 2%, y para 8 crece otro 2%.
- la variación en la tensión del cable es casi inapreciable; 0,5% por cada variación de 2800 kp/cm^2 (a mayor tensión mayor C).
- si la relación de inercias del tablero entre tramo central y lateral es de 0,75 en vez de 1, C crece un 1,5%.
- para vanos laterales de 1/4 de la luz en lugar de 1/2, C crece en un 2%.
- para relaciones de peso propio/sobrecargas ρ/Q distintas de 3: si ρ/Q es de 5 C crece un 1%, si ρ/Q es de 2 C disminuye un 1%, y si ρ/Q es de 1,5% C baja un 2%.

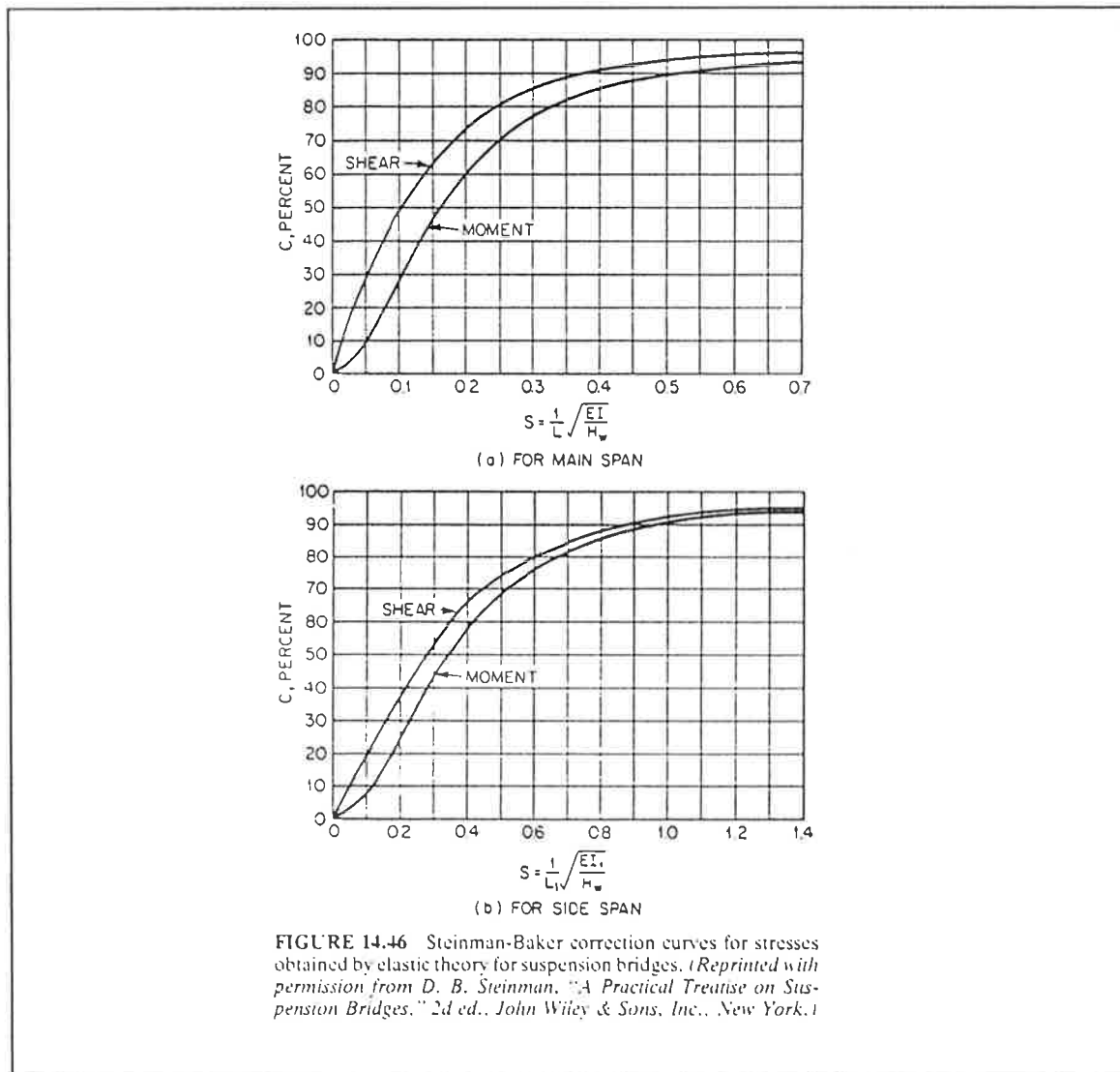


Fig.- 136

Se da información de otro sistema simplificado de cálculo de 1939, de Hardesty y Wessman. El método se basa en datos empíricos y da resultados satisfactorios para un diseño preliminar. Es decir, parte de dos premisas que ahora han dejado casi de usarse: su base experimental y su carácter simplificado.

Ese tipo de enfoques mueren en torno a los años 40. Una vez aparecido el ordenador la gran mayoría de los técnicos no ven sentido a ese tipo de trabajos, aunque alegra ver que todavía hay gente que los considera útiles.

La ventaja de tener un buen estudio aproximado es que permite chequear los resultados del de detalle; cosa nada banal y que se olvida con frecuencia.

a- Puentes atirantados.

Los atirantados son ahora los puentes más empleados en luces medias, entre los 180m (avertajando muchas veces a arcos y cerchas continuas) y los 340m (donde los colgantes son ya más rentables). Su mayor rigidez les hace competir con los colgantes en esas luces. La variedad de su diseño longitudinal y transversal es muy amplia; mucho más que en otros tipos de puentes.

Las esbelteces del tablero están normalmente entre 60 y 80; pudiendo llegar a 100. Vemos entonces que son similares a las de los arcos, sólo que por lo general su proceso constructivo es más sencillo. Las deformaciones por las sobrecargas son del orden de 1/400 a 1/500 de la luz.

En los diseños preliminares puede suponerse que el tablero no desciende y que el reparto de carga a los tirantes se produce como si se tratase de una viga continua. De hecho, esta condición es la óptima, por lo que suele recurrirse a un tesado de los cables para conseguirla.

A la hora de establecer las *proporciones entre vanos* nunca se llega a compensar totalmente dos vanos contiguos para que no puedan llegar a descargarse los tirantes. Así para un puente de tres vanos y dos apoyos, con tres tirantes en paralelo, la relación vano extremo central es de 3/7. Estamos en luces menores que las de los puentes colgantes y el peso propio no es tan importante, de ahí que no se llegue a la relación $\frac{1}{2}$ óptima en los colgantes. Otra relación habitual es de 2/5.

Las tensiones admisibles en los cables suelen ser del orden de 19.000 kp/cm² (0,45 de las últimas; lo que supone un coeficiente global de seguridad de 2,2).

En este caso no se dan datos de peso propio, debido sin duda a que las luces en que se manejan son menores que en los colgantes y a que el verdadero problema de estos puentes es el estudio en segundo orden estático y dinámico. Quizás sea una de las tipologías más complejas que existen en cuanto al cálculo.

Podolny 304.

Es un artículo y por tanto no pertenece estrictamente al apartado de manuales. Sin embargo, para agrupar trabajos el mismo autor lo hemos colocado aquí. El tipo analizado es el de los **puentes atirantados**. Podolny trabaja como ingeniero en el *Federal Highway Administration*. Supongo que el gran número de datos que pasan por su oficina le permite la publicación de trabajos de este tipo; y desde luego este hecho supone un aval de sus resultados.

Evaluación Económica. El límite inferior, a nivel de rentabilidad económica, lo fija en 150m. Se construyen en luces menores, pero el criterio de diseño no es el económico; salvo en el caso de los uso peatonal que sí son rentables en luces menores de 150m. Pone el ejemplo del puente Sitka Harbor, de 137m de luz, donde se analizó el coste de seis tipos distintos antes de decidirse por el atirantado. La siguiente tabla muestra los resultados.

| SITKA HARBOR BRIDGE—COST STUDY | | |
|--------------------------------|---------------------------|--|
| Type | Description | Cost Ratio (Cable-stayed Girder=1.00) |
| I | Plate girder with fenders | 1.15 |
| II | Plate girder continuous | 1.13 |
| III | Orthotropic box girder | 1.04 |
| IV | Through-tied arch | 1.04 |
| V | Half through-tied arch | 1.06 |
| VI | Cable-stayed box girder | 1.00 |

Tab.- 57

Salvo los dos primeros tipos claramente mas caros, los otros cuatro tienen un orden de precio similar y por tanto la elección del atirantado no fue estrictamente económica.

Para un rango de luz intermedio, recoge un trabajo de P.R. Taylor en el que se comparan diferentes tipos con acero y tablero ortótropo en la superestructura, concluyendo que para luces centrales de 210 a 240m, el atirantado tiene un ahorro de entre el 5 al 10% frente al resto de los tipos.

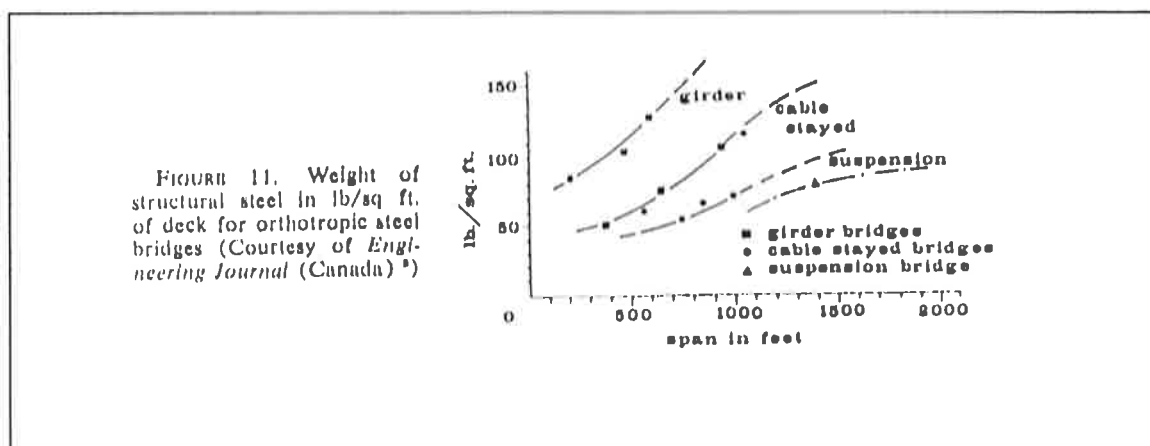


Fig.- 137

³⁰⁴Walter Podolny, JR. "Cable-Stayed Bridges: a Current Review". *Annals of the New York Academy of Sciences*; Vol. 352; Long-Span Bridges. O.H. Ammann Centennial Conference; New York; Cohen, Edward and Birdsall, Blair (Eds.). The New York Academy of Sciences. 1980. BES (TG5 A5).

No obstante, Podolny advierte que las gráficas de Taylor para el caso de atirantados presenta en los 1000 pies una estructura con un peso más alto del esperado. Ese dato está tomado del puente Kniebrücke de Düsseldorf, que es un puente asimétrico con un solo pilono. La peculiaridad de esta estructura hace que ese dato no sea representativo y distorsione la relación de pesos del atirantado. Corrigiendo ese tramo de la gráfica, *Podolny vuelve a sacar una gráfica que considera más acorde con los datos que él posee. Veámoslo.*

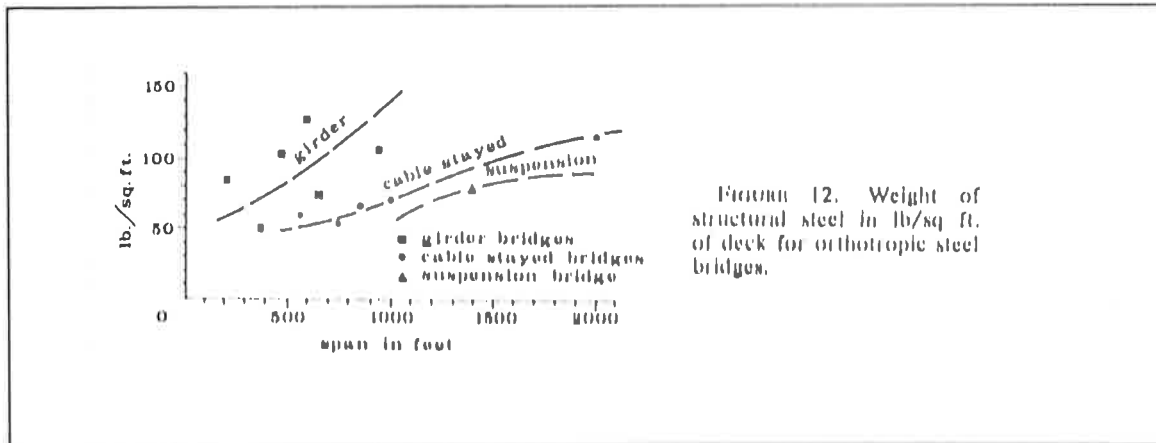


Fig.- 138

Según ello, entre 150 y 300m. el puente atirantado sería la opción más rentable. Echamos de menos los arcos, que desde luego no ha dejado de construirse.

Cada marca en las gráficas es, como hemos visto, el peso de una estructura construida. Se ve desde luego que los datos no son muchos y que por tanto los resultados pueden no tener una fiabilidad muy precisa; aunque sí valen para ver el orden de magnitud en los que se mueve la rentabilidad de cada tipo estructural en puentes.

Recoge conclusiones de F. Leonhardt ³⁰⁵, que considera que los puentes atirantados son especialmente adecuados para luces de más de 600m; pudiendo construirse para luces de hasta 1500m. El dato es de 1974, y el reciente puente atirantado de Normandía de 856m de luz en el vano central parece darle la razón.

³⁰⁵ Leonhardt, F.; Latest Developments of Cable-Stayed Bridges for Long Spans. Særtryk af Bygningsstatistiske Meddelelser; 1974; Denmark.

Wolfgang Scheuller. 1983. 306

Scheuller hace un publicación bastante ambiciosa y destina a arquitectos. Esto quiere decir, siendo Norteamericana, que su trabajo es demasiado general, aunque tiene la importancia de recoger claramente las variables del tipo, el tamaño y la esbeltez. Lo más descabale es, no obstante, la recopilación de obra construida; y el intento de fabricar herramientas de diseño para las primera fases.

Por todo ello, el libro merece atención cuando menos. Más adelante veremos otro suyo para el caso del edificio en altura.

Sus conclusiones pueden resumirse en la siguiente figura.

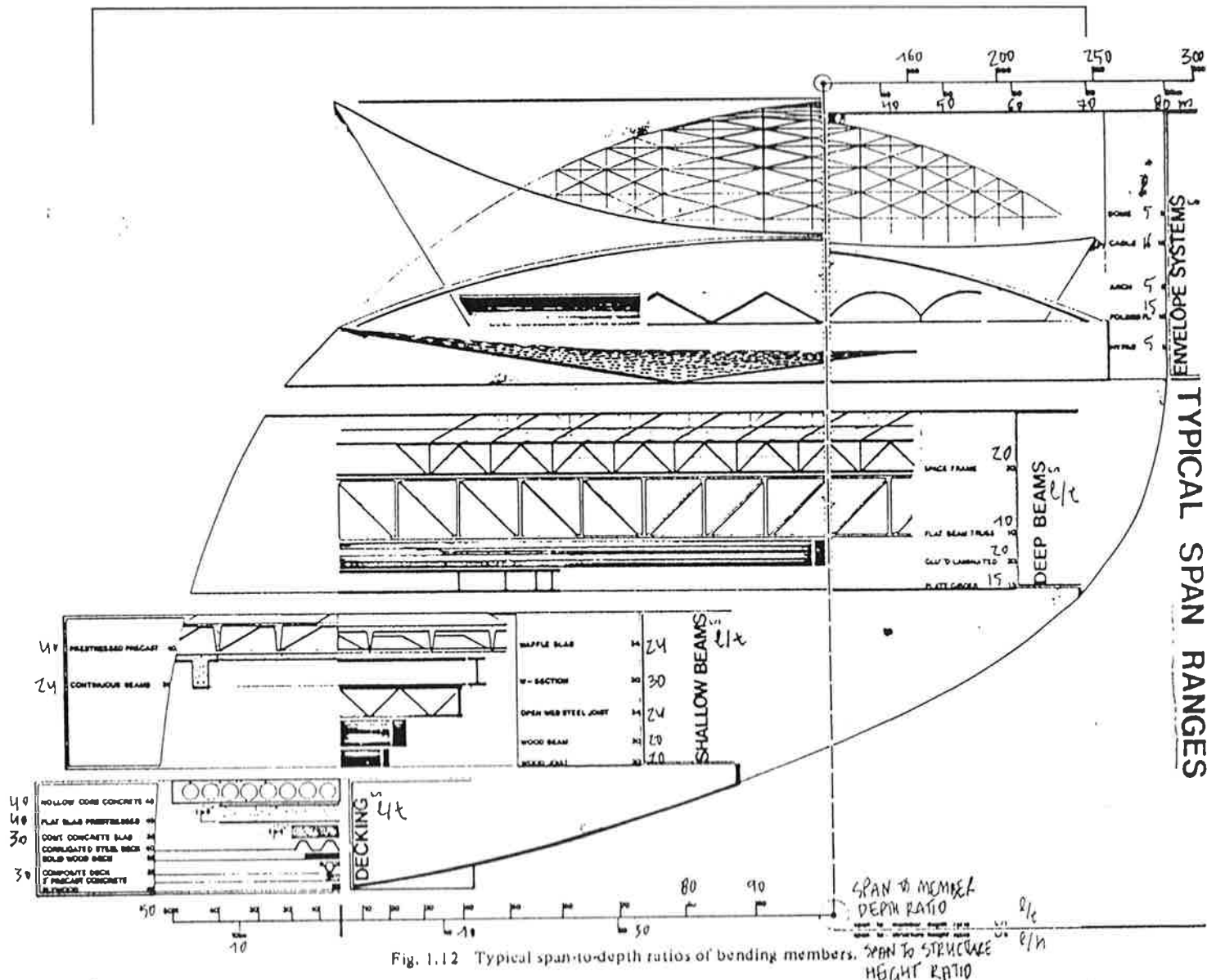


Fig.- 139

³⁰⁶Scheuller, Wolfgang. Horizontal-Span Building Structures. 1ª ed.; New York. John Willey & Sons. 1983. 583 pp.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI) MANUAL (PART 4) .1992³⁰⁷

La -parte 4- trata fundamentalmente los **puentes de hormigón**, aunque habla también de otro tipo de estructuras enterradas de tipo sanitario y de estructuras especiales.


Hay que subrayar la **formula general de peso propio**³⁰⁸ que se propone;

$$q_s = a + bL/100 ; \text{ec.- 109}$$

(q_s) es el peso propio por unidad de superficie del conjunto de elementos estructurales, a y b son constante de forma que dependen por tanto del tipo (ver tabla siguiente) y L la luz.

La formula es como casi siempre empírica y no homogénea, pudiendo manejarse para valores de peso en psf o en kN/m² y luces en ft o m (respectivamente).

Se dan, para cada tipo, los distintos valores de las constantes de forma (a y b) para los dos casos.

| <u>Constants for Typical Structure Dead Loads</u> | | | | |
|---|--------------|--|------|-----------------------|
| Structure Type | Span Range |  | | CONSTANTES de FORMULA |
| Slab | 20 - 150 ft | 53 | 530 | |
| | 6 - 16 m | 2.54 | 0.8 | |
| Tee beam | 35 - 80 ft | 70 | 164 | |
| | 11 - 24 m | 3.35 | 25.7 | |
| Slab and prestressed I girders | 50 - 130 ft | 112 | 96 | |
| | 16 - 40 m | 5.36 | 15.1 | |
| Prismatic box girders (falsework construction) | 80 - 160 ft | 185 | 72 | |
| | 24 - 49 m | 8.86 | 11.3 | |
| Prismatic box girders (span-by-span construction) | 150 - 350 ft | 285 | 40 | |
| | 46 - 107 m | 13.65 | 6.3 | |
| Non-prismatic box girders (cantilever construction) | 350 - 800 ft | 0 | 94 | |
| | 107 - 244 m | 0 | 14.8 | |

Tab.- 58³⁰⁹

Es muy importante señalar **variación lineal del peso con la luz**. También está claro que los datos básicos para un diseño preliminar están perfectamente definidos siempre que nos limitemos a los tipos establecidos: cosa que sin duda va a ocurrir en la mayoría de los casos. Puede que la formulación no sea brillante, pero es claro que han sabido aprovechar el gran número de estructuras construidas.

Los capítulos 5 y 6 son los que más nos interesan, y en ellos se dan cuenta de las luces y proporciones habituales para los diferentes tipos estructurales de hormigón (con una extensión encomiable), así como datos de peso propio para un primer estudio.

³⁰⁷ ACI. ACI Manual of Concrete Practice. Part. 4. Detroit. ACI. 1992. BPG.

³⁰⁸ op. cit.; pg 343R-58

³⁰⁹ op. cit.; pg 343R-58 ;table 5.2

Para finalizar mostraremos, también en hormigón, y de otro autor³¹⁰, una relación habitual de luces y tipos.

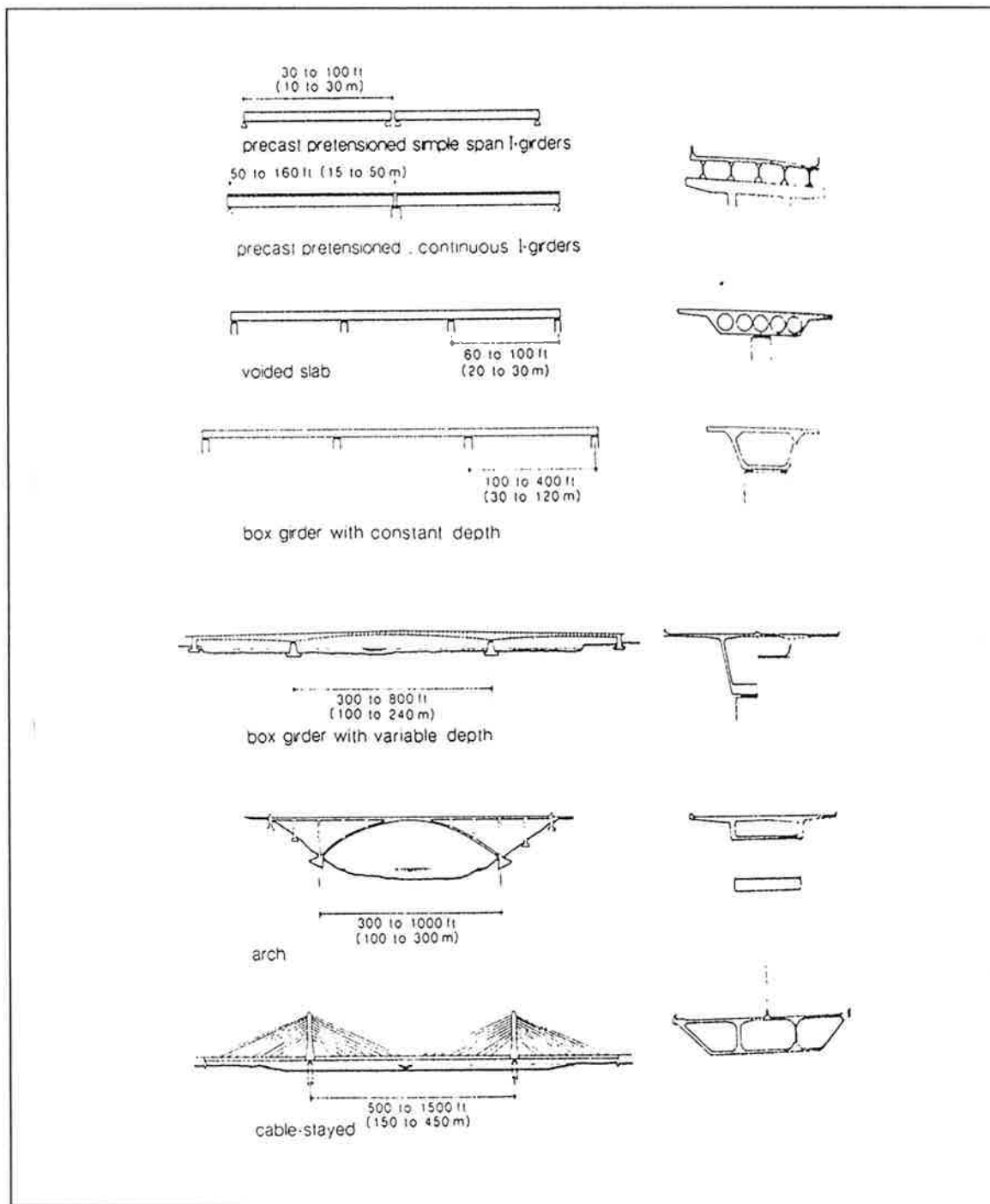


Fig.- 140

³¹⁰ Collins, Michael P., Mitchell, Dennis. *Prestressed Concrete Structures*. Englewood Cliffs, New Jersey. Prentice Hall, 1991. HPCO.

3.4.2.1 EL EDIFICIO EN ALTURA en los manuales de la segunda mitad del XX.

Veamos otra vez a **Schueller**.³¹¹ Es un trabajo, de nuevo, de recopilación a nivel muy elemental. Es interesante por la gran cantidad de ejemplos expuestos. Permite sacar, con cierta habilidad, gran información.

Se recoge información en la línea de F. Khan.

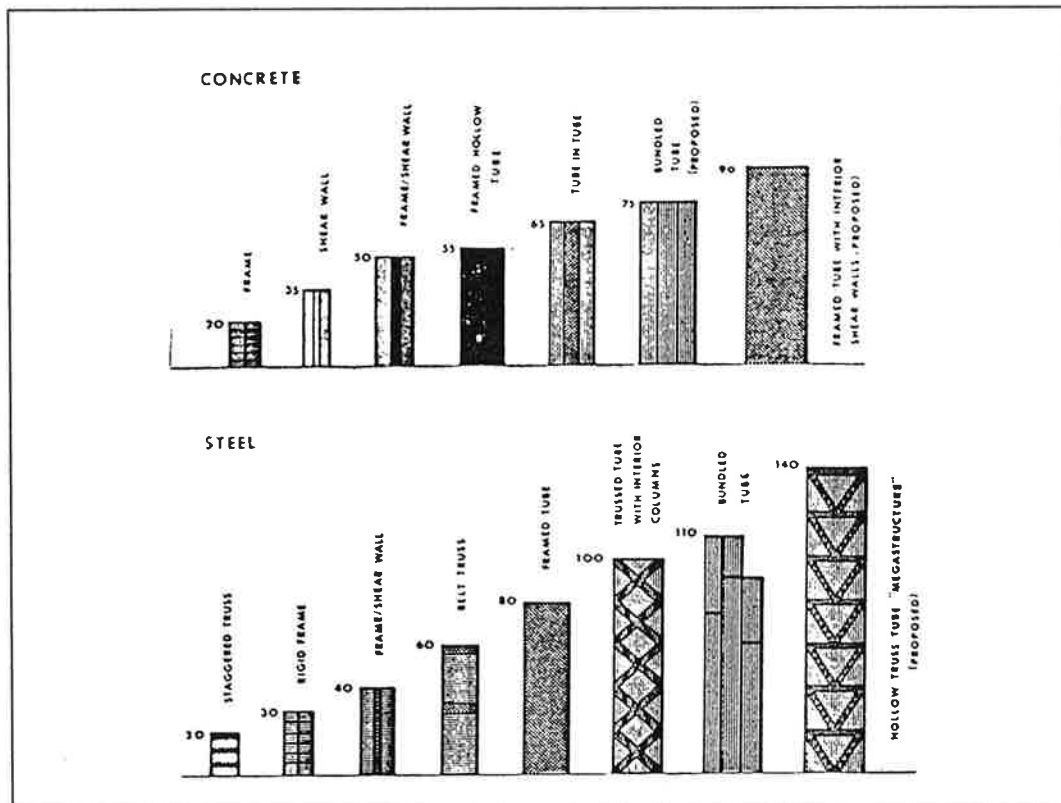


Fig.- 141

³¹¹Schueller, Wolfgang. The Vertical Building Structure. New York. Van Nostrand Reinhold. 1990.(fig. 7.1) & Schueller, Wolfgang. High-Rise Building Structures, 2 nd. ed.; Malabar (Florida). Robert E Krieger Publishing Co. 1986 (1977). BAVL (AA 6230 Sch 791).

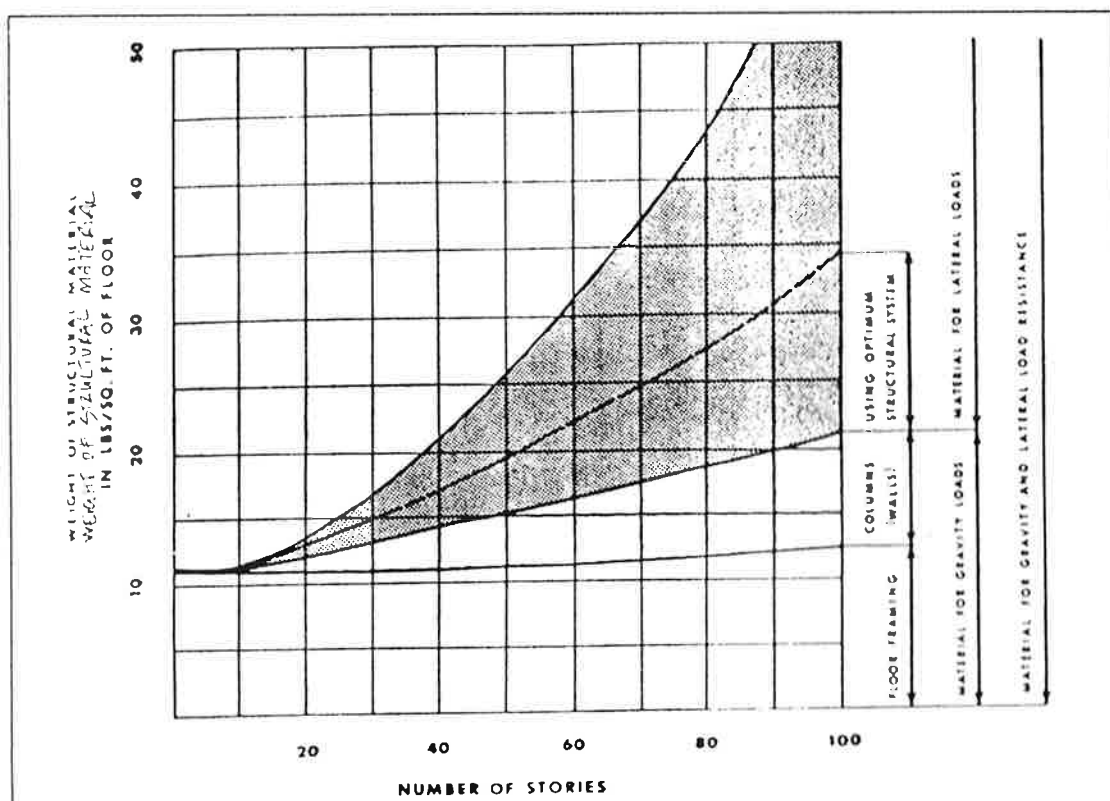


Fig. 142

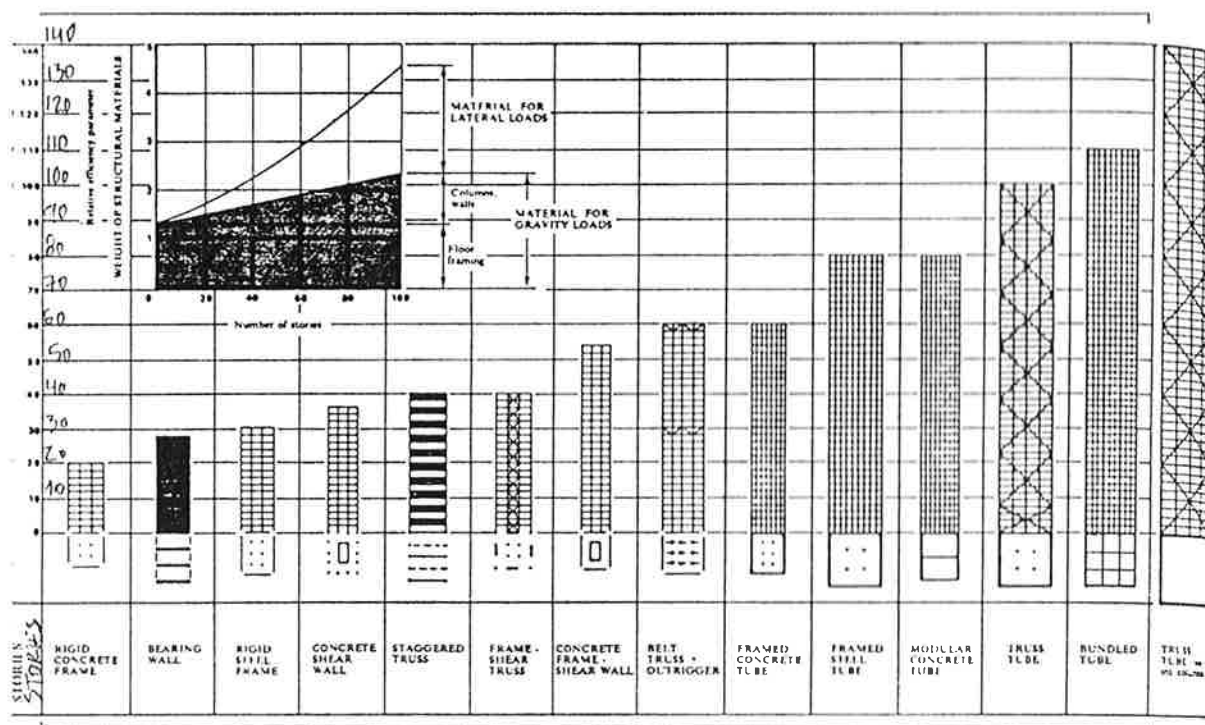


Fig. 143

CAPÍTULO 4 LAS HERRAMIENTAS y SUS ÁMBITOS DE APLICACIÓN.

Es claro que el objetivo de este trabajo se enmarca dentro de las primeras fases de diseño.

Por estos motivos, las herramientas han de ser sencillas; sin que por ello eliminemos rigor. Me remito a las anotaciones hechas anteriormente sobre la diferencia entre sencillo y simple. Tenemos que acotar problemas generales, no resolver elementos de detalle.

En este sentido, sería interesante citar las palabras introductoras de un libro de la -Escuela de Cambridge-; en cuanto concuerdan plenamente con nuestras intenciones.

"It is main thesis of this book, as indeed of plasticity theory in general, that in the structural engineering design situation it is extremely valuable to have a simple theory which enables the designer to make rough but rapid assessments of the main structural characteristics of various possibilities which he is investigating. It is true that some refinement will probably be desirable in the later stage of design, but it is very important not to waste time and effort on elaborate calculations in the early stages of design if simpler and more radical calculations would provide just the relevant information."³¹²

La elección de un modelo simple vendrá justificada por los resultados y datos que se exponen a lo largo de la tesis. Valga también de apoyo algunas ideas previas.

Las grandes estructuras construidas están muy lejos de los valores teóricos máximos, del orden de un 15 a un 30 % de éstos³¹³. Lo cual nos da una idea de la importancia que puede tener el elegir un modelo simple para plantear problemas de diseño.

En el caso de obras de fábrica (toda la historia de la arquitectura hasta el siglo XIX), donde su gran peso propio y no excesiva resistencia nos haría pensar que nos hallamos al límite, podríamos llevarnos sorpresas. Los valores de servicio de las tensiones se alejan bastante de los admisibles³¹⁴.

Este alejamiento se debe a múltiples factores. Los problemas de fatiga en uniones soldadas han condicionado seriamente las grandes luces de puentes metálicos colgantes. En el caso de nuevos materiales, influyen factores como el desconocimiento de los valores admisibles reales a largo plazo, durabilidad, etc.... De hecho, el desarrollo de los nuevos materiales en las grandes luces se ha debido no sólo a problemas de peso sino también a los problemas de durabilidad³¹⁵.

Por otra parte, las limitaciones de esbelteces longitudinales y transversales en grandes luces hacen que problemas de deformación y vibración longitudinal y transversal sean, más que la resistencia, los que fijen los tamaños máximos construidos de las grandes luces. Aún a sabiendas de la invalidez del argumento de autoridad, continuaré de momento, y en éste apartado, apoyándome en el:

"Designs are often based on serviceability limits of strain and deflection rather than ultimate rupture."³¹⁶

³¹²C.R. Calladine. Engineering Plasticity. 1969, Pág. 10

³¹³Este dato lo demostraremos más adelante. Para avalarla momentaneamente podemos citar a Otto, Frei. "Shells and Membranes". *Proceedings of the World Conference on Shell Structures*; San Francisco, Oct. 1-4, 1962; Spangler R.W. (Tech. Edr.); Washington D. C. National Academy of Sciences- National Research Council. (Publication n° 1187). 1962. pp.7 y 8.

"The limiting span is dependent upon the material used and particularly so on the ratio of its unit strength to unit weight. In addition, it depends on the structural system used. ...The theoretically greatest span of a given series of structural systems can be ascertained without great mathematical difficulty. The practically achievable spans of all these systems amount to about 15 to 30 per cent of the theoretical limit." (el subrayado es mío)

Por otra parte, las estructuras neumáticas son un caso a parte, como luego se verá.

³¹⁴Huerta Fernández, Santiago. "Diseño Estructural de Arcos, Bovedas y Cúpulas en España en 1500- en 1800". Ph. D. ETSAM; Madrid. 1990. 461 pp.; Veasen las pags. ,35, 302 y 343-347.

³¹⁵El gran fracaso de las estructuras metálicas es sin duda su durabilidad. Conservamos en perfecto estado puentes de los romanos; sin embargo, la vida media los puentes metálicos actuales ha sido del orden de 50 años; y llegar a 100 es considerado todo un record. Del hormigón armado podemos decir lo mismo (también por los problemas de corrosión).

³¹⁶Head, P.R.; Richmond, B. "Alternative Materials in Long-Span Bridge Structures". *Proceedings of the 1st. Oleg Kerensky Memorial Conference; Session 5; London; Jun. 22; 1988.* 1988. pp. 11.

El artículo es excelente. Además de darnos información de nuevos materiales, presenta una visión de todos los problemas que acompañan a elección de un material.

Es decir, la adopción de modelos simples parece algo más que razonable cuando su habla de problemas de diseño.

En este capítulo nos limitaremos a exponer brevemente el tipo de herramientas usadas en el esclarecimiento de las variables en relación con la estrategia de su empleo y sus virtudes.

4.1 ANÁLISIS DIMENSIONAL.

Parece necesario, dado el desuso en el que ha caído en nuestros días el análisis dimensional, dar unas breves notas al respecto.

El análisis dimensional debe inscribirse dentro de un modelo general físico determinado. Entenderemos esto bien si enunciamos, en palabras de Julio Palacios:

“Nuestro primer postulado se basa en un hecho que cualquiera puede comprobar, pues afirma que pueden escogerse las leyes fundamentales de modo que consistan en relaciones de proporcionalidad entre potencias determinadas de las cantidades que intervienen en el fenómeno considerado.

De un modo general, cualquier ley física fundamental puede formularse de la siguiente manera:

$$(y) \propto (x_1)^{\alpha_1} \dots (x_n)^{\alpha_n} \quad (\text{entre cantidades})$$

donde los exponentes $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ son números fijos, independientes de la naturaleza de los cuerpos que intervienen en el fenómeno.”³¹⁷

Es decir, estamos hablando de la mecánica newtoniana. Así, en la misma página nos dice:

“Desde luego, no es aplicable a los problemas de Reología, cuando menos en su forma actual.”

Este entorno es más que suficiente para nuestros intereses.

Por otra parte, y sin pretender reproducir aquí toda la teoría en la que se asienta el análisis dimensional, parece necesario hablar del Teorema de Pi o Teorema de Buckingham³¹⁸. Y dejaremos que sea Palacios el que vuelva a explicarnoslo:

“Sea una teoría física cuyas ecuaciones fundamentales, por estar de acuerdo con nuestro primer postulado, esto es, por consistir en relaciones entre monomios, son incondicionalmente homogéneas. Supongase que cumplen igual requisito todas las fórmulas de definición de las magnitudes secundarias que se utilicen en la teoría. Resultará un sistema de ecuaciones invariantes con relación a todos los cambios de unidades coherentes, y de igual propiedad gozará, por consiguiente, cualquier ecuación:

$$f(x_1, \dots, x_n) = 0; \quad (2.1)$$

que se deduzca de aquellas por aplicación de la teoría a un caso particular en que se trate de averiguar cómo depende cierta magnitud, x_n de otras, $x_1 \dots x_{n-1}$, que figuran como variables independientes en el fenómeno considerado.

En la ecuación (2.1) figurarán, a modo de parámetros, no sólo las constantes específicas de los cuerpos que intervienen en el fenómeno, sino también las constantes universales peculiares de la teoría.

(...), quedan demostradas las siguientes proposiciones:

1ª. La forma más general de toda ecuación

$$f(x_1, \dots, x_n) = 0;$$

que sea consecuencia de una teoría cuyas leyes fundamentales sean relaciones de proporcionalidad entre potencias con exponentes fijos, es:

$$F(\pi_1, \dots, \pi_i) = 0;$$

³¹⁷ Julio Palacios, *Análisis Dimensional*, 1964, pg. 36. (la cursiva es original, pero el subrayado es mío). El texto es un clásico en la materia, y destaca por su concisión y rigor. No obstante, recomiendo al lector introducirse en la materia con la ayuda simultánea de otros textos.

³¹⁸ E. Buckingham, *Phys. Rev.*, 4, 1914, pag. 345. El fue el primero en enunciar el Teorema de Pi, si bien no lo hizo con este enunciado. Será más tarde P.W. Bridgman el que le adjudique ese nombre.

donde las π_i son los monomios independientes de dimensión nula o monomios π_i , que pueden formarse con las magnitudes consideradas.

2ª. El número de monomios independientes es $i=n-h$, donde h es la característica de la matriz formada con los exponentes dimensionales con relación a una base completa cualquiera.”³¹⁹

Es decir, el análisis dimensional me asegura que puedo encontrar, en un determinado problema definido por una serie de variables dimensionales -n-, una base equivalente definida por -y- variables adimensionales y // $i < n$.

Más adelante concretaremos esto hablando del Principio de Similitud.

No obstante, el grueso del análisis se llevará a cabo a través de la Teoría General de Estructuras para Sistemas Elásticos. El Análisis Dimensional tiene mucha potencia en relaciones muy básicas por cuanto es a ese nivel al único al que inicialmente conoces cuales son las variables del problema. Si desconoces cuales son éstas no se puede aplicar el análisis dimensional y por tanto es una herramienta sin validez.

Además, el Análisis Dimensional no me informa de un posible error en la elección de las variables, lo cual le hace tremendamente peligroso para avanzar en relaciones paramétricas.

De hecho, la determinación de las variables se ha realizado básicamente a través del cálculo clásico de estructuras.

Lo dicho viene avalado por el hecho de que el campo realmente útil y con vigencia del Análisis Dimensional es en la Teoría de Modelos. Aunque el ensayo de modelos para comprobar cálculos es algo casi desterrado en la actualidad debido a la utilización de programas de Elementos Finitos (por cuanto suponen un menor coste); aún quedan campos como los de fluidos en los que se siguen utilizando. Dos ejemplos son el túnel de viento o los modelos para puertos marítimos. Los dos temas cumplen las condiciones óptimas para el uso del A. Dimensional:

- a- la gran complejidad y por tanto difícil modelización del fenómeno
- b- el conocimiento previo de la variables.

En contra de lo que pudiese parecer, el análisis dimensional puede asociarse al clásico y no al ensayo de modelos. Ello es debido a que las constantes de forma pueden ser deducidas en muchos casos de modo más sencillo con las herramientas convencionales.

Lo más interesante del enfoque dimensional, además de su generalidad, es que requiere establecer las variables del problema; y esto es algo que muchas veces no queda claro cuando se aborda un cálculo clásico.

A pesar de sus inconvenientes, no hemos eliminado el Análisis Dimensional por la gran abstracción y generalidad de sus resultados; siendo por tanto los dos enfoques complementarios.

³¹⁹J. Palacios, op. cit., pags. 67-70.

4.2 ANÁLISIS CLÁSICO.

Entendemos por métodos clásicos aquellos que utilizan las **ecuaciones de equilibrio, de compatibilidad y las constitutivas** para determinar las tensiones y movimientos de una estructura.

Dentro de los diversos procedimientos existentes, el *principio de los desplazamientos virtuales* presenta la ventaja del trabajo con escalares y de reducir al mínimo la información necesaria para resolver un problema; no utilizando variables que no intervienen en el problema.

De acuerdo con dicho principio, para cualquier desplazamiento virtual (es decir, estática y cinemáticamente admisible) de un sistema en equilibrio el trabajo de las fuerzas exteriores es igual al realizado por las fuerzas interiores.

Dado que éste es el enfoque más conocido y utilizado por todos, vamos simplemente a recordar unos conceptos que, aún cuando son básicos, son pasados a menudo por alto.

Ya Rankine³²⁰ estableció con claridad cuales eran las **condiciones que debía cumplir, simultáneamente, cualquier estructura**. Estas condiciones son tres.

4.2.1 Resistencia.

En función del material, vamos a tener una combinación de tensiones normales y tangenciales que definen un entorno cerrado dentro del cuál el material resiste.

Las teorías de resistencia de materiales resuelven este problema para cada caso.

Si manejamos sistemas discontinuos las comprobaciones de resistencia se simplifican de forma notable (lo cual ya es en sí un magnífico motivo para usar dichos sistemas). En este caso, el problema se limita³²¹ a la comprobación tensional:

$$\sigma_i \leq \sigma_{adm} ; \text{ec.- 110}$$

4.2.2 Rigidez.

La rigidez de una estructura viene definida por la relación entre su tamaño (luz máxima en unos casos y altura máxima en otros) y su deformación máxima (vertical y horizontal respectivamente). La comprobación será del tipo:

$$\delta_i/L_i \leq k ; \text{ec.- 111}$$

//k constante en cada problema.

Estas deformaciones relativas son las que nos importan a nivel de percepción humana y a nivel constructivo. Las deformaciones máximas o absolutas no son, por tanto, relevantes.

Las condiciones de rigidez están en relación al uso de esa estructura y al sistema constructivo empleado. En función de ello vamos a tener unas deformaciones relativas admisibles; fijadas por lo general por la normativa.

4.2.3 Estabilidad.

³²⁰Rankine, M.; A Manual of Civil Engineering.; pags. 132-133.

³²¹Es obvio que en las estructuras discontinuas puede volver a ser necesario, en las uniones, la consideración de tensiones en distintas direcciones. Pero como esto corresponde a estudios de detalle (y sólo en casos muy especiales es necesario), para nosotros este problema ahora no existe.

Una estructura es estable dentro de un cierto margen de movimientos virtuales, dentro de los cuales tiende a recuperar el equilibrio. La estabilidad no es un concepto absoluto sino relativo. Es decir, una estructura es o no estable en determinadas condiciones de carga.

Para definir esos movimientos debemos dar una información mínima en función del tipo de estructura.

El caso más sencillo es el de un único cuerpo rígido. En él, el giro de un sólo punto puede definir la estabilidad de la estructura.

Si son varios cuerpos rígidos, hay que distinguir entre las partes que sólo roten (las se conexión con los apoyos) y las partes que giren y se desplacen. Para las primeras nos basta el giro de un sólo punto; para las segundas deberemos conocer el giro y los desplazamientos de un punto de cada componente o conjunto de elementos que permanecen rígidos al introducir el movimiento virtual.

4.2.3.1 Estabilidad como sólido rígido. Estabilidad de primer orden.

Aquí tenemos que considerar dos casos distintos, el caso del vuelco y el de colapso local. Este último sólo es planteable cuando la estructura se forma con varios sólidos. Por ello, aunque los principios son los mismos, a nivel operativo merece la pena diferenciarlos.

En ambos casos, el problema es el equilibrio entre el momento de las fuerzas de vuelco y el de las fuerzas estabilizadoras. Algo realmente importante es que *el momento estabilizador depende exclusivamente de la geometría de la estructura y del peso específico del material*. Si fijamos un coeficiente de seguridad γ , podemos definir el -momento de estabilidad- del cuerpo; es decir, aquel que marca el límite de estabilidad de la estructura. Este concepto fue ya considerado por Moseley y Rankine³²². Entre dos cuerpos estables, su grado de estabilidad puede medirse en relación a su *momento de estabilidad* (M_{est}).

Como ya comentamos, hay una clara diferencia entre:

A- Estructuras cuyo análisis se realiza a través de un sólo cuerpo:

B- Estructuras cuyo análisis se realiza a través de varios cuerpos:

En este caso debemos hablar de dos conceptos ya establecidos también por H. Moseley³²³: la línea de resistencia o línea de empujes, y la línea de presiones o línea de inclinaciones.

4.2.3.2 Estabilidad como sólido deformable. Estabilidad de segundo orden.

Como movimientos virtuales hemos de considerar los derivados de las capacidad deformable del cuerpo.

En este caso la relación de las variables no es lineal. A medida que aumentan las sollicitaciones lo van haciendo los esfuerzos hasta que, para un estado de equilibrio, se produce la convergencia de ambos factores.

Se diferencia entre no linealidad mecánica (en el caso de materiales con una relación tensión-deformación no lineal) y no linealidad geométrica (en el caso de desplazamientos iniciales y/o debidos al estado de carga).

A su vez, debemos diferenciar los problemas locales (de barra o elemento) de los globales (de estructura). El enfoque general es el mismo pero la estabilidad global es más conicionante a nivel de diseño y por tanto exige un mayor control inicial.

Cualquier planteamiento para determinar la relación entre variables pasa por analizar estas tres condiciones con una herramienta de cálculo simple. En cuanto que los problemas de rigidez y estabilidad requieren un enfoque elástico; dicho modelo parece el más adecuado en la gran parte de los casos. En el análisis de la condición resistente puede ser incluso más adecuado el cálculo

³²²Rankine, M.; A Manual of Applied Mechanics; pags. 233-235

³²³Moseley, H.; "On the New Priciple in Statics, Called the Priciple of Least Pressue", Cambridge Philisophical Transactions, Vol. 3; 1833, pp. 285-288.

Cualquier planteamiento para determinar la relación entre variables pasa por analizar estas tres condiciones con una herramienta de cálculo simple. En cuanto que los problemas de rigidez y estabilidad requieren un enfoque elástico; dicho modelo parece el más adecuado en la gran parte de los casos. En el análisis de la condición resistente puede ser incluso más adecuado el cálculo plástico por cuanto no está tan limitado por las condiciones de contorno; pero no así en las otras dos condiciones.

4.3 Estudio de Obra Construida: ANÁLISIS EMPÍRICO.

Los enfoques empíricos deben entenderse como complementarios de los anteriores por tener las siguientes virtudes:

a- permite contrastar los resultados teóricos.

b- sus resultados engloban factores difícilmente controlables por los modelos teóricos (factores constructivos, influencia del proyectista,...).

c- si partimos de la base de que las obras analizadas han sido correctamente diseñadas (para suponerlo nos contentaremos con que no hayan colapsado), los datos obtenidos engloban ya las comprobaciones de rigidez, resistencia y estabilidad. Por ello, además nos informan de cuál de las tres es la más condicionante para cada tipo. Esto nos ayuda a “cortocircuitar” el proceso general de diseño.

d- nos permite librarnos en gran medida de “la maldición de Sísifo”, y aprovechar millones de horas de trabajo de cientos de miles de personas. Además, entiendo que el abandono del adanismo es un buen hábito; ya que permite a los que no somos genios aprender más y en menos tiempo.

CAPÍTULO 5 DEFINICIÓN DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA.

5.1 ANOTACIONES PREVIAS: Estructuras Continuas versus Discontinuas.

Entenderemos por estructuras discontinuas aquellas que pueden ser definidas topológicamente a través de un conjunto de puntos (o nudos) conectados entre sí por una serie de líneas rectas (o barras); estando las cargas concentradas en los nudos. Esto último no es imprescindible, aunque nos ayuda a formar un sistema de discretización simple.

El caso más elemental es el definido por un sistema triangulado de barras articuladas. Los sistemas con cables también pueden ser modelados así de modo muy directo; y en general cualquier sistema en el que el esquema de trabajo se desarrolla básicamente con axiles.

Intentaremos demostrar que este modelo de discretización puede ser aplicado con éxito en cualquier otro tipo.

Hay estructuras en las que esa modelización no es tan directa ni unívoca. Son aquellas que llamamos continuas. Un ejemplo sencillo es el de una viga de madera o de hormigón.

La discretización de problemas continuos es algo ya muy antiguo en la historia de las estructuras. Este salto conceptual supone una notable simplificación del problema; conlleva una mayor capacidad para obtener conclusiones generales y por tanto potentes.

Un ejemplo clásico de lo que decimos está en **Maxwell**. En su *-On Reciprocal Forces...* plantea ya este salto conceptual. Modeliza la estructura a través de un sistema de líneas y puntos. Con ello consigue manejar álgebra vectorial y estática gráfica en lugar de cálculo infinitesimal; lo cual puede ser algo realmente ventajoso; y sin perder por ello ningún rigor.

“A Frame may be defined geometrically as a system of straight lines connecting a number of points. In actual structures these lines are material pieces, beams, rods, or wires, and may be straight or curved; but the force by which each piece resists any alteration of the distance between the points which it joins acts in the straight line joining those points. Hence, in studying the equilibrium of a frame, we may consider its different points as mutually acting on each other with forces whose directions are those of the lines joining each pair of points.(...)”

Hence, in order to exhibit the mechanical action of the frame in the most elementary manner, we may draw it as a skeleton, in which the different points are joined by straight lines, and we may indicate by numbers attached to these lines the tensions in the corresponding pieces of the frame.

The diagram thus formed indicates the state of the frame in a way which is geometrical as regards as the position and direction of the forces, but arithmetical as regards their magnitude.

But, by assuming that a line of a certain length shall represent a force of a certain magnitude, we may represent every force completely by a line.”³²⁴

Vemos entonces como reduce el problema a una simple geometría de puntos y líneas rectas que los unen con una cierta conectividad.

Otro caso, más reciente, es la **teoría de bielas** de Lebellet y Ritter-Mörsch³²⁵; de tanto uso y tan buena aceptación en el cálculo de hormigón armado. Aún hoy día, sigue siendo una de las formas más lógicas y rigurosas de estudiar el comportamiento de ese material. Podrían citarse numerosos estudios actuales que usan el método de las bielas; y que demuestran que su uso no es algo del pasado.

El llamado **Axioma de Feinberg** es otro argumento a favor.

³²⁴Maxwell, J.C.; *On Reciprocal Forces...*, pag 21.

³²⁵Franceses y Alemanes se disputan su autoría inicial.

El axioma parte de uno de los teoremas de cálculo plástico, el *-lower bound theorem-* o teorema de límite inferior. Dicho límite define una región a favor de seguridad; ya que da siempre valores de carga menor que la de colapso. Este teorema se puede enunciar de la siguiente manera:

Sea un sistema estructural en el que actúan un conjunto de cargas $\{P_1 \dots P_i\}$. Sea β_c el valor de la constante tal que $\beta_c \{P_1 \dots P_i\}$ es la carga de colapso de la estructura.

Si existe cualquier distribución de esfuerzos para la cual la estructura es segura y estáticamente admisible con un conjunto de fuerzas $\beta \{P_1 \dots P_i\}$, entonces $\beta \leq \beta_c$.

De aquí deriva el Axioma de Feinberg (1948):

"This same distribution of bending moment must remain safe and statically admissible with these loads if the plastic moment is increased at one or more cross sections, for the requirements of statical equilibrium remain unchanged, and if the plastic moment was not exceeded anywhere in the original frame it will certainly not be exceeded in the strengthened frame."³²⁶

El axioma nos garantiza el equilibrio de una estructura continua si consigo encontrar dentro de ella una discontinua que resista. Pero lo más interesante es que en ello subyace el hecho de considerar el paso de lo discontinuo a lo continuo como una simple variación de dimensionado.

Y con el mismo planteamiento, podemos citar otros trabajos:

"La discretización de problemas continuos ha sido abordada de manera diferente por matemáticos e ingenieros. Los primeros han desarrollado técnicas generales aplicables directamente a las ecuaciones diferenciales que rigen el problema, tales como aproximaciones por diferencias finitas, diferentes métodos de residuos ponderados, o técnicas aproximadas para determinar puntos estacionarios de 'funcionales' definidos en forma apropiada. Los ingenieros, por otra parte, suelen enfrentarse al problema más intuitivamente creando una analogía entre elementos discretos reales y porciones de un dominio continuo. Por ejemplo, en el campo de la mecánica de los sólidos McHenry, Hrenikoff y Newmark demostraron, al comienzo de la década de 1940, que pueden obtenerse soluciones razonablemente buenas de un problema continuo, sustituyendo pequeñas porciones del continuo por una distribución de barras elásticas simples. Más tarde, y en el mismo contexto, Argyris, Turner y otros demostraron que se pueden sustituir las propiedades del continuo de un modo más directo, y no menos intuitivo, suponiendo que las pequeñas porciones del mismo, o <elementos>, se comporten de una cierta forma simplificada."³²⁷

En el paso de un modelo a otro, los errores no se comenten en lo referente al equilibrio (que no varía en absoluto), sino en las tensiones; y por tanto en las deformaciones (aunque podemos limitar el error de modo considerable).

Tampoco se ven modificadas las variables del problema, sino sólo el valor de las constantes de forma (también con una mínima variación). En este sentido, Cox³²⁸ lo plantea de la misma manera (no en vano retoma los trabajos de Maxwell). Estudia primero el problema para un dimensionado estricto de la estructura, con la tensión σ constante. Con ese dimensionado tiene unas constantes de forma k_0 . Si el dimensionado no es estricto, la constante será lo único que varíe, pasando a otra $k_1 > k_0$.

Por tanto, el salto de un tipo a otro puede entenderse simplemente como una variación en el dimensionado del esquema (o -skeleton- según Maxwell) de la estructura. Esto es de gran importancia en relación al tamaño, ya que (como luego se verá) las tensiones debidas al peso propio son independientes del dimensionado; y este es sin duda el mayor argumento para la discretización discontinua considerando el grueso o dimensionado como variable independiente.

³²⁶Neal, B.G.; The Plastic Methods ...pag. 49.

³²⁷Zienkiewicz, O.C.; EL Método de los Elementos Finitos. Ed.Reverté; 1982; pag.2. (El subrayado es mío)

³²⁸Cox, H.L.; The Design of Structures of Least Weight. 1965. pag. 117-118.

Hay que destacar también lo que ya ha apuntado **Maxwell**; el hecho de poder representar todo el problema mecánico a través de pura y simple geometría.

El paso podemos darlo, entonces, en una u otra dirección; pudiendo entresacar un esquema de dimensionado estricto para una estructura continua, o bien introduciendo un determinado grueso a otro esquema.

Pero además, el hecho de trabajar con estructuras discontinuas tiene otra importante ventaja: en las estructuras discontinuas, determinada la forma de la estructura, e independientemente del sistema de cargas empleado, conozco el camino por donde van a ir las cargas. De este modo, a la hora de calcular la cantidad de estructura de un esquema, los valores de la carga no van tener ninguna relación con los caminos por los que esta se transmite (cosa que sí se produce en las estructuras continuas, donde la variación de la carga va modificando la distancia de brazos de palanca y su posición relativa). **De este modo, el grueso o dimensionado es una variable que sigue sin modificar el camino de las cargas.**

En las estructuras continuas podría conseguir esquemas -unifilares- a través de la línea de presiones. El problema es que ésta va a depender del dimensionado.

Por tanto, con el enfoque de la discretización, desligamos completamente los parámetros de carga y de dimensionado de los puramente geométricos.

De lo expuesto se deduce que la clasificación de continuo-discontinuo no es complementaria. En realidad, toda estructura es continua. La discontinuidad con la que se asocia a las estructuras de barras nace de modo bastante intuitivo; pero ese mismo carácter provoca que se oculte la cantidad de pasos dados hasta llegar ahí.

Entendemos que lo expuesto en este apartado ayudará a entender mejor la elección de las variables.

5.2 MATERIAL

En primer lugar estarían aquellos que nos definen el comportamiento mecánico del material de una forma fundamental. Hay **tres variables básicas** que nos informan del material.

i 1- ϵ ; o módulo de deformación unitaria longitudinal

i 2- σ ; tensión normal

i 3- δ_e ; peso específico del material

Quizá sea importante hacer unas anotaciones de nuevo, ya que implícitamente se están tomando decisiones.

¿Por qué se habla sólo de los factores longitudinales de la tensión y la deformación?

De nuevo debemos volver al tema de lo continuo y discontinuo; que, como vamos viendo, es una disquisición que tiene más importancia de lo que parece.

Si asumimos que las estructuras discontinuas son las que producen esquemas de trabajo óptimos, es claro que los tensiones tangenciales y el módulo de deformación transversal no nos interesa.

Tensión y peso específico se convinan en una sólo variable: el llamado **alcance** (Λ) del material;

$$\Lambda = \sigma/\rho; \text{ ec.- 112}$$

Ya vimos que esta variable había sido reconocida por diversos autores.

El alcance es un factor que nos informa de la eficacia estructural del material. Valores altos del alcance implican materiales aptos para las grandes luces. **Nos informa por tanto de la repercusión del material en el peso propio de las estructura.**

El sentido mecánico puede verse como la tensión que es capaz de desarrollar el material con relación al peso empleado para ello.

Tiene también un sentido físico que más adelante veremos.

Hay dos motivos por los que nos interesa tratar el alcance como parámetro estructural.

a- En primer lugar, tiene una clara representación física, ya que representa la altura máxima a la que puede llegar un prisma considerando sólo el peso propio de éste; y suponiendo que no existen problemas de estabilidad. O, visto al revés, la longitud máxima de la que puede colgarse un prisma sin que no se rompa por su propio peso. Como puede verse, el alcance tiene dimensiones de longitud. Es interesante ver como la pregunta hecha por Leonardo da Vinci tenía más enjundia de lo que pudiera parecer.

b- En segundo lugar, veremos como es una variable de la que depende linealmente el tamaño máximo de cualquier estructura. Es decir, para ese prisma teórico su altura máxima es igual al alcance; si consideramos otro tipo estructural cualquiera habrá que introducir un factor constante que sólo depende de la forma (Factor de Forma= k_f).

Podemos hablar en relación al tamaño máximo o podemos hacerlo en relación al rendimiento de la estructura. Entendemos por rendimiento la relación entre el peso propio de la estructura y la carga total. El rendimiento de la estructura es, por tanto, directamente proporcional al alcance del material de que se compone.

5.3 FORMA

El concepto de forma engloba varios factores. Dentro de él vamos a **agrupar todas las variables adimensionales que intervienen con carácter geométrico**; completamente desligadas por tanto de los factores de resistencia mecánica (antes vistos), de los de tamaño y de los factores de carga.

Partiendo de la idea de estructuras discontinuas como una forma válida para discretizar cualquier tipo de estructuras, es obvio que la forma de una estructura queda definida por una serie de nodos, unidos entre sí de determinada manera por unas barras.

Pero hasta ahora no hablamos más que de topología, y por tanto todavía no damos información sobre las distancias relativas de los nodos. Este será entonces el siguiente paso. Con este elemento adimensional ya tenemos algo dibujable de forma inequívoca, aunque sin escala conocida. Para determinar su escala debemos introducir otra variable más: el tamaño o dimensión de alguno de sus miembros. Finalmente, a esta geometría de líneas se les asigna un grosor o grueso.

El grosor es una variable independiente para las estructuras discontinuas. No en cambio para las continuas.

En las continuas es posible separar el concepto de grosor dentro de la forma pero no en los mismo términos. Ahora el grosor, como magnitud independiente de la forma, se entenderá por lo general como el espesor de la estructura en el plano perpendicular al de carga. Las variaciones de material en esa dirección no modifican la eficiencia del tipo, sino sólo su capacidad última de carga.

La forma más clara de visualizarlo es a través de la viga rectangular cargada en un sólo plano. El ancho de la viga sería el grosor tal y como lo hemos definido. Dado que el grosor depende de las condiciones de carga, no sería una buena variable.

Con ello no hacemos más que hacer hincapié en la importancia de la discretización del modelo. Discretizar con un modelo discontinuo nos permite llegar desde un principio a variables independientes en mucho mayor grado. No hacerlo significa una imposibilidad de localizar parámetros que desde un principio nos permitan controlar el diseño; las variables se van interfiriendo entre sí.

Establecidas esas relaciones, el siguiente paso es fijar las condiciones de contorno (situación de apoyos y capacidad de transmisión de esfuerzos).

Todo ello define los factores geométricos de las estructura.

Por tanto, tendremos las siguientes variables.

5.3.1 Esquema

El esquema no es más que la definición **topológica** de la estructura.

Hay diversos trabajos de investigación que relacionan el esquema topológico con el esquema estructural, es decir, con el modo de trabajo de la estructura. No hablaremos aquí de ello por ser periférico,

pero debe anotarse la importancia que la topología tiene en el rendimiento del tipo. Si el sistema topológico es homogéneo, en la descripción de un nodo tendremos acumulada gran cantidad de información sobre el funcionamiento posterior de la estructura.

5.3.2 Condiciones de contorno

Una vez definida la topología debemos -situarla- en algún lugar concreto. Es decir, fijar donde y de que modo se va apoyar esa estructura.

Esta variable es de suma importancia, y sus variaciones traen consigo modificaciones brutales del modo de trabajo (como es perfectamente conocido)

5.3.3 Proporción³²⁹

La proporción la entenderemos de tres modos.

En primer lugar, en su sentido más amplio, la proporción es el conjunto de monomios adimensionales definidos por las distancias relativas de los nodos de las estructura: L_i/L . Pero de todas esas relaciones que nos hacen saltar del esquema topológico al geométrico, siempre hay una de ellas con más potencia estructural.

Aquí, en segundo lugar, la proporción global (o esbeltez) $-\lambda-$ nos viene definida por otro monomio adimensional L_i/L que representa la relación entre la luz (tamaño) y el mayor brazo de palanca efectivo de las estructura. Aquí volvemos a ver que en estructuras horizontales (luz/canto max.) y verticales (altura/canto max.) los parámetros que la definen son distintos, pero el concepto y el interés es el mismo. Este es factor (L_i/L) más relevante a nivel mecánico, por lo que cuando hablemos de proporción (salvo indicación de lo contrario) nos referiremos a la global.

En sistemas como los arcos o los cables hay que anotar que el canto máximo se define como la cota entre la línea que une los arranques y el punto de peralte o descuelgue máximo tangente a aquella. Y aquí podemos ver claramente la importancia de las condiciones de contorno. En estos casos debemos hablar también de proporción local, como en el caso ya visto de arcos de cerchas de rigidización de estructuras de cables.

El conjunto de esquema, condiciones de contorno y monomios L_i/L que definen la proporción vienen agrupados numéricamente por una constante de forma k_f para cada caso. En la formulación matemática se parte del análisis para una determinada relación de L_i/L ; por lo que a nivel operativo se trabaja sólo con $-\lambda-$.

5.4 GRUESO O DIMENSIONADO.

Antes hemos hecho una serie de anotaciones sobre el grueso. El problema subyace ahí de forma clara. No obstante, creemos que la forma planteada para resolverlo, a través de una discretización discontinua, queda avalada por la calidad de los resultados que pueden obtenerse.

El grueso representa entonces la variable que define la cantidad de material que está relacionada con una línea de transmisión de carga. En definitiva, no es más que el *área resistente del elemento*.

Podemos seguir viéndolo de forma adimensional, como la relaciones de áreas A_i/A . Si las secciones son constantes esto es muy simple.

³²⁹ Es muy significativo como, a pesar de que este parámetro aparece reflejado en muchas de las referencias estudiadas en el capítulo 2, es por lo general en los trabajos de finales del XIX y mediados del XX cuando se le da importancia como parámetro relevante en el diseño de la estructura. En la literatura técnica reciente las referencias son, salvo honrosas excepciones, muy vagas. Por contra, sólo trabajos menos científicos, enfocados a una descripción formal de las estructuras, vuelven a captar realmente su relevancia. Los ya citados de W. Schneller son un ejemplo; otro interesante es la magnífica obra -Mainstone, Rowland. "Chap. 5 Structure and Form". *Developments in Structural Form*; 1ª ed.; Cambridge (Mass.). The MIT Press. 1975. BAVL. (pags. 89-90)-, aunque las referencias son poco precisas y por lo tanto no muy útiles.

Es interesante anotar que si la estructura, además de ser discontinua, es isostática; además de conocer el camino de las cargas conoceremos su magnitud. Con ello podemos hacer un dimensionado estricto miembro a miembro. En caso de que sea hiperestática, podríamos diseñar asignando valores de carga estáticamente compatibles con la estructura, -cerrando- el cremona de la forma que más nos interese y así de nuevo poder dimensionar a priori estrictamente.

Dentro de la terminología habitual, podemos llamar **dimensionado a una magnitud cualquiera** A_i que me permite pasar del sistema adimensional al dimensionado.

Ya hemos mencionado que las tensiones de peso propio no dependen del dimensionado, por lo que no es estrictamente una variable del problema. Pero las tensiones totales si dependen del grueso. *Es, por tanto, una variable relevante en peso si se contemplan sistemas con cargas exteriores.*

5.5 TAMAÑO

El tamaño (L) es otro elemento dimensional. Esta variable fue el gran descubrimiento de Galileo.

Al fijar la dimensión de un sólo elemento ya podemos ir deduciendo el resto de los valores de las relaciones L_i/L y A_i/A . Es decir, le hemos dado una escala concreta a ese esquema geométrico - proporcionado-.

Al igual que sucede con la variable proporción, siempre hay un valor de entre todos los posibles que nos da mayor número de información (o de mayor sensibilidad). En el caso de una estructura horizontal es el valor de su luz. En el caso de una estructura vertical es su altura.

5.6 ACCIONES.

Para nuestros fines, traduciremos las acciones a un sistema de cargas. Hay acciones que no responden a este concepto de forma precisa pero que no van a considerarse por lo general en las primeras fases del diseño.

5.6.1 Definición del sistema de cargas

La definición geométrica de un funicular (lo que podríamos llamar con nuestra nomenclatura la proporción del funicular) depende de la posición de las cargas y reacciones: (x_i/x); y de la relación de fuerzas (q_i/q).

Estos dos monomios adimensionales definen lo que podemos llamar sistema de cargas. Los x_i/x son parte de los monomios (L_i/L) que definen la proporción de las estructura.

Volvemos a subrayar el carácter adimensional de las variables. Es decir, la magnitud de la carga no va influir. Esto es algo importante a la hora de hablar del peso propio. Lo habitual es que la carga vaya repartida en la misma relación q_i/q que el peso propio, es decir, uniformemente. Esto quiere decir que podemos ver el peso propio como un factor constante β_{DL} que modifica el valor la carga en función del tamaño.

5.6.2 Magnitud de las acciones.

De nuevo vemos el problema de la carga como en el caso de la proporción y el tamaño; diferenciando entre el factor adimensional y el dimensional final que siempre debe intervenir en un problema de tamaño.

Llamaremos magnitud de la carga a un factor constante β que define una magnitud cualquiera de las q_i . A su vez, ese factor es suma de dos factores, uno correspondiente a las cargas externas (EXT) y otro correspondiente al peso propio (PP). Es decir:

$$\beta = \beta_{EXT} + \beta_{PP}; \text{ ec.- 113}$$

Al igual que al hablar de proporción, de todas las los posibles valores β_{EL} y β_{DL} que puedo tomar para definir la magnitud del conjunto, la cara total exterior Q y el peso propio total \wp (respectivamente) serán los que definan la magnitud total de carga.

El peso propio \wp se puede descomponer, de nuevo, en otros dos, referentes a la parte del peso propio que se encarga de resistir fuerzas exteriores (EL) y al que se encarga de resistirse a sí mismo (DL):

$$\wp = \wp_{EXT} + \wp_{PP} ; \text{ec.- 114}$$

De hecho, en algunas de las tablas empíricas que mostramos³³⁰, se representa precisamente la relación entre (\wp_{PP} / \wp_{EXT}) y el tamaño.

ANOTACIONES.

Como podemos ver, los dos factores dimensionales: el tamaño y la magnitud de la carga, no son completamente independientes.

Aclarar esa dependencia es precisamente uno de los objetivos de la investigación.

El tamaño modifica el valor total de β a través de β_{PP} . Como veremos, esto tiene más relevancia a medida que nos aproximamos a los grandes tamaños.

Desde el punto de vista teórico, el tamaño puede también modificar otra variable (que por tanto dejaría de ser completamente independiente), la relación q_i/q . Pero para los primeros diseños sí es asumible. Por ello, el factor q_i/q si va a ser u nivel práctico una variable independiente.

El hincapié hecho en separar términos adimensionales se justifica por el teorema Π ya visto.

En general, por tanto, una estructura puede quedar definida por un material, forma, grueso y tamaño; a los que se le añade un sistema de cargas de cierta magnitud.

³³⁰Thorpe, W.H. Steel Bridge Weights. London. Engineering News-Record (?). (?) (Princ. S.XX). 35p. BES (624.043).

CAPÍTULO 6 ELEMENTOS.

Expondremos aquí una serie de leyes que hemos ido recogiendo a lo largo del Capt.-3 y que van a permitirnos desarrollar las variables del problema en el capítulo siguiente desde varios puntos de vista.

Subrayamos, una vez más, el carácter no cerrado de esta investigación. Se avanzará considerablemente en algunos terrenos. No obstante, parecía imprescindible montar una estructura general en la que encuadrar futuros trabajos sobre el tema.

6.1 CONCEPTO GENERAL DE SIMILITUD.

Ya Galileo³³¹, como mencionamos al comienzo del trabajo, abordó problemas referentes a estructuras semejantes; y de modo implícito establece la distinción de similitud mecánica y geométrica. El maneja ya conceptos pertenecientes a lo que hoy entendemos por análisis dimensional; a pesar de que la teoría de esta rama de la física se fundamenta entre finales del XIX y principios del XX³³².

La manera más general de enfocar el principio el concepto de similitud es a través del análisis dimensional.

Definición general de similitud mecánica.³³³ *Una función f_1 (que define las relaciones de una variable mecánica con otras) es similar a otra f_0 si, al evaluar dichas funciones en puntos homólogos y tiempos homólogos, se prueba que la relación $f_1/f_0 = \text{constante}$. Al valor de dicha constante, $f_1/f_0 = k_f$ se le denomina factor de escala o de distorsión para la función f_0 .*

En nuestro caso, nos interesa saber si al aplicar a un sistema un factor geométrico de escala k_f las variables mecánicas varían con el mismo factor; o viceversa. De ese modo podemos ver si concuerdan similitud geométrica y mecánica.

Hablar de puntos y tiempos homólogos no es más que la manera de expresar la siguiente relación matemática:

$$x_1 = \alpha_x x_0; \quad y_1 = \alpha_y y_0; \quad z_1 = \alpha_z z_0; \quad t_1 = \alpha_t t_0; \text{ etc.} \quad (115)$$

siendo como siempre (x,y,z) las coordenadas cartesianas y -t- la coordenada temporal.

Es decir, el concepto general de similitud está asociado al de homología o afinidad. Hablamos de similitud completa cuando la constante $k_f = 1$. Decimos entonces que dos funciones mecánicas son semejantes.

En nuestro caso no va a entrar el juego la variable tiempo (ya que no consideramos problemas reológicos ni dinámicos).

Esto quiere decir que pueden plantearse, en principio, tantos tipos de similitud como variables tenga el problema. En cada caso, los factores de distorsión no tienen por que ser los mismos.

Cada variable mecánica se expresa a través una función -f-. Por ello, y de acuerdo con definición general de similitud que hemos dado, pueden estudiarse por separado las distintas distorsiones de modo que determinemos la variación de cada función en relación al resto de las variables mecánicas y geométricas del problema.

Tendremos entonces cuatro tipos básicos de similitud; estática, material, dinámica y cinemática. Obviamente, son las tres primeras las que más nos interesan; y particularmente la primera.

³³¹Galileo, Discorsi..., Leiden, 1638. Trad. de Editora Nacional.

³³²J. Palacios, en la obra ya citada, hace en su introducción un magnífico y breve resumen histórico sobre la fundamentación de estas teorías. Por citar dos fechas y autores claves: Fourier (1888) y Buckingham (1914).

³³³Langhaar L., Henry; Dimensional Analysis and Theory of Models. pp. 68. Interesante en el tema de los distintos tipos de similitud.

6.1.1 TIPOS DE SIMILITUD MECÁNICA.

6.1.1.1 Similitud ESTÁTICA.

Como ya hemos mencionado, el estudio estático de una estructura implica que se cumplan simultáneamente las condiciones de resistencia, rigidez y estabilidad. Por ello, las similitudes han de plantearse en este sentido. En este sentido, los factores de distorsión a controlar serán los de las tensiones α_σ y los de las deformaciones unitarias α_ϵ .

6.1.1.2 Similitud MATERIAL.

La material influye en, - ϵ - (deformaciones unitarias longitudinales), σ (tensión admisible) y - ρ_e - (peso específico). Dos de estas variables de material afectan de manera directa a la determinación del tamaño máximo de una estructura: hablamos del Alcance del material $A=\sigma_e/\rho_e$. Además, como es lógico, las diversas tensiones admisibles y modelos de rotura vienen marcadas por el material. Por ello, el efecto del material es de gran importancia, y al mismo tiempo, muy sencillo de introducir en el resto de las relaciones. En la mayoría de los materiales el comportamiento del material en servicio es básicamente elástico, por ello, consideraremos para un primer análisis que los cambios afectan de manera lineal. Por ello, el modo de proceder será el de buscar el resto de los factores de distorsión e irlos modificando linealmente en función del material a emplear.

6.1.1.3 Similitud DINÁMICA.

Se dice que dos sistemas son dinámicamente similares si partes homólogas del sistema experimentan fuerzas similares.

Llamaremos α_m al factor de distorsión de la masa; es decir, $m_1=\alpha_m m_0$. Si los dos sistemas son del mismo material, $\alpha_m=\alpha_l^3$.

Por otra parte, y siguiendo las leyes de Newton: $F_x=ma_x$; $F_y=ma_y$; $F_z=ma_z$.

Al igual que antes, $x_1=\alpha_x x_0$; $y_1=\alpha_y y_0$; $z_1=\alpha_z z_0$; $t_1=\alpha_t t_0$. Si tenemos en cuenta la relación anterior de $\alpha_l/\alpha_t^2=\alpha_a$, podemos obtener fácilmente el factor de distorsión dinámico - α_f :-

$$F_{x1}=(\alpha_m \alpha_x / \alpha_t^2) F_{x0}; F_{y1}=(\alpha_m \alpha_y / \alpha_t^2) F_{y0}; F_{z1}=(\alpha_m \alpha_z / \alpha_t^2) F_{z0}; \quad (\text{ecu.-1}).$$

$$\alpha_{fx}=(\alpha_m \alpha_x / \alpha_t^2); \alpha_{fy}=(\alpha_m \alpha_y / \alpha_t^2); \alpha_{fz}=(\alpha_m \alpha_z / \alpha_t^2); \quad (\text{ecu.-2}).$$

Como antes, y para estructuras semejantes, donde $\alpha_l=\alpha_x=\alpha_y=\alpha_z$;

$$\alpha_f=(\alpha_m \alpha_l) / \alpha_t^2 \quad (\text{ecu.-3}).$$

Y si además, como es lo más normal, los dos sistemas son del mismo material

$$\alpha_f=\alpha_l^4 / \alpha_t^2 \quad (\text{ecu.-4}).$$

6.1.1.4 Similitud CINEMÁTICA.

Definiremos la similitud cinemática del siguiente modo:

Los movimientos de dos sistemas son similares si partículas homólogas se mueven en homólogos puntos a homólogos tiempos.

Es decir, las velocidades o las aceleraciones de puntos homólogos, a tiempos homólogos, son similares.

Consideramos dos puntos P_0 y P_1 , definiendo sus movimientos por sus respectivos vectores de posición $P_0=(x,y,z)$ y $P_1=(x+dx, y+dy, z+dz)$. Sea: $x_1=\alpha_x x_0$; $y_1=\alpha_y y_0$; $z_1=\alpha_z z_0$; $t_1=\alpha_t t_0$.

Haciendo la primera y segunda derivada respecto al tiempo de los vectores de posición obtenemos, respectivamente, las velocidades y aceleraciones de las dos partículas.

Para la velocidad -v-:

$$v_x=dx/dt; v_y=dy/dt; v_z=dz/dt;$$

$$v_{x1}=(\alpha_x/\alpha_t)v_{x0}; v_{y1}=(\alpha_y/\alpha_t)v_{y0}; v_{z1}=(\alpha_z/\alpha_t)v_{z0}; \quad (\text{ecu.-5})$$

Por tanto, los factores de distorsión de la velocidad son:

$$(\alpha_x/\alpha_t)=\alpha_{vx}, (\alpha_y/\alpha_t)=\alpha_{vy} \text{ y } (\alpha_z/\alpha_t)=\alpha_{vz} \quad (\text{ecu.-6})$$

Y volviendo a derivar con respecto al tiempo para la aceleración -a-, obtenemos sus correspondientes factores de distorsión:

$$(\alpha_x/\alpha_t^2)=\alpha_{ax}, (\alpha_y/\alpha_t^2)=\alpha_{ay} \text{ y } (\alpha_z/\alpha_t^2)=\alpha_{az} \quad (\text{ecu.-7})$$

Son de más interés los resultados para estructuras semejantes, donde $\alpha_1=\alpha_x=\alpha_y=\alpha_z$.

En este caso, las ecuaciones anteriores pasan a ser de la forma:

$$\alpha_1/\alpha_t=\alpha_v; \text{ factor de distorsión de la velocidad.} \quad (\text{ecu.-8})$$

$$\alpha_1/\alpha_t^2=\alpha_a; \text{ factor de distorsión de la aceleración.} \quad (\text{ecu.-9})$$

Y la relación entre ambos es:

$$\alpha_a=\alpha_v^2/\alpha_1 \quad (\text{ecu.-10})$$

Para nosotros, puede sernos de utilidad el factor de distorsión de aceleraciones, ya que es un factor determinante para el diseño de edificios en altura. En este caso, la aceleración en cabeza queda limitada con el fin de que no sea percibida por los ocupantes, al igual que sucede por ejemplo con un ascensor. Por lo demás, no es de mucha más aplicación.

6.1.2 APLICACIÓN DEL TEOREMA π : EL “PRINCIPIO DE SIMILITUD”.

A pesar de que hemos visto que el concepto de similitud se formula para relaciones homólogas de las funciones que definen las variables, **utilizamos el término “Principio de Similitud” para referirnos a la similitud completa.**

Sabemos por el **Teorema π** que la forma más general de expresar una ecuación física completa $f(x_1, \dots, x_n)=0$, es $F(\pi_1, \dots, \pi_i)=0$; siendo i menor que n , y siendo π_i monomios adimensionales.

Este teorema nos permite establecer una condición para que dos sistemas análogos sean mecánicamente semejantes³³⁴(o para plantear una condición de semejanza cualquiera).

TEOREMA. La condición para que dos sistemas físicos análogos sean semejantes (posean similitud completa) es que los respectivos monomios adimensionales que definen el problema tengan el mismo valor, o sea:

$$\pi_{a1}=\pi_{b1}; \dots, \pi_{ai}=\pi_{bi}, \forall i \text{ desde } i=1 \dots i; \text{ ec.- 116}$$

³³⁴Vease J. Palacios, op. cit., pags. 79-80

O dicho de otra manera, que el cociente entre dichos monomios sea siempre igual a la unidad.

La semejanza se establece en relación a un problema determinado, en este caso mecánico, y vienen definidos por la función $f(x_i)=0$.

En caso de que nos interese conocer como varía el valor una variable entre dos sistemas que sean geoméricamente semejantes (en general, entre dos sistemas que no cumplan la relación de similitud completa), siempre podríamos dejar de forma explícita el monomio en el cual se encuentre esa variable; es decir:

$$\pi_1 = \varphi(\pi_2, \dots, \pi_i); \text{ ec. - 117}$$

La función φ es una función universal indeterminada; y es **adimensional**. No obstante, suele ser fácilmente deducible, bien con introduciendo algún concepto conocido sobre el problema, bien determinándolo experimental o analíticamente para un caso particular.

Destaco la vía experimental porque en nuestro caso es una forma muy simple de resolver dicha función a través de datos de obras construidas.

Suponiendo que **nos interese conocer la variable x_1** , podremos entonces despejarla del monomio π_1 que la contenga:

$$x_1 = x_2^{\epsilon_2} \dots x_n^{\epsilon_n} \varphi(\pi_2, \dots, \pi_i); \text{ ec. - 118}$$

En el caso de que la función φ contenga sólo factores de forma³³⁵, podemos aplicar dicha ecuación a dos sistemas geoméricamente semejantes, viendo entonces como varía una variable mecánica al realizar un cambio de tamaño a la estructura.

Podemos entonces analizar muy fácilmente como varían ciertas propiedades mecánicas entre dos sistemas con idénticos factores de forma.

Tenemos aun **otra forma de ver el problema**. Podemos imponer a dos sistemas análogos de diferente tamaño la condición de similitud completa (razón entre sus respectivos monomios igual a la unidad). En este caso, podemos ver como varían algunas de las condiciones geométricas para que las mecánicas no varíen.

Es decir, las dos preguntas básicas que podemos hacernos son:

1- Si dos sistemas son geoméricamente semejantes, con que factores de distorsión varían sus variables mecánicas.

2- Si quiero que dos sistemas sean mecánicamente semejantes, cuales deben ser los factores de distorsión geométricos.

Para ver esta diferencia entre factores geométricos y mecánicos quizás sea bueno hablar de lo que en análisis dimensional se entiende por -escalas-³³⁶.

La condición de similitud completa entre dos sistemas a y b implica: $\pi_{ai} = \pi_{bi}$.

Si las variables que están incluidas en esos monomios son:

³³⁵Estos factores de forma son razones no sólo entre las longitudes, sino que pueden ser también razones entre masas, fuerzas, etc. Un caso muy claro es aquel en el que usamos fuerzas; así, si el factor de forma que define la relación de medida entre las fuerzas, $\omega = f_i/f$, no cambia, podemos incluir este factor mecánico como si fuese geométrico, y así seguir manteniendo la semejanza geométrica. El caso más claro lo vemos en el funicular de un sistema de fuerzas. Su definición geométrica queda establecida por la posición de las cargas y por la relación entre ellas f_i/f ; y no varía con el valor absoluto de éstas. Y lo mismo podemos decir de la relación de dimensionados A/A .

³³⁶Para una exposición clara y sencilla del tema puede verse el capítulo sexto (Teoría de Modelos) del libro de un discípulo de Julio Palacios: Albino Arenas Gómez, Análisis Dimensional. Selecciones científicas, Madrid.

$x_{a1}, x_{a2}, \dots, x_{an}$; para el sistema -a-,

$x_{b1}, x_{b2}, \dots, x_{bn}$; para el sistema -b-;

entonces siempre puedo expresar la condición de similitud a través de la razón entre dichas variables:

$$k_1 = x_{a1}/x_{b1}, \dots, k_n = x_{an}/x_{bn}; \text{ ec.- 119}$$

A los factores k_n se les denomina escalas.

La ventaja de usar escalas es que tengo agrupados los factores semejantes. Así, puedo despejar una de ellas en función de las restantes:

$$k_j = k_1^{\alpha_1} \dots k_{j-1}^{\alpha_{j-1}} \dots k_{j+1}^{\alpha_{j+1}} \dots k_n^{\alpha_n}; \text{ ec.- 120}$$

Como es lógico, algunas escalas son razones de variables geométricas, y otras de variables puramente mecánicas. La similitud completa no tiene entonces por que implicar que los dos sistemas sean geoméricamente y mecánicamente semejantes al mismo tiempo.

Vemos entonces como el principio de similitud nos permite comparar con mucha facilidad sistemas estructurales análogos de diferentes tamaños.

6.2 TEOREMA DE MAXWELL.

Sea una estructura definida de modo discontinuo (a través de una serie de nudos y barras con determinada conectividad, y con las fuerzas aplicadas en los nudos); y sean N_{ij} el valor de los axiles de tracción y compresión de las barras que la forman (con signos distintos para ambas) y sea L_{ij} las longitudes de dichas barras (siempre de valor positivo).

Llamemos **w = cantidad de estructura al valor absoluto** del producto del axil por la distancia de la barra con dicha sollicitación, es decir:

$$\sum (N_{ij} L_{ij})_{\text{tracción}} = w_T; \text{ ec.- 121}$$

$$\sum (N_{ij} L_{ij})_{\text{compresión}} = w_C; \text{ ec.- 122}$$

$$w = w_T + w_C; \text{ ec.- 123}$$

Dicha estructura cumple las siguientes propiedades.

TEOREMA-1. Si dicha estructura está sometida a una estado de tensiones que provoca unos axiles (N_{ij}) en las barras, debido a una serie de **acciones y reacciones externas** horizontales y verticales³³⁷ F_{xi}, F_{yi} :

$$\sum N_{ij} L_{ij} = k_M \Rightarrow w_T - w_C = k_M; \text{ ec.- 124}$$

siendo k_M constante (de Maxwell), que depende del sistema exterior de fuerzas (de la posición, módulo, dirección y sentido) y no de la configuración interna de la estructura³³⁸.

Si tomamos un sistema cartesiano de referencia para definir la posición de las fuerzas $r_i = r_i(x_i, y_i)$, y se considera dichas distancias siempre positivas y el signo de las fuerzas de acuerdo con el valor positivo y negativo de los ejes (x,y):

³³⁷Subrayamos de nuevo el hecho de que en la formulación de todos estas propiedades, el sistema exterior de fuerzas es un invariante; y las alteraciones se hacen en la configuración de la estructura.

³³⁸Véase demostración en el apartado de Maxwell del Capt.-2.

$$k_M = \sum F_{xi} y_i + \sum F_{yi} x_i ; \text{ ec.- 125}$$

ecuación que representa el **momento de las fuerzas exteriores del sistema una vez giradas estas 90°** (en el mismo sentido) respecto de sus puntos de aplicación (momento que por definición es un invariante, y que por tanto no depende del sistema de coordenadas elegido).

Podemos hacer una **demonstración algebraica** a partir del teorema de los desplazamientos virtuales. Consideremos un sistema de fuerzas F_i (F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}) que define sus respectivos puntos de aplicación mediante los vectores directores $r_i(x_i, y_i, z_i)$; y en respecto a una posición cualquiera del sistema de coordenadas. Para resistir ese sistema de cargas podemos plantear distintas soluciones que quedan definidas por una serie de barras (j) trabajando a un axil N_j y con una longitud L_j .

Consideremos una expansión uniforme del sistema por un factor arbitrario y suficientemente pequeño (ϵ) de modo que quedan satisfechas la compatibilidad estática y cinemática; y de modo que cada punto (r_i) se desplaza de su original posición una cantidad $\Delta(r_i) = (\epsilon x_i, \epsilon y_i, \epsilon z_i) = \epsilon(r_i)$. A su vez, la longitud de las barras variará en una cantidad $\Delta(L_j) = \epsilon(L_j)$.

Si aplicamos el principio de los desplazamientos virtuales:

$$\begin{aligned} \text{trabajo exterior} &= W_{int} = \sum_i (F_{xi} \epsilon x_i + F_{yi} \epsilon y_i + F_{zi} \epsilon z_i) = \epsilon \sum_i (F_{xi} x_i + F_{yi} y_i + F_{zi} z_i) ; \\ \text{trabajo interior} &= W_{ext} = \sum_j (N_j \epsilon L_j) = \epsilon \sum_j (N_j L_j) = \epsilon (w_T - w_C) ; \end{aligned}$$

igualando trabajos; y considerando signos distintos para los axiles de tracción y los de compresión (tomando positivo el trabajo de los primeros):

$$\sum_i (F_{xi} x_i + F_{yi} y_i + F_{zi} z_i) = (w_T - w_C) ;$$

el primer miembro depende del sistema de cargas, cuya definición es un invariante del problema, con lo que dicho miembro es constante:

$$k_M = \sum_i (F_{xi} x_i + F_{yi} y_i + F_{zi} z_i) ;$$

Si elegimos otra posición para el sistema de coordenadas, al igualar los trabajos el segundo miembro no varía pues no modificamos la estructura. Si ese miembro no varía, los dos primeros deben ser iguales; con lo que dicha conclusión no depende del sistema de referencia y con ello queda demostrado el teorema.

En realidad, **la FÓRMULA COMPLETA del Teorema de Maxwell puede ser enunciada como:**

$$(w_T - w_C) = (k_T - k_C); \text{ ec.- 126}$$

o lo que es lo mismo: **diferencia de potencial de las fuerzas exteriores igual a diferencia de potencial de las fuerzas interiores.** La demostración es obvia partiendo del principio de acción igual a reacción.

Esta formulación permite simplificar el cálculo de la cantidad de estructura en elementos espaciales complejos.

COROLARIO-1. Si la estructura, sin coacciones externas, que está sometida a un estado de **autotensión** sin coacciones exteriores:

$$\sum N_{ij} L_{ij} = 0 \Rightarrow w_T - w_C = 0; \text{ ec.- 127}$$

COROLARIO-2. Si acciones y reacciones, en cada componente, están aplicadas sobre una misma línea y además son ortogonales a ésta:

$$k_M = \sum F_{xi} y_i + \sum F_{yi} x_i = 0 \Rightarrow \sum N_{ij} L_{ij} = 0 \Rightarrow w_T - w_C = 0 ;$$

Veamos su demostración. Si volvemos a la expresión con la que demostrábamos el teorema de Maxwell:

$$\sum (X_i x_i + Y_i y_i + Z_i z_i) = \sum (N_j L_j);$$

eligiendo un conveniente sistema de coordenadas con la dirección de las fuerzas y su ortogonal, en el primer miembro siempre hay uno de los dos factores que componen los productos parciales que es nulo; con lo que el sumatorio es igual a cero. Para cada componente de fuerzas puede repetir la operación; y como lo constante de Maxwell no depende del sistema de coordenadas, el corolario queda demostrado.

COROLARIO-3. Si σ_T y σ_C son las tensiones de tracción y compresión de las barras, respectivamente, el volumen total V de la estructura queda definido por:

$$V = (w_T/\sigma_T) + (w_C/\sigma_C); \text{ cc. - 128}$$

En el caso de sistemas continuos con elementos en estado bitensional o tritensional el volumen puede no estar relacionado de igual modo con la cantidad de estructura ya que (además de la variación de las tensiones admisibles por la combinación de tensiones) el material usado en una dirección es aprovechado también para la otra; consiguiéndose un ahorro de material. No obstante, nos centraremos en sistemas en los que el paso a volumen de material puede realizarse del modo anteriormente descrito.

COROLARIO-4. Establecido un sistema de cargas, la configuración estructural de menos peso será aquella que tenga mínima su cantidad de estructura total.

COROLARIO-5. Establecido un sistema de cargas, para minimizar el volumen de una estructura basta reducir la cantidad de estructura traccionada o la comprimida. Si además las tensiones de tracción y compresión son iguales las dos reducciones son equivalentes.

COROLARIO-6. Establecido un sistema de cargas, y prescindiendo de problemas de inestabilidad, todas las estructura que sólo tengan tracciones o compresiones serán mínimas y además equivalentes. Si considero los problemas de inestabilidad, todas las traccionadas son equivalentes e igualmente todas las comprimidas. La relación entre los volúmenes de las traccionadas y las comprimidas es igual a la relación entre la tensión de tracción y la de compresión.

6.3 TEOREMA DE MICHELL.

Partiendo de los hallazgos de Maxwell, Michell³³⁹ demuestra lo siguiente:

TEOREMA. Establecido un sistema de fuerzas F_i definidas en posición por los vectores r_i , y fijado un dominio geométrico D (que pudiera ser todo el espacio) en el plano o en el espacio que contenga las posibles configuraciones estrictas de la estructura S_i para recoger dicho sistema de fuerzas; existirá una configuración mínima S_{min} (mínima cantidad de estructura) si es posible encontrar una deformación virtual (cinemáticamente admisible) de dicho dominio de modo que la deformación principal unitaria en todos sus miembros tenga el mismo valor $\pm e$, siendo e un número positivo pequeño; y concordando el signo de dicha deformación con el de aplicación de la carga. Si hay más de una configuración que satisface dicha condición, todas son ellas mínimas y por tanto equivalentes.

³³⁹Michell, A.G.M. "The Limits of Economy of Material in Frame-Structures". Philosophical Magazine.S.6. Vol. 8; nº 47. Nov. 1904. pp. 589-597.

Es decir, el modo de conseguir que la cantidad de estructura sea mínima es establecer geometrías en las cuales podamos encontrar una deformación virtual en la que todos los miembros de la estructura puedan tener la misma deformación unitaria $-e$ - (concordante con el signo del esfuerzo; es decir, alargamiento en tracción y acortamiento en compresión); es decir:

$$|e_i| = \text{constante } \forall i.$$

Demostración.

Suponamos, de acuerdo con el teorema, que al dominio estudiado se le aplica una deformación virtual de modo que no existe en ningún miembro de la estructura una deformación principal unitaria mayor que $|e|$. En cualquier dirección del espacio, el alargamiento o acortamiento unitario μ tendrá siempre un valor menor que $-e \Rightarrow |\mu| \leq e$.

Aplicando el principio de los trabajos virtuales; el trabajo de las fuerzas exteriores (dW) (siempre el mismo para cada estructura del dominio pues el sistema de fuerzas exteriores es un invariante) será igual a la energía de deformación (dU) realizado por la fuerzas interiores $-N$:

$$dU = \int \mu \sigma dV = dW; \text{ si llamamos } A \text{ al área y } S \text{ a la superficie:}$$

$$dU = \int \mu A dS \leq \int |\mu| |N| dS \leq \int e |N| dS = e \int dw;$$

$\Rightarrow dU \leq e \int dw \Rightarrow (dU/e) \leq \int dw$; con lo que el valor mínimo del diferencial de cantidad de estructura queda acotado inferiormente por $-e$.

Si una o más estructuras (S_{\min}) cumplen la condición de que en todos sus elementos el valor de μ - es igual a $-e$; y además dicha deformación concuerda con el signo original de la deformación; entonces dicha/s estructura/s tienen justamente la cota mínima de cantidad de estructura (los símbolos de \leq pasan a a ser $=$); es decir, son mínimas. Si son más de una; es evidente que son equivalentes pues la cota inferior es una y sólo una.

COROLARIO-1 Condiciones Geométricas de los Mínimos.

Para conseguir que $e_i = e$ en todos los miembros, en función del tipo de problema se requieren unas condiciones geométricas en la configuración interna de la estructura; de modo de modo que la deformación de una barra no venga constreñida por cualquier otra (maximizar la compatibilidad de deformación).

1.1- En una estructura **espacial**, en la que a cada **nodo concurren tres barras**, y con **sólo** tracciones o compresiones; no hay restricciones geométricas. En este caso, y sea cual sea la configuración, la deformación virtual que cumple la condición de Michell será simplemente una dilatación uniforme de la estructura. Si existen tracciones y compresiones; dichas barras deben encontrarse de forma ortogonal.

1.2- En una estructura **espacial**, en la que a cada **nodo concurren cuatro barras**, y con **sólo** tracciones o compresiones; no hay restricciones geométricas. Si un miembro tiene signo de axil **distinto** a los otros tres aquel de debe ser ortogonal a ellas y estas además deben estar contenidas en un plano. Si son distintas en signo dos a dos, uno de esos pares debe estar en una línea y ser además ortogonal a las otros dos fuerzas.

1.2- En una estructura **bidimensional**, si **todas** las barras que concurren a un nudo tienen **igual signo** no hay restricciones. En un nodo en el que concurren dos barras de diferente signo, estas deben encontrarse de forma ortogonal. Si el nodo tiene tres barras y una de ellas es de signo opuesto a las otras dos, estas últimas deben estar en la misma línea y la primera debe ser ortogonal a ellas. Si al nudo concurren cuatro barras, deben estar en líneas dos a dos y ser además ortogonales entre sí dichas líneas.

Estas condiciones geométricas de los mínimos pueden entenderse a través de la circunferencia de Mohr de deformaciones unitarias (ver siguiente figura). Cuando hay elementos a compresión y tracción (a), si las deformaciones son siempre $-e$ y e ; el estado de deformación de cualquier punto de encuentro queda

definido por dos puntos sobre la circunferencia en una línea que pasa por su centro: por lo que las líneas de tracción y compresión deben ser ortogonales. Cuando sólo hay tracciones o compresiones; la representación en la circunferencia de Mohr (b) de cualquier punto se reduce a un punto; por lo que en cualquier dirección es principal y en todas ellas se tienen la misma deformación unitaria e .

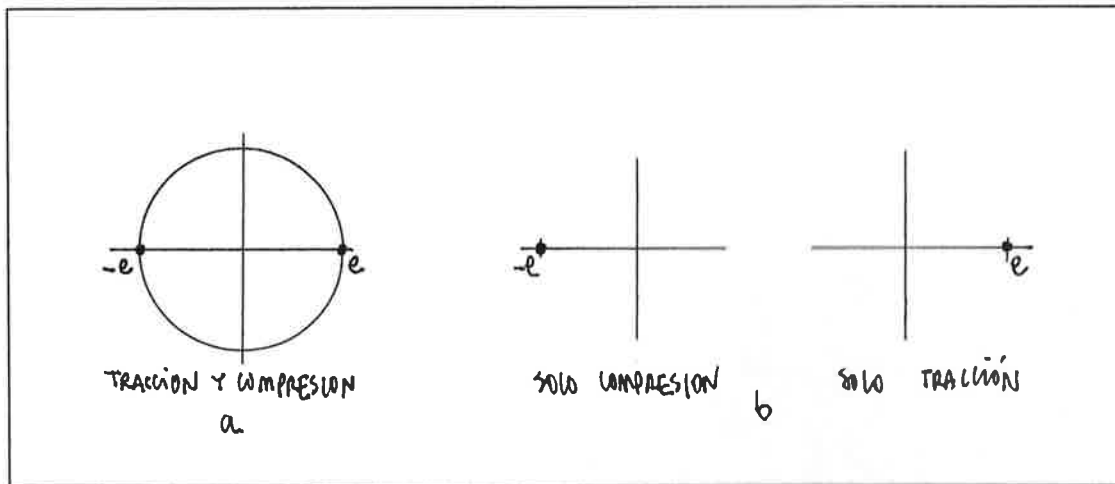


Fig.- 144

La condición de ortogonalidad impuesta en los casos en los que hay tracción y compresión ha sido utilizada en medios continuos para construir formas mínimas a través de la construcción de familias de curvas ortogonales. En el fondo es adaptar la forma a una red de isostáticas que cumplen la condición de ser ortogonales.

6.4 TEOREMA DE LA MÁXIMA RIGIDEZ.

Dado un sistema de cargas, la solución estructural que consume menos cantidad de estructura es al mismo tiempo la más rígida.

Al maximizar las deformaciones de los miembros conseguimos aumentar la energía potencial de la estructura; consiguiendo un mayor rendimiento. Por ello, las estructuras con cantidad de estructura mínima, además de ser las que menos pesan, son las que menos se deforman (para una misma carga, al desarrollar más energía interna, la deformación máxima en cualquier sentido será menor).

Veámoslo de forma matemática.

Supongamos que hacemos un dimensionado estricto de la estructura. De ese modo, en todas las barras, sea cual sea la solución adoptada, tendremos una energía interna será:

$$W_{int} = \epsilon * w$$

El trabajo exterior será igual a:

$$W_{ext} = \delta_i P_i$$

donde δ son las deformaciones y P son las cargas.

Si igualamos los dos trabajos:

$$\epsilon * w = \delta_i P_i$$

ϵ es constante, según las hipótesis; e igualmente P_i ; la manera de minimizar las deformaciones δ_y , y por tanto de tener una estructura más rígida, será minimizar la cantidad de estructura.

Con ello queda demostrado el teorema.

6.5 TEOREMA DE LAS PROYECCIONES PARALELAS³⁴⁰.

Si cualquier esquema geométrico puede quedar definido a través de unas coordenadas cartesianas (x_0, y_0, z_0) , otro esquema geométrico (x, y, z) será afín³⁴¹ al primero (o proyección paralela, como diría Rankine), si se cumple la siguiente relación:

$$x_0/x=a ; y_0/y=b ; z_0/z=c ; \text{ec.- 129}$$

siendo a, b y c constantes.

Ya vimos al hablar de Rankine que nos definía las *propiedades geométricas* de los cuerpos que cumplan esta relación de afinidad. Sus siete condiciones pueden reducirse a dos:

1. Conservación de la **concurcencia**. Una afinidad nunca modifica la topología de la figura original; es decir, la relación de conectividad de unos puntos con respecto a otros no se altera.
2. Conservación de la **colinealidad**. Es decir, si en la figura original una serie de puntos están sobre una línea, en la transformación afín seguirán estándolo. (Esto es lógico pues los números a, b y c son constantes).

TEOREMA-1 (DE LAS PROYECCIONES PARALELAS). Si el equilibrio de un sistema de fuerzas puede ser representado por un sistema de líneas, entonces cualquier sistema de líneas que sea proyección paralela del primer sistema, representará también el equilibrio de un sistema de fuerzas. Es decir, **la transformación afín de cualquier sistema estructural en equilibrio nos dará otro sistema en equilibrio (prescindiendo de los problemas de inestabilidad).**

Es decir, al hablar de sistema hablamos de geometría y de cargas (y no sólo de geometría). Y cuando hablamos de equilibrio queremos decir que el polígono sumatorio y funicular siguen siendo cerrados. Eso no quiere decir que se mantenga el nivel de tensiones; por lo que hacemos la puntualización respecto a los problemas de inestabilidad.

COROLARIO-1. Si dos sistemas de líneas que representen el equilibrio de dos sistemas de fuerzas son afines, entonces, entre las fuerzas de los dos sistemas existirá la misma relación de afinidad.

COROLARIO-2. Dado que el **centro de masas** de un sistema de puntos es una propiedad geométrica del mismo, cualquier transformación afín del sistema afectará del mismo modo a dicho centro. Por tanto, si hago una transformación afín de un sistema, **los centros de masas de los dos sistemas guardan la misma relación de afinidad.**

La mejor manera para entender estas propiedades es a través de estática gráfica. Sabemos que el equilibrio de un sistema así definido queda perfectamente establecida a través del polígono funicular ($\sum M=0$) y del polígono sumatorio ($\sum F=0$). Es decir, el equilibrio de un sistema estructural queda definido a través de un sistema de líneas **cerrado**. Cualquier transformación afín de ese sistema será también cerrado (por la propiedad de concurcencia) de líneas (por la propiedad de colinealidad).

Hay que hacer notar que este principio es válido para estructuras isostáticas e hiperestáticas, ya que la condición de polígonos sumatorio y funicular cerrado se cumple en todas las estructuras en equilibrio, y por tanto sus transformaciones afines también son también polígonos cerrados. Otra cosa será que para determinar esos polígonos en las hiperestáticas haya que introducir condiciones adicionales relativas al dimensionado o rigidez de los miembros.

Podemos ver entonces que todas estas propiedades arrancan de la relación unívoca existente entre el sistema de líneas que definen la estructura y el sistema de líneas que definen el

³⁴⁰ véase el apartado de Rankine en el Capt.-2.

³⁴¹ véase el apéndice

equilibrio de la misma. Los primeros trabajos sobre estática gráfica se denominaban estudios sobre figuras recíprocas, aludiendo a la univocidad antes mencionada.

ANOTACIONES SOBRE PROPIEDADES TOPOLÓGICAS DE FIGURAS RECÍPROCAS.

Es interesante hablar de las condiciones topológicas existentes entre dichas **figuras recíprocas**; es decir, entre la geometría que define la estructura y la que define el equilibrio:

“Le caractère fondamental de cette théorie réside dans la notion topologique de dualité liant la structure de barres au diagramme de forces. En effet, on peut observer que les deux configurations sont liées par quelques propriétés remarquables:

- i. A chaque segment de la première correspond un segment parallèle de la seconde.
- ii. A chaque noeud de la première correspond un polygone fermé de la seconde; et plus particulièrement à chaque triangle de l'autre configuration.” ³⁴²

A nivel topológico, siendo N el nº de nudos, S el nº de segmentos y R el nº de regiones, las **ecuaciones de Euler para polígonos o sólidos cerrados** son:

$$N-S+R=1; \text{ ec. - 130}$$

para configuraciones planas;

$$N-S+R=2; \text{ ec. - 131}$$

para configuraciones espaciales.

Existe una relación topológica, entre una figura y su recíproca. Si usamos el subíndice -0- para la figura original y el subíndice -r- para la recíproca, tendremos la siguiente relación entre una y otra figura:

$$N_0=R_r ; S_0=S_r ; R_0=N_r ; \text{ ec. - 132}$$

Vemos como el número de segmentos permanece inalterado, y que el de nudos y regiones se intercambian entre sí.

En topología, esta propiedad se denomina dualidad, de tal modo la **una figura y su recíproca son duales**.

Le Ricolais representaba esta reciprocidad con los símbolos duales -Δ- y -Y-.

De todas éstas condiciones topológicas se deriva el llamado método de la imagen para la construcción de la figura recíproca. Sigue siendo el método de Cremona un poco más adornado algebraicamente.

³⁴²Marc Mimram, Structures et Formes, Étude appliquée à l'oeuvre de Robert Le Ricolais, Pag. 112-115.

Otros autores³⁴³ recientes han intentado avanzar en el concepto de dualismo para generar formas estables, por lo general poliedros, aunque sus aplicaciones directas en arquitectura están muy limitadas.

³⁴³Véase por ejemplo:

Weter, Ture. "An Approach to a Form and Force Language Based on Structural Dualism". *Bulletin of the IASS*. Vol. 34; n° 3. Dec. 1993.

Wester, Ture. "Plate-Domes". *Proceedings of the International Conference on the Design and Construction of Non-Conventional Structures; Vol. 1; B.H.V. Topping (Edr.)*. Civil-Comp Press. . BCDX

Huybers, P. "The Reciprocal Figures of the Uniform Polyhedra". *Bulletin of the IASS*. Vol. 34; n° 3. Dec. 1993.

CAPÍTULO 7 RELACIONES ENTRE LAS VARIABLES.

7.1 ANÁLISIS DIMENSIONAL. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE SIMILITUD.

7.1.1 TRANSFORMACIONES SEMEJANTES.

Vamos a establecer, cuando realizamos una transformación geométrica semejante de la estructura, una relación general de las variables del problema en función del tipo de fuerza. Sea α el factor adimensional que determina la razón de semejanza. Sean:

σ = tensión normal

L = tamaño

f = fuerza

Al tratar de estructuras semejantes vamos a tener varios los factores de forma $\phi = \phi(\phi_1, \dots, \phi_j)$ (adimensionales). Al usar factores de forma sólo tenemos que considerar una de las fuerzas f_o y una de las longitudes L_o . Los factores de forma son entonces:

$\phi_f = f_o / f_n$, siendo f una cualquiera de las n - fuerzas

$\phi_L = L_o / L_m$, siendo L_o una cualquiera de las m - longitudes que definen la estructura (incluyendo las que definen el dimensionado A_o / A_L . Dicha relación A_o / A_L es justamente lo que entendemos por criterio de dimensionado).

Aplicando el Teorema π para una base reducida L, M, T ;

| | σ | f_o | L_o |
|--------------|----------|-------|-------|
| L | -1 | 1 | 1 |
| M | 1 | 1 | 0 |
| T | -2 | -2 | 0 |
| π_σ | 1 | -1 | 2 |

La característica de la matriz es igual a dos, por lo que $(3-2=1)$ sólo necesitaré un monomio; además, claro está, de los factores de forma considerados que ya son monomios adimensionales.

$$\pi_\sigma = \sigma L_o^2 / f_o ; \text{ ec.- 133}$$

Por tanto, de (ec.-117):

$$\sigma = [f_o \phi(\phi_f, \phi_L)] / L_o^2 ; \text{ ec.- 134}$$

En realidad, al considerar la semejanza estamos haciendo una semejanza de geometría y de fuerzas. Y esto siempre es así pues una geometría por sí sola no nos informa de las tensiones salvo en el caso del peso propio; pero es que en ese caso también existe la consideración de una semejanza entre las cargas (de peso propio) que tienen la estructura.

¿Qué significa entonces mantener la función de forma ϕ_f ? Veamos las siguientes figuras.

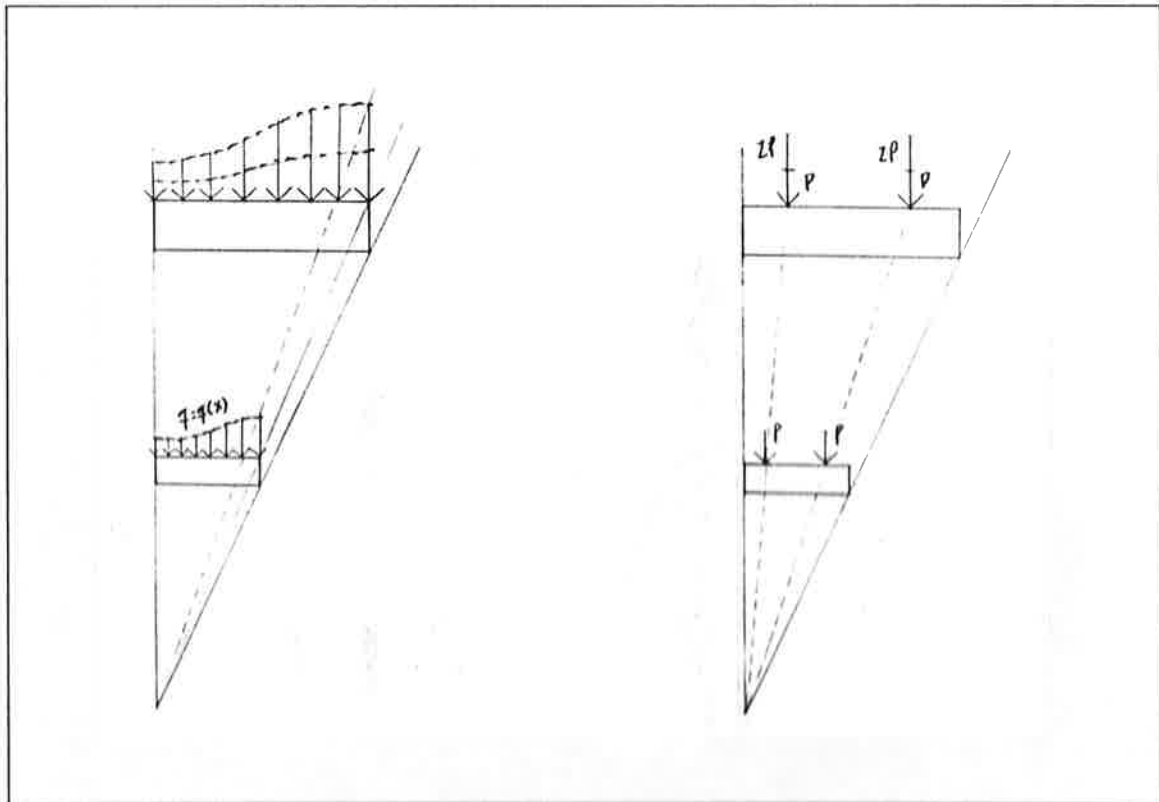


Fig.- 145

Mantener el valor de la función ϕ_r de forma es mantener la relación f_o/f_n ; es decir, la proporción entre las magnitudes de las cargas o de los diferenciales de carga (si son continuas), y además mantener su posición relativa de aplicación respecto a la estructura.

En la figura vemos varios casos en los que se mantiene dicha función. Nótese que una cosa es la magnitud y otra la relación de cargas. Estamos haciendo un cambio en el que ambos factores varían de forma semejante.

Pero podríamos separar la magnitud y la relación dimensional sigue siendo la misma mientras no varíe la relación de las cargas. Para ello sólo hay que tener en cuenta que la relación entre magnitud y tensiones es directamente proporcional. Es decir:

$$\sigma \propto f_o;$$

Puedo por tanto separar en la semejanza el la magnitud de la carga del cambio de geometría. Esto es importante, como luego veremos, al despejar -f- en el monomio π_σ .

El mantener la función ϕ_l es más claro. Subrayemos que de momento dicha función agrupa también al dimensionado; es decir (véase la siguiente figura):

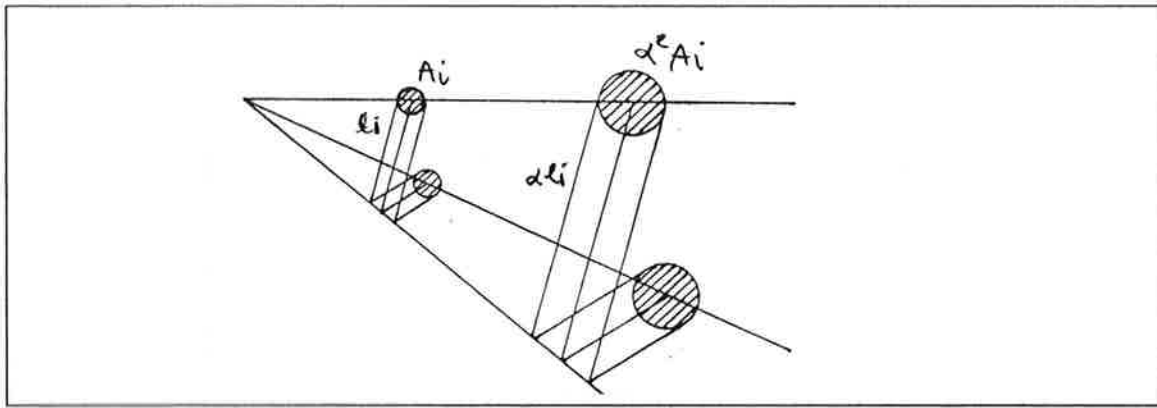


Fig.- 146 Al igual que antes, la magnitud de dicho monomio es justamente el tamaño.

Más adelante veremos que el dimensionado puede eliminarse del problema de las tensiones debidas al peso propio; quedando una relación más simple y más potente.

Lo más razonable será tomar, como f_0 y L_0 , los parámetros más significativos. En el caso de la carga debemos elegir entre el valor de la carga total; y en el caso de las longitudes el tamaño (luz en una estructura horizontal o altura en una vertical).

Hay que anotar que hemos impuesto una distribución de cargas idéntica en todos los casos (por ejemplo que la carga sea continua,...). Esto, ya comentamos, que en la práctica es bastante asumible; aunque más en unos tipos que en otros. Si cambio la distribución cambio sólo el valor de la función φ , pero no la expresión general expuesta. Si hablamos de peso propio, la transformación semejante simple mantiene inalterado el factor de forma φ_f . El cambio puede ocurrir si la transformación es afín.

En todo caso, para cada tipo estructural un tipo estructural (forma + criterio de dimensionado):

$$\varphi(\varphi_f, \varphi_L) = \text{constante} = k_\varphi; \text{ ec.- 135}$$

La manera más inmediata de determinar dicha constante es de forma empírica. De los datos ofrecidos en el Capt.-2 podemos deducirla en multitud de casos. Pero también podemos hacerlo de forma teórica a partir del cálculo de un caso concreto.

Hay una dependencia de las tensiones y el dimensionado en función del tipo de carga, por lo que nos va a interesar separar el factor φ_L en otros dos: uno que llamaremos φ_l que está en función de las longitudes l_0/l , de las barras que definen el sistema y otro φ_A en función de las áreas que definen el criterio de dimensionado A_0/A_L . En alguno caso veremos que ni siquiera necesito definir dicha relación.

$$\varphi(\varphi_f, \varphi_l, \varphi_A) = \text{constante} = k_\varphi; \text{ ec.- 136}$$

Veamos como podemos desarrollar la expresión general para dos sistemas semejantes, para las condiciones de resistencia, rigidez y estabilidad, en función del tipo de carg.

Comparemos dos estructuras semejantes (1) y (2) de modo que:

$$L_2 = \alpha L_1$$

es decir, haciendo un aumento semejante del tamaño de la estructura.

7.1.1.1 CONDICIÓN DE RESISTENCIA.

A1- Para carga constante: $f = f(L^0) = k_0 = \text{constante}$

$$\sigma_0 = (k_0 k_\varphi) / L^2 ; \text{ ec.- 137}$$

$$\sigma_2 / \sigma_1 = L_1^2 / L_2^2 ;$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 / \alpha^2 ; \text{ ec.- 138}$$

Es decir, un aumento de tamaño provoca una disminución de tensiones inversamente proporcional al cuadrado del factor de aumento α .

B1- Para carga lineal: $f = f(L^1) = k_q L$

$$\sigma_q = (k_q k_\varphi) / L ; \text{ ec.- 139}$$

$$\sigma_2 / \sigma_1 = L_1 / L_2$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 / \alpha ; \text{ ec.- 140}$$

Es decir, un aumento de tamaño provoca una disminución de tensiones inversamente proporcional al del factor de aumento α .

C1- Para carga por unidad de superficie: $f = f(L^2) = k_s L^2$

$$\sigma_s = (k_s k_\varphi) = \text{constante} ; \text{ ec.- 141}$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 = k ; (\text{ecu.-11})$$

Es decir, un aumento de tamaño no tienen una variación de tensiones; siendo por tanto estas independientes del tamaño.

Si sólo tuviésemos este tipo de cargas, y en cuanto a resistencia, podríamos utilizar reglas de proporción. Lo que sí es cierto es que en los intervalos en los que podemos desprejar el peso propio podemos usarlas con un error totalmente aceptable; y por tanto su planteamiento puede ser algo totalmente operativo.

Para ello la única *precaución* sería montar las reglas de proporción, para cada intervalo, con la luz menor, de modo que los dos primeros factores de carga vistos tuvieran una influencia a favor de seguridad y no en contra.

De hecho, de la formulación empírica se desprende que, para el predimensionado, son y han sido utilizados reglas proporcionales; y dado que se dan para un rango de luces muy limitado dentro del cual se mueve la mayor parte de las realizaciones de ese tipo.

D1- Para fuerzas de masa: $f = f(L^3) = k_{pp} L^3$

$$\sigma_{pp} = (k_{pp} k_\varphi) L ; \text{ ec.- 142}$$

$$\sigma_2 / \sigma_1 = L_2 / L_1$$

$$\sigma_2 = \alpha \sigma_1 ; \text{ ec.- 143}$$

En esta última relación vemos que las tensiones debidas al peso propio (σ_{pp}) crecen linealmente con el tamaño; y, por tanto, con una simple regla de tres podemos obtener el tamaño máximo a resistencia.

$$\sigma_{amd} / L_{max} = \sigma_{pp} / L_1 ; \text{ ec.- 144}$$

Veamos gráficamente lo que supone dicha consideración.

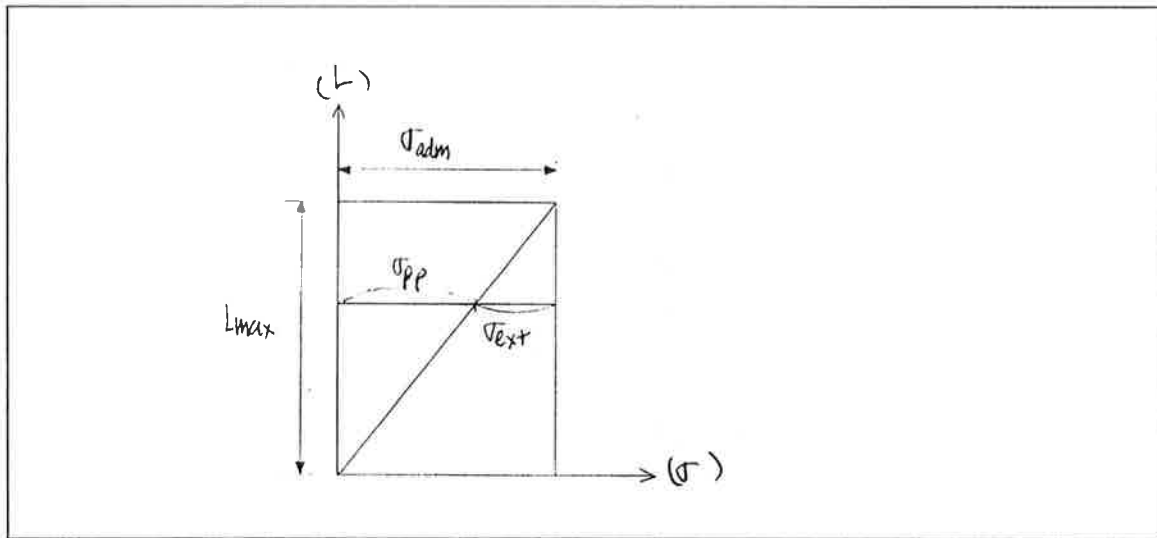


Fig.- 147

$$\Rightarrow \sigma_{\text{total}} = \sigma_{\text{adm}} = (\sigma_{\text{ext}} + \sigma_{\text{pp}}) ; \text{ec.- 145}$$

Es decir, partiendo de un dimensionado estricto, dado que el crecimiento de las tensiones debidas al peso propio (σ_{pp}) es lineal de forma inexorable, el resto de tensiones que nos quedan para resistir otras cargas (σ_{ext}) también crece de manera lineal. Y en este caso:

$$\sigma_{\text{adm}}/L_{\text{max}} = \sigma_{\text{pp}}/L_1 = \sigma_{\text{ext}}/(L_{\text{max}}-L_1) ; \text{ec.- 146}$$

Hay que resaltar que (σ_{ext}) no son necesariamente las tensiones exteriores sino que son las tensiones excedentes para resistir cargas exteriores. Si el dimensionado es estricto (incluyendo las tensiones de peso propio), entonces (σ_{ext}) coincide con las tensiones de las cargas exteriores.

Para que dichas consideraciones proporcionales sean válidas, debemos mantener el factor de forma de las fuerzas; o lo que es igual, debemos mantener la ley de distribución de fuerzas en cualquier tamaño. Esto siempre va a suceder con el peso propio. Sin embargo, si incluimos (σ_{ext}) en la relación de proporcionalidad; debería suceder (estrictamente) que la distribución de cargas exteriores siguiese la misma ley que la del peso propio. Esto no va a suceder así siempre. Sin embargo, será habitual que supongamos que las relaciones son las mismas para simplificar el problema. Dicha suposición estará a favor o en contra de seguridad dependiendo de que la ley de pesos sea menos penalizante que la exterior o al contrario. Es decir, lo que sí podemos saber es si estamos cometiendo un error por exceso o por defecto.

Partiendo de las consideraciones anteriores; **podemos pasar de la consideración de tensiones a la de fuerzas; llegando a la relación deducida por Rankine.** Esto facilita el cálculo de los tamaños máximos. Es decir:

$$\phi_{\text{total}} = (\phi_{\text{ext}} + \phi_{\text{pp}}) ;$$

$$\phi_{\text{total}}/L_{\text{max}} = \phi_{\text{pp}}/L_1 = \phi_{\text{ext}}/(L_{\text{max}}-L_1) ; \text{ec.- 147}$$

De este modo llegamos a las relaciones propuestas por Rankine. Usando su notación de proporcionalidad:

$$L_{\text{max}} : L : (L_{\text{max}}-L) :: \sigma_e : \sigma_{\text{pp}} : \sigma_{\text{ext}} ; \text{ec.- 148}$$

Esta relación es más operativa si la ponemos en función de la carga, partiendo de la relación proporcional entre carga y tensión; con lo que llegamos a la relación propuesta por Rankine.

$$L_{\text{max}} : L : (L_{\text{max}}-L) :: \phi_{\text{total}} : \phi_{\text{pp}} : \phi_{\text{ext}} ; \text{ec.- 149}$$

La representación gráfica de estas relaciones las hace más comprensibles:

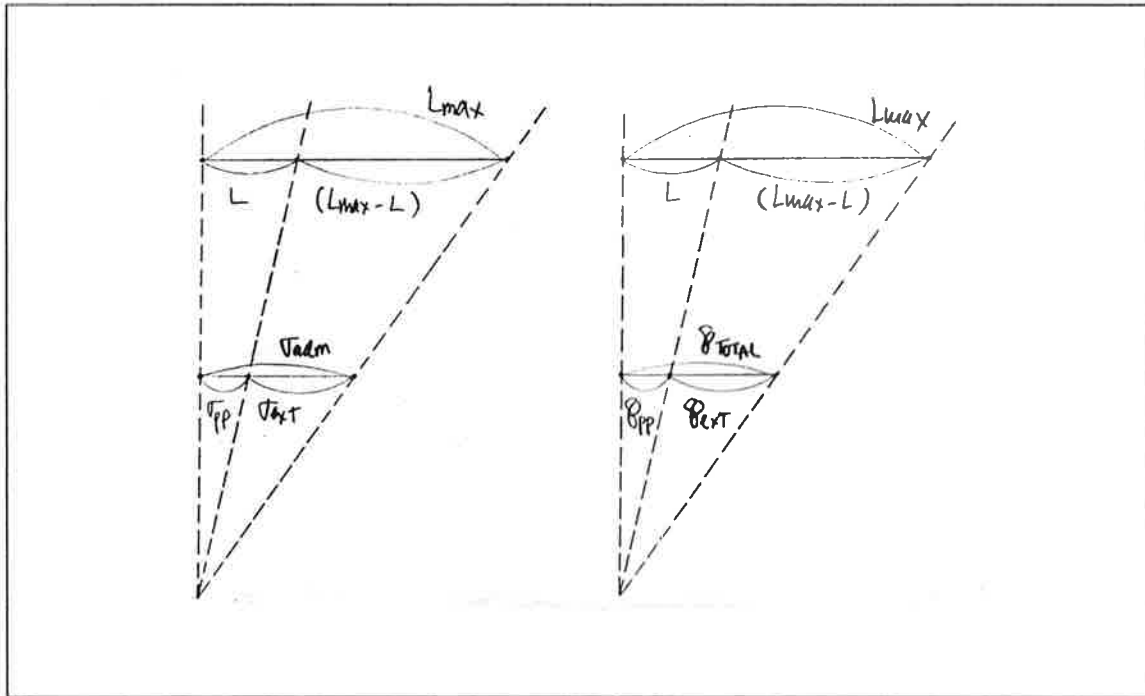


Fig.- 148

El proceso de **Rankine** para determinar los tamaños máximo fue este, totalmente correcto. No obstante, los **datos de peso** los tomó de **estructuras construidas**. Ahí está el punto en el que hay que tener mucho cuidado ya que, como hemos dicho, en los datos reales se van a contemplar factores que varían con el tamaño así como vicios de diseño. En este sentido, una de las grandes aplicaciones de los datos empíricos presentados en el Capt.-3 será la de auxiliar los enfoque teóricos de análisis dimensional.

A pesar de todo, en rasgos generales el enfoque de Rankine nos va a dar un valor acertado y suficientemente preciso para nuestros fines. Ello es debido a que los **tamaños máximos teóricos** por resistencia són muy altos y constituyen **sólo un punto de referencia para los tamaños máximos reales**; que **están entre un 15 a un 20% de los teóricos** (todo ello viene corroborado por las realizaciones). Cuando se supera esos márgenes se cambia de tipo (bién forma, bien alcance).

Para entender mejor la relación entre el máximo teórico y el real podemos representar gráficamente la relación: $L / (L_{max} - L) = \rho_{pp} / \rho_{ext}$. Veamos la siguiente figura.

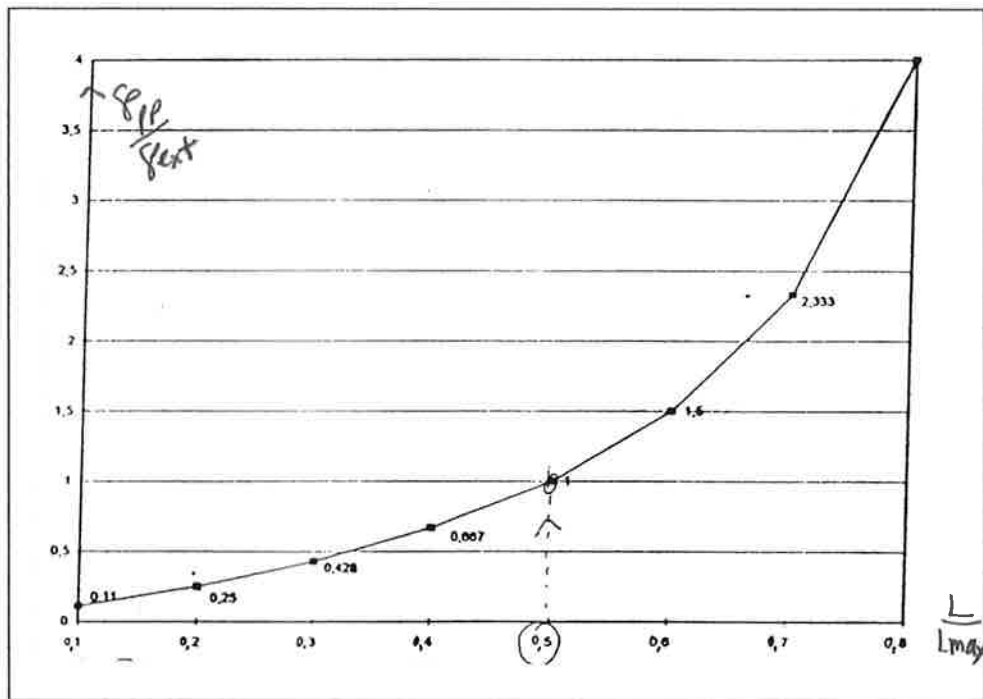


Fig.- 149

Para $L=L_{max}/2$ la carga total exterior es igual al peso propio. Unos porcentajes racionales no llevan a $L_{max} \approx 0,15 L$.

En realidad, en las estructuras construidas, los porcentajes reales son mucho más altos, como nos demuestran los datos empíricos; por lo que separarnos del máximo teórico es aún más recomendable. Más adelante veremos los factores de desviación de los pesos teóricos y los reales.

Pero veamos uno de los puntos claves del problema: el dimensionado.

Dijimos que el dimensionado es una variable "condicionada" en los problemas de peso propio. Conviene explicar por qué decimos que es condicionada.

El peso total es inversamente proporcional a las tensiones totales de trabajo. Es decir:

$$\sigma_{adm} = (\sigma_{ext} + \sigma_{pp});$$

Ahora bien, la variación del dimensionado provoca un aumento de volumen proporcional a L^2 ; y un aumento de resistencia también proporcional L^2 ; siendo idénticos los dos coeficientes de proporcionalidad. Es decir, las tensiones de peso propio son independientes del dimensionado.

Pero el dimensionado sí interviene en relación a las tensiones exteriores (σ_{ext}). Es decir, mientras tengamos un mínimo excedente de tensiones, puedo resistir cualquier carga exterior sin más que ir añadiendo dimensionado ya que esta variación no me incrementa las tensiones de peso propio.

El peso propio tiene dos componentes, una debida a las tensiones de peso propio (independiente del dimensionado) y otra debida a las de las cargas exteriores (que sí depende del dimensionado). El dimensionado está asociado al rendimiento de la estructura. Si ponemos un límite a la relación entre peso propio y carga exterior ($\sigma_{pp}/\sigma_{ext}=k$); es decir, si ponemos un condicionante de rendimiento respecto al peso, entonces ya nos desaparece la variable dimensionado y por eso decimos que el dimensionado es una variable condicionada.

Supongamos que he establecido todas las proporciones de los elementos de la estructura (relaciones L/L_i). De este modo, una vez definido el valor de una de ellas (λ_1) tengo definidas todas las demas.

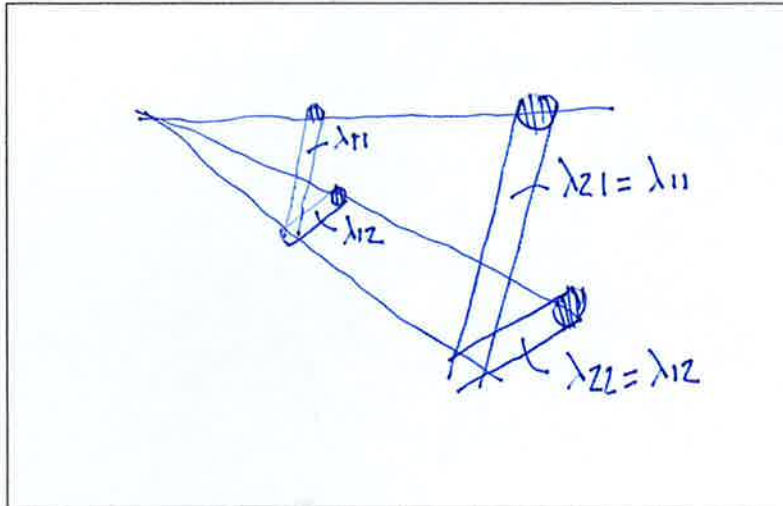


Fig.-149a

Desarrollemos esto con factores dimensionales.

$$\lambda_1 = L_1/a_1 ;$$

la sección A_1 dependerá de a_1 y de un factor de forma de la sección k_{secc} :

$$A_1 = k_{secc} a_1^2 ;$$

El volumen total (V) de la estructura está relacionado unívocamente con el de la pieza ya que hemos fijado las proporciones. Lo relación la definimos a través de un factor k_{dim} que depende del criterio de dimensionado y otro que depende de la geometría k_{geom} . Es decir:

$$\wp_{PP} = V\rho_e = L_1(k_{secc} a_1^2) k_{dim} k_{geom} \cdot \rho_e ;$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = \wp_{PP} / (a_1 k_{secc} a_1^2 k_{dim} k_{geom} \cdot \rho_e) ;$$

Las cargas exteriores totales \wp_{EXT} , si establezco un criterio de dimensionado estricto, están en relación unívoca con las (σ_{ext}) para cada tipo de distribución de carga externa y forma de la estructura; y dicha relación la definimos a través de un factor k_σ . Es decir:

$$\wp_{EXT} = k_\sigma (k_{secc} a_1^2) \sigma_{ext} ;$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = \wp_{PP} k_\sigma \sigma_{ext} / (\wp_{EXT} a_1 k_{dim} k_{geom} \cdot \rho_e) ;$$

$$\Rightarrow \wp_{PP} / \wp_{EXT} = \text{rendimiento estructura} = (\lambda_1 a_1 k_{dim} k_{geom} \cdot \rho_e) / (k_\sigma \sigma_{ext})$$

Partiendo como siempre de un mismo material, para cada tamaño, es decir, para cada valor de a_1 vamos a tener fijo el valor de (σ_{ext}) ; con lo que el rendimiento de la estructura está determinado.

Es decir, para una distribución concreta de cargas exteriores y un criterio de dimensionado estricto; para cada forma tengo una relación unívoca entre tamaño, proporción y rendimiento ($\wp_{PP}/\wp_{EXT}=k$).

Es decir, en lo relativo al peso propio la función φ es más reducida, condicionada a un rendimiento estructural, sería del tipo:

$$\varphi = \varphi(\varphi_f, \varphi_l) = \text{constante} = k_\varphi ;$$

Veamos ahora el nuevo significado gráfico de la función φ_l .

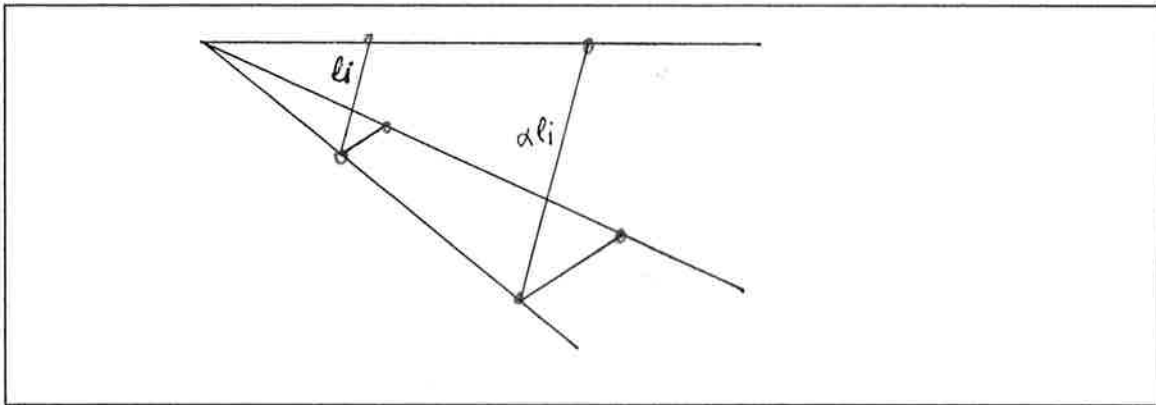


Fig.- 150

Vemos entonces que la asimilación de una estructura a un conjunto de líneas y nodos es algo más que una abstracción en los problemas de peso propio. Es decir, la independencia dimensionado y tensiones de peso propio nos lleva a los sistemas discontinuos.

Uno de los monomios contenidos por φ_l es la proporción o esbeltez λ ; factor adimensional. Una de las mayores aportaciones de **Ricardo Aroca** ha sido la de avanzar notablemente en el desarrollo de la función φ_l de modo que quede explícita y en función de dos constantes de forma y de la esbeltez (como luego veremos).

El **tamaño máximo** (a resistencia) de una estructura es aquel en el la estructura emplea toda su resistencia en sostener el propio peso de la estructura; es decir, para el tamaño máximo $\sigma_{pp} = \sigma_{adm}$.

Es decir, la clave de todo el planteamiento de los tamaños máximos reside en:

A- la dependencia lineal de las tensiones debidas al peso propio (σ_{pp}) y el tamaño (L) (Ley del Cubo-Cuadrado).

B- la independencia de las tensiones debidas al peso propio y el dimensionado. Así mismo, esta independencia da argumentos a favor del sistema de discretización discontinuo planteado.

Podemos sacar alguna conclusión más para el caso en que establezcamos un límite a la relación ($\varphi_{pp}/\varphi_{EXT} \leq k$).

Podemos pensar como será el tamaño máximo cuando tenemos combinaciones de carga de distinto tipo. Es decir, el tamaño máximo asociado a un cierto rendimiento ($\varphi_{pp}/\varphi_{EXT} = k$). A este tamaño le llamaremos **tamaño practicable** (L_{PRA}).

Recordemos que las condiciones anteriores está deducidas para estructuras semejantes. Es decir, hemos fijado una proporciones globales y locales del material (no sólo de la geometría sino también del dimensionado).

En la siguiente figura, en la gráfica A, vemos la misma relación antes citada pero vista para una sola estructura. Es decir, a medida que crece el tamaño tengo que disminuir la carga exterior de modo que las tensiones debidas a ellas disminuyan linealmente.

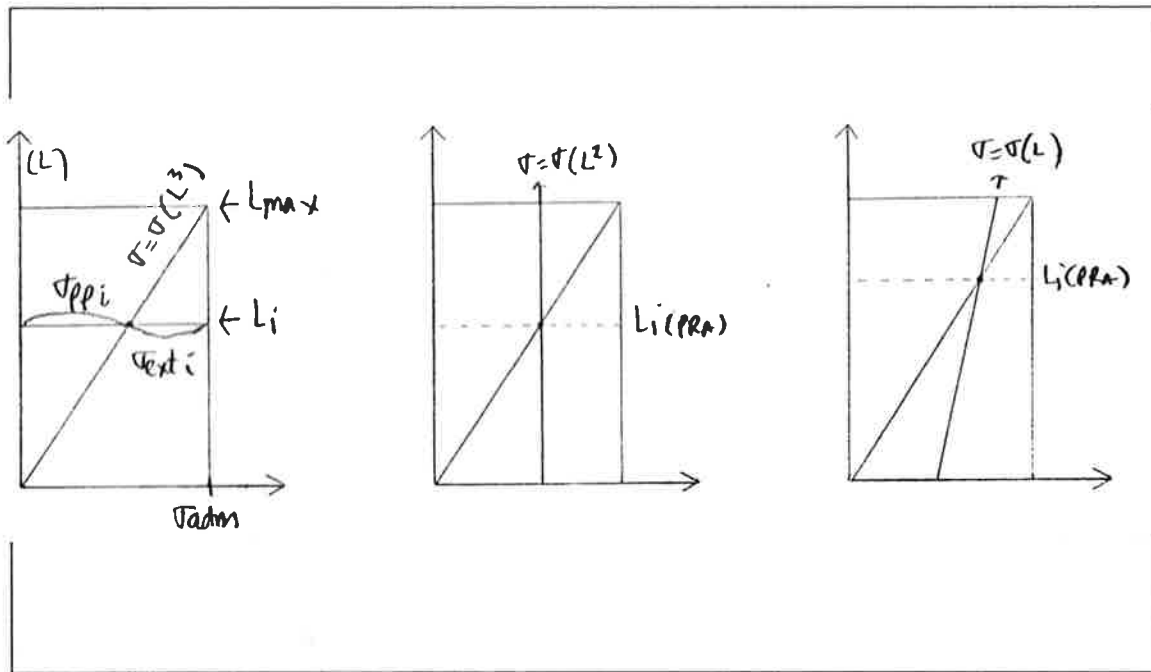


Fig.- 151 Recordemos también que:

$$\sigma_{\text{total}} = \sigma_o + \sigma_q + \sigma_s + \sigma_{pp} ; \text{ ec.- 150}$$

$$// \sigma_{\text{ext}} = (\sigma_o + \sigma_q + \sigma_s) ; \text{ ec.- 151}$$

y ya vimos como varían cada una de las componentes con el tamaño.

En el caso de $F=F(L^2)$, gráfica B, las tensiones exteriores no dependen del tamaño y por tanto, una vez fijada la carga (fijado el nivel de tensiones externas), queda determinado el tamaño practicable de la estructura por la intersección de las dos rectas.

Esto es lo que nos puede suceder en una cubierta, cuyas cargas externas varían con esa relación y la variación de la geometría puede ser también más o menos semejante.

De modo similar, en el caso de $F=F(L^1)$; el problema queda definido por dos rectas según podemos ver en la figura C. Lógicamente el tamaño practicable tiende a ser mayor que en caso anterior.

Esto es lo que nos puede suceder en un puente en el que el ancho de tablero pueda ser una constante de diseño (función de las necesidades del tráfico y no de la luz a salvar).

El caso de $F=F(L^0)$ realmente sólo tiene una utilidad teórica. Para tamaños medios su influencia ya es nula y por tanto no tiene sentido plantearse aquí su tamaño practicable.

Del monomio π_σ hemos despejado el valor de las tensiones. En realidad, dicho proceso es verdaderamente útil para considerar el problema del peso propio. Es decir, para hablar del caso en que $F=F(L^3)$. Esto además no ayuda a considerar la variación lineal de las σ_{ext} desde el momento en que parto de un dimensionado estricto. Entendiendo que dicho dimensionado es el punto de partida lógico de cualquier análisis comparativo, las relaciones de variación de las tensiones en el caso de fuerzas distintas a las de masa hay volver a replantearlas. Es decir, si sea cual sea el tamaño las tensiones no pueden crecer indefinidamente sino que tienen el límite de las admisibles; lo que tienen sentido es plantear como deben variar las fuerzas (de acuerdo con su caracter dimensional) para que las tensiones sea siempre máximas.

RELACIONES DIMENSIONALES CUANDO $\sigma=\text{constante}$.

A2- Para carga constante: $f=f(L^0) = k_0 = \text{constante}$

$$\Rightarrow f_2 = f_1 \alpha^2 \Rightarrow k_{0(2)} = k_{0(1)} \alpha^2 ; \text{ ec. - 152}$$

Es decir, la carga debe crecer en relación a α^2 .

B2- Para carga lineal: $f = f(L^1) = k_q L$

$$\Rightarrow f_2 = f_1 \alpha \Rightarrow k_{q(2)} = k_{q(1)} \alpha ; \text{ ec. - 153}$$

Es decir, la carga debe crecer en relación a α .

C2- Para carga por unidad de superficie: $f = f(L^2) = k_s L^2$

$$\Rightarrow f_2 = f_1 \Rightarrow k_{s(2)} = k_{s(1)} ; \text{ ec. - 154}$$

Es decir, al mantenerse las tensiones debe mantenerse la carga.

D2- Para fuerzas de masa: $f = f(L^3) = k_{pp} L^3$

$$\Rightarrow f_2 = f_1 / \alpha \Rightarrow k_{pp(2)} = k_{pp(1)} / \alpha ; \text{ ec. - 155}$$

Es decir, la carga debe disminuir en relación a $(1/\alpha)$. *En este caso esta relación no tiene mucho sentido porque sabemos que las fuerzas crecen linealmente de forma inexorable.*

7.1.1.2 CONDICIÓN DE RIGIDEZ.

Si nos movemos dentro de un rango elástico, la ley de Hooke nos define una relación proporcional entre deformaciones unitarias y tensiones: $\sigma \propto \epsilon \Rightarrow \sigma = E\epsilon$.

Vamos a definir la *curvatura a través de las deformaciones unitarias* (que por otra parte es la forma más general de hacerlo); siendo:

χ = curvatura

R = radio de curvatura.

h = canto de la sección

ϵ_1, ϵ_2 = deformaciones unitarias en las fibras extremas.

$$\chi = 1/R = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/h ; \text{ ec. - 156}$$

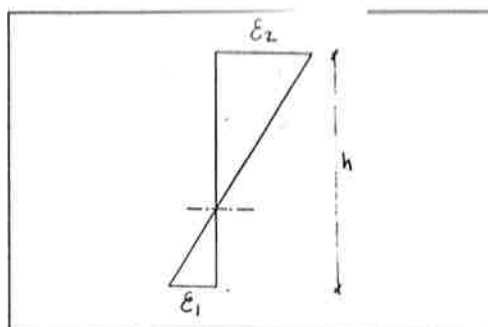


Fig. - 152

o de otro modo:

$$\chi = 1/R = k\epsilon_i/h \Rightarrow \chi = 1/R = k'\sigma_i/h$$

donde $-k-$ y $-k'-$ son constantes para un caso concreto. En el caso de que el material no sea homogéneo sigue existiendo dicha relación; sólo que las constantes agrupan también las relaciones entre las deformaciones unitarias en cada material.

Es decir, esa relación es válida siempre y cuando se admita la hipótesis de Bernuilli. Por tanto:

$$\chi \propto \varepsilon_l/h \Rightarrow \chi \propto \sigma_l/h ; \text{ ec.- 157}$$

El problema de la rigidez no es un problema de deformaciones absolutas sino relativas (luz/flecha máxima). La **condición de igual rigidez** supone que, entre dos estructuras (1) y (2) // $L_2 = \alpha L_1$, se debe cumplir la relación:

$$\delta_1/L_1 = \delta_2/L_2 ; \text{ ec.- 158}$$

Es decir, *siguiendo con el discurso del Análisis Dimensional, es el monomio adimensional $(\delta/L)_i$ el que define la similitud completa en el caso de la rigidez $\Rightarrow \pi_{(\delta L)_i} = 1$.*

Veamos gráficamente el problema.

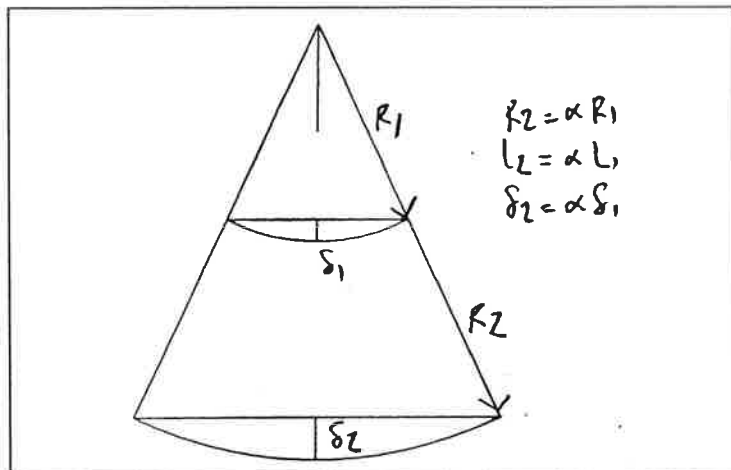


Fig.- 153

por tanto, la igualdad de rigidez para dos estructuras totalmente afines se consigue si:

$$R_2 = \alpha R_1 \Rightarrow \chi_1 = \alpha \chi_2 ; \text{ ec.- 159}$$

Si la variación del radio de curvatura α_R es distinta que el α requerido, las opciones son:

$\alpha_R < \alpha \Rightarrow$ la estructura (2) será menos rígida;

$\alpha_R > \alpha \Rightarrow$ la estructura (2) será más rígida;

Y si hablamos de curvaturas, su factor de variación α_χ las relaciones son inversas.

$\alpha_\chi > \alpha \Rightarrow$ la estructura (2) será menos rígida;

$\alpha_\chi < \alpha \Rightarrow$ la estructura (2) será más rígida;

Veamos entonces que sucede con los cuatro casos anteriores, teniendo en cuenta que las tensiones varían en cada uno de manera distinta y en cambio el canto lo hace del mismo modo ($h_2 = \alpha h_1$).

Dado que $\chi_i \propto (\sigma/h)_i$;

$$\chi_1 \propto \sigma_1/h_1 ;$$

$$\chi_2 \propto \sigma_2/h_2 \Rightarrow \chi_2 \propto \sigma_2/(\alpha h_1) ;$$

A- Si $f = f(L^0) \Rightarrow \sigma_2 = \sigma_1/\alpha^2$

$$\chi_1 \propto \sigma_1/h_1 ; y$$

$$\chi_2 \propto \sigma_1/(\alpha^3 h_1) ;$$

$$\Rightarrow \chi_1 = \chi_2 \alpha^3 ; \text{ ec.- 160}$$

\Rightarrow la (2) es más rígida en relación a α^2 .

B- Si $f = f(L^1) \Rightarrow \sigma_2 = \sigma_1/\alpha \Rightarrow$

$$\chi_1 \propto \sigma_1/h_1 ; y$$

$$\chi_2 \propto \sigma_1/(\alpha^2 h_1) ;$$

$$\Rightarrow \chi_1 = \chi_2 \alpha^2 ; \text{ ec.- 161}$$

\Rightarrow la (2) es más rígida en relación a α .

C- Si $f = f(L^2) \Rightarrow \sigma_2 = \sigma_1 \Rightarrow$

$$\chi_1 \propto \sigma_1/h_1 ; y$$

$$\chi_2 \propto \sigma_1/(\alpha h_1) ;$$

$$\Rightarrow \chi_1 = \chi_2 \alpha ; \text{ ec.- 162}$$

\Rightarrow la (2) es igual de rígida que la (1); por lo que además de ser igual de resistente es igual de rígida.

D- Si $f = f(L^3) \Rightarrow \sigma_2 = \alpha \sigma_1 \Rightarrow$

$$\chi_1 \propto \sigma_1/h_1 ; y$$

$$\chi_2 \propto \sigma_1/h_1 ;$$

$$\Rightarrow (\chi_1/\chi_2) = 1 < \alpha ; \text{ ec.- 163}$$

\Rightarrow la (2) es menos rígida en relación a $(1/\alpha)$.

Veamos en la siguiente figura, que representa las deformaciones unitarias y el canto de dos piezas semejantes.

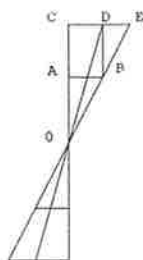


Fig.- 154 En ella: $OA = h_1/2$; $OC = h_2/2$; y las horizontales son por tanto deformaciones unitarias. La **condición de igual rigidez** impone que al crecer con una razón de semejanza α la línea que marca las deformaciones no siga siendo proporcional. Es decir, lo que sucede cuando las fuerzas están en relación a $F = F(L^2)$ (para que se mantenga la rigidez) es que:

$$\varepsilon_1 = AB \text{ \& } \varepsilon_2 = CD ;$$

Mientras que en el caso de la **fuerzas de masa**, $F=F(L^3)$, las deformaciones crecen linealmente (ya que lo hacen las tensiones), con lo que:

$$\epsilon_2 = CE ;$$

Es decir, las gráfica de deformaciones unitarias ha crecido de modo proporcional; y ello lleva consigo una pérdida de rigidez en relación a $(1/\alpha)$

Esto es bastante importante. Recordemos que:

$$\sigma_{total} = \sigma_{pp} + \sigma_{ext} ;$$

Lo razonable es que partamos de dimensionado estricto de modo que la tensión total sea siempre igual a la admisible. No tiene sentido plantear crecimiento de las tensiones que no pueden llegar a producirse.

Es decir, si el dimensionado es estricto al crecer de tamaño de forma semejante voy manteniendo la relación de curvaturas de manera que la relación de rigidezes es constante. Es decir, el problema me lo debo plantear en relación a como debe variar la carga exterior para que se mantenga siempre una relación de $\sigma_{total} = \sigma_{adm}$.

En la siguiente figura podemos ver gráficamente el problema.

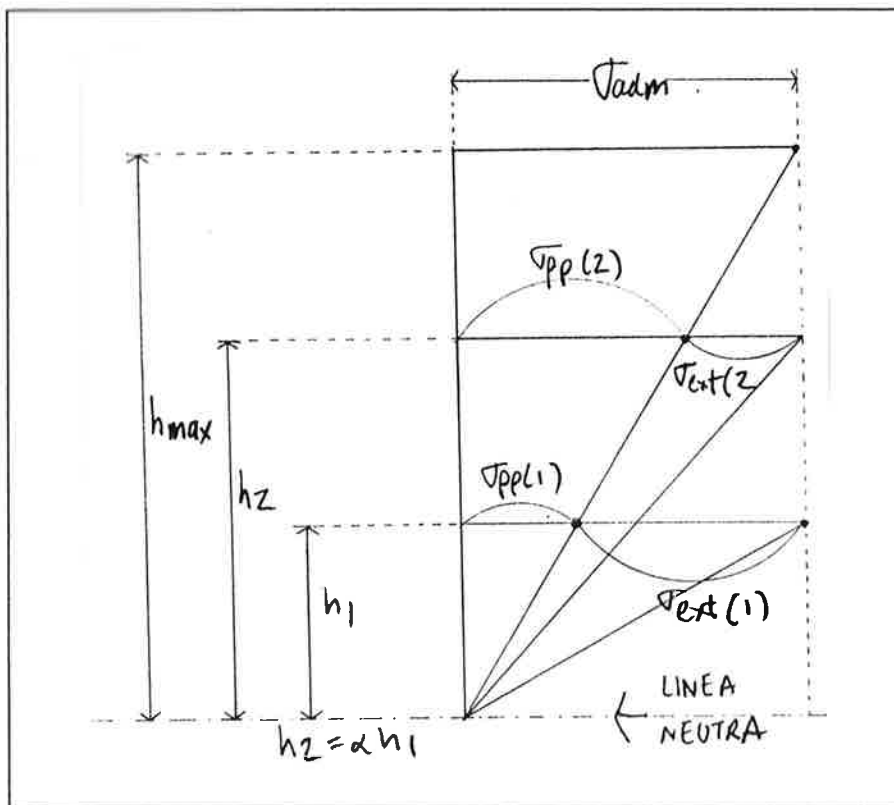


Fig.- 155

Dado que el peso propio es inevitable y que el incremento de tensiones con el tamaño es directamente proporcional, las tensiones debidas a las fuerzas exteriores deben disminuir de manera inversamente proporcional a α . Es decir, al considerar el peso propio, para mantener la condición de rigidez se debe cumplir que:

$$\sigma_{ext(2)} = \sigma_{ext(1)}/\alpha \Rightarrow \rho_{ext(2)} = \rho_{ext(1)}/\alpha ; \text{ ec.- 164}$$

7.1.1.3 CONDICIÓN DE ESTABILIDAD.

7.1.1.3.1 ESTABILIDAD DE PRIMER ORDEN.

Hablar de estabilidad en primer orden de la estructura supone que estamos entendiendo esta como un **sólido rígido**; bien sea compuesta de *un sólo elemento o de varios*.

Algebraicamente, la estabilidad global está condicionada al equilibrio de momentos; es decir, $\Sigma M=0$.

Es decir, es una estabilidad al vuelco o al giro relativo de las piezas.

De un modo más general podríamos haber hablado también de la estabilidad a deslizamiento, que no depende de un equilibrio de momentos sino de fuerzas. Sin embargo, esto sólo tiene alguna aplicación en el caso de muros de contención; y ahí no tiene mucho sentido el problema del tamaño. De ahí que reduzcamos el problema al $\Sigma M=0$.

Gráficamente, la condición equivale a conseguir un funicular cerrado; y a que dicho funicular cumpla ciertas condiciones geométricas.

En el caso del **edificio en altura**, y si no queremos contar con anclajes a cimentación (cosa poco normal), la línea de presiones debe pasar siempre dentro de la base.

Ya comentamos que el problema de la estabilidad era relativo. Así, en este caso es grado de estabilidad es la proporción que se aparta de los bordes y pueden por tanto medirse numéricamente.

En el caso de **arcos de fábrica**, en los que también trabajamos con la hipótesis de la no resistencia a tracciones, el problema sigue siendo meter en todo momento la línea de presiones en la geometría del arco; y la misma referencia puede hacerse respecto al grado de estabilidad.

Ambos casos son ejemplos en los que la estabilidad en primer orden es un problema determinante.

La asimilación a la **estática gráfica** creo que es la forma más clara de entender el problema.

La estabilidad global depende de la posición de la línea de presiones en relación a la geometría de la estructura. La forma y proporción del polígono funicular sólo depende de la posición relativa de las cargas (o razón entre las longitudes L_i/L) y de la relación relativa de las fuerzas (o razón entre las fuerzas F_i/F). *Así, podemos aplicar el teorema de las proyecciones paralelas para las condiciones de estabilidad.*

COROLARIO: dos estructuras geoméricamente semejantes tienen el mismo grado de estabilidad mientras *las relaciones (L_i/L) y (F_i/F) varíen también con una relaciones de semejanza; y aún cuando las razones de semejanza de fuerzas y geometría sean distintas.*

Es importante subrayar que en el grado de estabilidad a primer orden no intervienen la magnitud de las fuerzas ni el tamaño; sino las relaciones (L_i/L) y (F_i/F).

Veamos la demostración algebraica de dicho teorema. Sea:

F =fuerza

r =distancia

$\Sigma F_{vi} r_{vi}$ =momento de las fuerzas de vuelco.

$\Sigma F_{ej} r_{ej}$ =momento de las fuerzas estabilizadoras.

$$\Sigma M=0 \Rightarrow \Sigma F_{vi} r_{vi} = \Sigma F_{ej} r_{ej} ; \text{ ec.- 165}$$

La ecuación es válida para sistemas tridimensionales, planteando el sumatorio para los tres planos cartesianos, por lo que trabajaremos sólo en uno de ellos.

Aquí podemos ver con claridad como deben crecer las fuerzas para que se mantenga el equilibrio. Supongamos que hacemos una transformación afín α_i para la **geometría** y β_i para las **cargas**:

$$\sum \beta_i F_{vi} \alpha_i r_{vi} = \sum \beta_i F_{ei} \alpha_i r_{ei} ; \Rightarrow \beta_i \alpha_i \sum F_{vi} r_{vi} = \beta_i \alpha_i \sum F_{ei} r_{ei} ; \Rightarrow \sum F_{vi} r_{vi} = \sum F_{ei} r_{ei} ;$$

Es decir, la condición de estabilidad entre estructuras afines implica que las fuerzas crezcan todas ellas en proporción a la geometría; pero no necesariamente de forma semejante.

Así, en el caso de **geometrías afines sometidas a su peso propio**, estas razones se mantienen, si bien sus crecimientos son distintos. Es decir, **el grado de estabilidad en primer orden se mantienen a pesar de que varíe el nivel de tensiones.**

Pero **el problema** del equilibrio global en relación al cambio de tamaño está asociado a estructuras con **varios tipos de cargas** (a nivel dimensional). Así, aunque la geometría de la estructura varíe de manera afín (se mantienen la relación r_i/r), las cargas no podrán mantener en idéntica proporción al tener **distintas dependencias dimensionales** (no se mantiene proporcional la relación F_i/F).

7.1.1.3.1.1 ESTRUCTURAS VERTICALES.

A pesar de tener cierto interés, ya comentamos en el Capt.-3 que el problema fundamental del edificio en altura es la rigidez. No obstante, merece la pena ver el problema aunque sea brevemente.

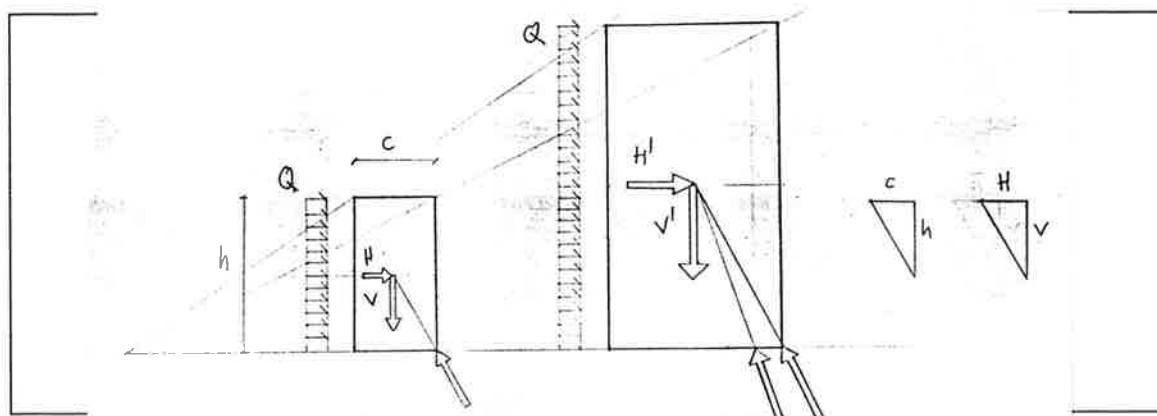


Fig.- 156

La condición límite de estabilidad la fijamos según el modelo. Si consideramos el caso más elemental del sólido rígido y que una capacidad infinita de resistencia, el límite estará en el paso de la línea de presiones por una esquina de la base.

Si se estableciera otra condición las conclusiones serían las mismas pues dicha condición implicará siempre, para la estabilidad en primer orden, una relación geométrica.

En la figura vemos el caso más elemental.

La condición de estabilidad supone, considerando el teorema anterior (de la figura se desprende la misma relación):

$$(\varphi_H) / (\varphi_V) \propto c/h ; \text{ec.- 166}$$

(c/h) un parámetro geométrico y por tanto constante con los cambios semejantes. La condición de equilibrio supone que $(V/H)=\text{constante}$. Y en ello la magnitud de las cargas.

Para pequeños tamaños, el problema se aborda de manera sencilla.

Las cargas (φ_H) son cargas de viento; y por tanto del tipo $F=F(L^2)$; mientras que las verticales (φ_V) tienen componentes $F=F(L^2)$ y $F=F(L^3)$; la primera de las cargas de uso y ciertos elementos constructivos y la segunda gran parte de la estructura.

Si llamamos $(k_1 = c/h)$ al valor inicial; para un tamaño (2) mayor que el anterior, la constante (k_2) será siempre menor que k_1 . Es decir:

$$L_2 > L_1 \Rightarrow k_2 < k_1 ; \text{ec.- 167}$$

con lo que la estructura (2) es más estable simple.

Al crecer el tamaño la estructura puede ser más esbelta y seguir teniendo el mismo grado de estabilidad de primer orden. El cuanto más esbelta depende de la relación de las cargas; pero siempre será "algo" más estable.

Esta propiedad fue anotada en muchos trabajos de los vistos en el Capt.-2; y el ejemplo de las chimeneas era el más claro; ya que además en aquellas fechas no se contemplaba la estabilidad a segundo orden.

Pero en los **grandes tamaños** el problema no es tan elemental si lo queremos analizar con cierto rigor.

En la siguiente figura (A) vemos la **carga de viento** en función de la altura de la ciudad de Chicago. Se ha tabulado para una altura máxima de 420m que es sólo algo más de la altura del Sears. Lo que sí llama la atención es la importancia del crecimiento de la carga con la altura; dato que desde luego no puede simplificarse en un edificio de gran tamaño.

Dicha curva corresponde a una simplificación de la gráfica de presión de un fluido con cierto espesor (altura) en contacto con una superficie. En la figura (B) vemos la curva teórica que representa la velocidad del fluido a cada altura. A *mayor velocidad mayor presión*. En las proximidades de la superficie de contacto la presión es nula; a partir de ahí tiene un rápido crecimiento y luego crece de modo prácticamente lineal. La relación tiende, como es lógico a estabilizarse para grandes espesores o alturas (es decir, la gráfica tiene una asíntota vertical).

La simplificación lineal va por tanto a favor de seguridad.

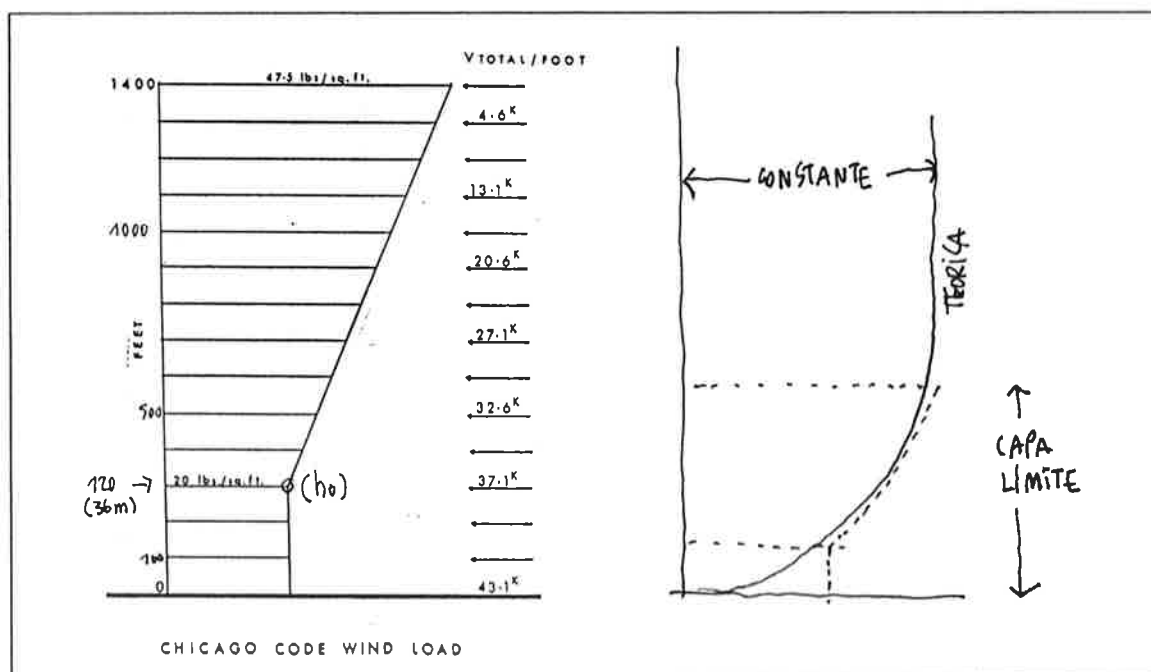


Fig.- 157

Es decir, la carga de viento (q_v) sigue siendo del tipo $F=F(L^2)$; y más concretamente del tipo $F=F(h, b)$; donde h es la altura y b el ancho de la fachada a viento considerada.

Esto quiere decir

En el caso de las **sobrecargas de uso** también sucede que, al hacer un análisis estadístico (coeficiente de simultaneidad); cuanto más grande es el edificio más pequeña será el valor de la sobrecarga (q_{su}). Es decir, $F=F(L^2)$. Y con más precisión; $F=F(n, L^2)$; donde (n) es un factor adimensional en función

de la cantidad de superficie (función de L^2); o también en función del número de plantas. **No obstante, por tratarse de una carga favorable que puede no existir, no debe entrar en el computo de estabilidad por criterios de seguridad.**

Por último, debemos considerar las fuerzas de masa derivadas del sismo (ϕ_{ss}); que son del tipo $F=F(L^3)$.

La condición de estabilidad supone que (considerando la figura con un eje vertical de simetría):

$$(\phi_H) / (\phi_V) \propto (c_{base}/2) / h_{cdg} ; \text{cc. - 168}$$

donde (c_{base}) es el canto en la base de apoyo y (h_{cdg}) la altura del centro de gravedad de las fuerzas horizontales (ϕ_H)

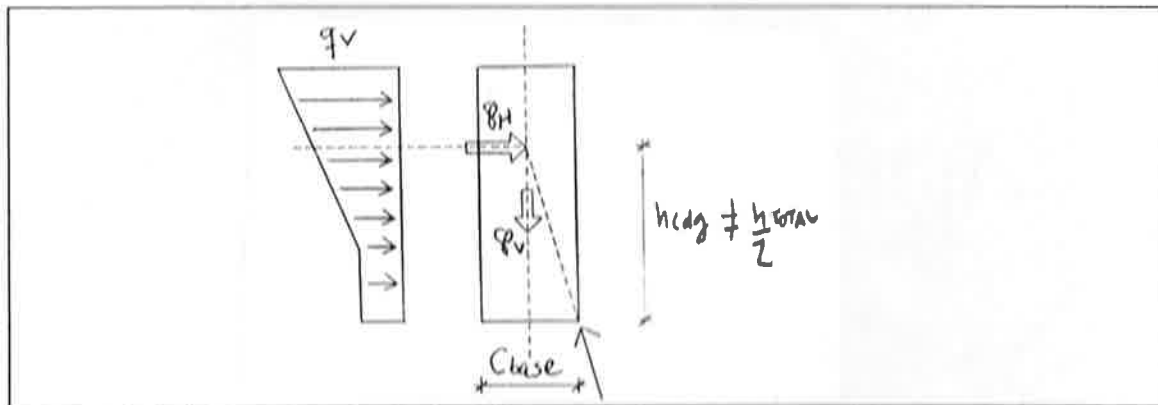


Fig.- 158

No obstante, aún cuando se considere la variación de la carga de viento con la altura y la reducción de cargas de uso con la altura; el problema tiene una solución gráfica inmediata para cada altura. *Es decir, la estabilidad sigue siendo un problema de proporción.*

7.1.1.3.1.2 ARCOS DE FÁBRICA.

El problema de los arcos de fábrica es, para el rango de luces en los que se usan, de estabilidad en primer orden. El enfoque más sencillo, y totalmente riguroso, se hace a través del análisis límite. Se supone una resistencia infinita del material (justificado por su bajo nivel tensional real); lo que establece como condición límite de estabilidad la de tangencia de la línea de presiones a los bordes de la geometría. El primer teorema del análisis límite nos garantiza el equilibrio. El problema tiene una representación gráfica muy clara; y de nuevo lo más útil es el empleo de estática gráfica. Veámoslo en las siguientes figuras.³⁴⁴

³⁴⁴Heyman, "Poleni's Problem" *Proc. Instn. Civ. Engrs.*; 84, Part 1, 1988; pp. 740.

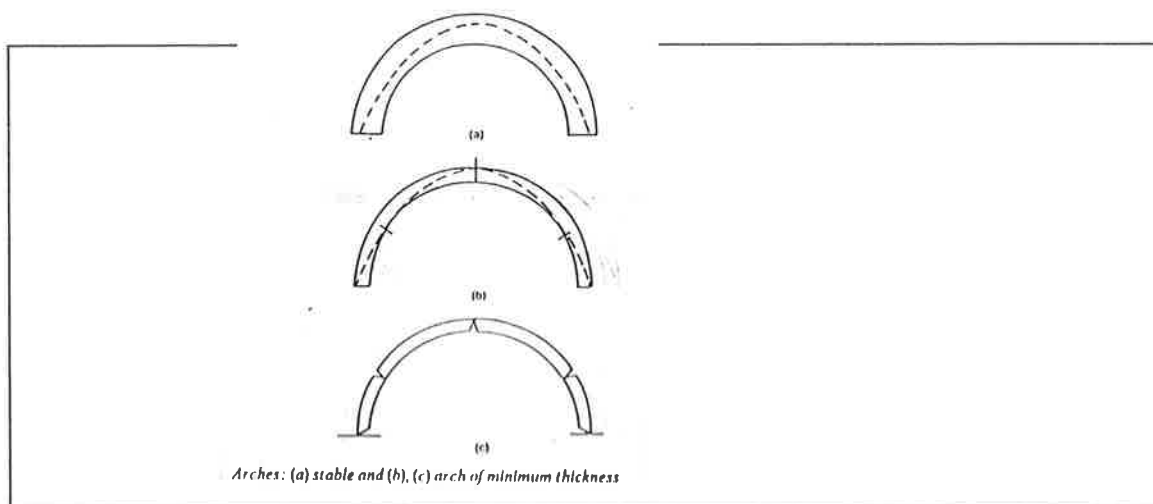


Fig.- 159

Convendría señalar que **E. Ribera**, de acuerdo con el estado del arte de la época, establece una luz de 40m como límite para aplicación de esta teoría; a partir de la cual entiende que se debe realizar un cálculo elástico.

En realidad, dicho análisis sólo tiene sentido si las juntas³⁴⁵ de la fábrica no satisfacen una rigidez necesaria y las tensiones son muy altas. Es decir, el límite de 40m no deja de ser una receta poco justificada pero seguramente muy sana debido a su aval práctico. El problema puede ser entonces, no el modelo de cálculo, sino la mala solución constructiva. Por aquel entonces no se había desarrollado la teoría de segundo orden y la recomendación hay que enterla en ese contexto.

El problema teórico es exactamente igual al anterior.

La situación relativa de la línea de presiones, que nos define el grado de estabilidad, depende sólo de la geometría de la estructura y de la relación de fuerzas (F_i/F).

Si **sólo tenemos peso propio** es obvio que la relación de fuerzas se mantiene y por tanto su grado de estabilidad. **Al hacerse más grande se hace entonces más estable.**

Al combinar las cargas exteriores nos aparece de nuevo el problema de diseño de los funiculares.

La directriz del arco se va a diseñar para una situación simétrica de carga; bien sólo peso propio bien carga total. En los tamaños pequeños la situación de cargas externas asimétricas va a ser, en cuanto a estabilidad, más determinante que la de diseño y nos lleva a espesores relativos mucho mayores que en los arcos grandes para los que el peso propio es muy grande y no se ve prácticamente afectado por las alternancias de cargas externas. Como las cargas externas van a tener siempre componentes de fuerzas del tipo $F=F(L^2)$; **los arcos más grandes son más estable y por tanto pueden ser más esbeltos.**

Otro tema bastante interesante es la importancia de la proporción general del arco en su tendencia a la estabilidad. Aunque no está relacionado directamente con los cambios semejantes, nos informe de la dependencia entre proporción global y local.

Heyman ha estudiado este problema para el caso de **arcos y cúpulas de trazado circular** y las conclusiones podemos verlas en la siguiente figura³⁴⁶.

³⁴⁵En el apéndice de materiales hacemos consideraciones sobre este punto.

³⁴⁶Heyman, op.cit.; pp. 752-753.

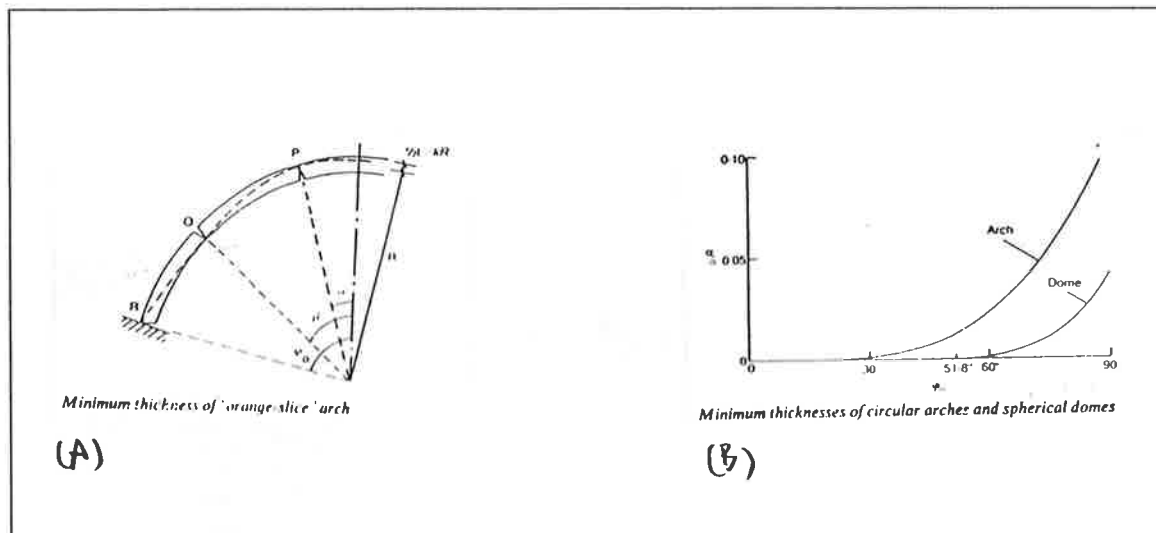


Fig.- 160 En la figura (A) vemos de nuevo la determinación de la condición límite de estabilidad de la que se deduce el espesor mínimo; y de ahí la **esbeltez local** del arco (t/R) en función de la **esbeltez general** λ determinada en función del semiángulo de apertura ϕ_0 .

El único problema de quitar canto global es que aumenta el empuje. Pero en las situaciones en las que podemos transmitirlos al terreno (a roca) sin sobrecosto alguno dicha situación será la más racional; y así sucede habitualmente en la práctica.

7.1.1.3.2 ESTABILIDAD DE SEGUNDO ORDEN

El enfoque general es el mismo que en el caso anterior. El movimiento inicial (δ_0) puede ser virtual o podemos empezar la iteración partiendo de unas deformaciones iniciales que inevitablemente van a existir. Lo habitual y riguroso es esta última consideración, que además es la más restrictiva pues la deformación inicial no acumula energía interna.

En general tenemos entonces una variable geométrica constante (k) (límite permisible de las deformaciones iniciales); variable que razonablemente es relativa al tamaño: $\delta_0 = L/k$.

7.1.1.3.2.1 ESTABILIDAD LOCAL.

A pesar de haber tratado en otros casos todas las posibilidades dimensionales de las fuerzas, en realidad nos interesan casi exclusivamente los casos $F=F(L^2)$ y $F=F(L^3)$. De los dos, el que nos permite extraer conclusiones más limpias es el primero.

Una vez producida la convergencia de momento resistente y momento solicitante, la pieza adquiere una deformación final de equilibrio (δ_F). Veámos el esquema en la siguiente figura.

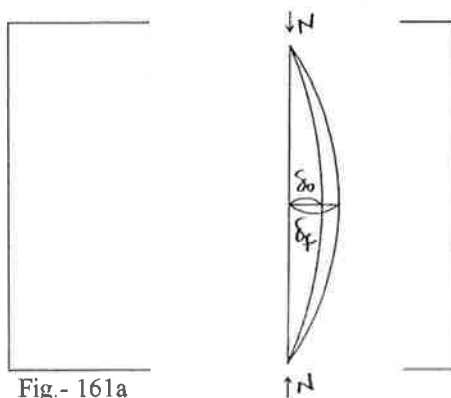


Fig.- 161a

Dicha deformación final está relacionada con la inicial del siguiente modo:

$$\delta_F = \delta_0 \sigma_K / (\sigma_K - \sigma) \Rightarrow \delta_F / L = (\delta_0 / L) \sigma_K / (\sigma_K - \sigma);$$

donde σ_K es la tensión crítica de pandeo y σ la tensión de trabajo de la pieza; siendo:

$$\sigma_K = \pi^2 E / \lambda_m^2;$$

es decir, es un factor que viene fijado una vez que se concrete el material y la proporción de la pieza (y por tanto la esbeltez mecánica de la pieza λ_m). Como estamos estudiando cambios semejantes, este factor permanece constante en la variación de tamaño y tendremos que ver la influencia del resto de los factores.

7.1.1.3.2.1.1 cargas del tipo $F=F(L^2)$.

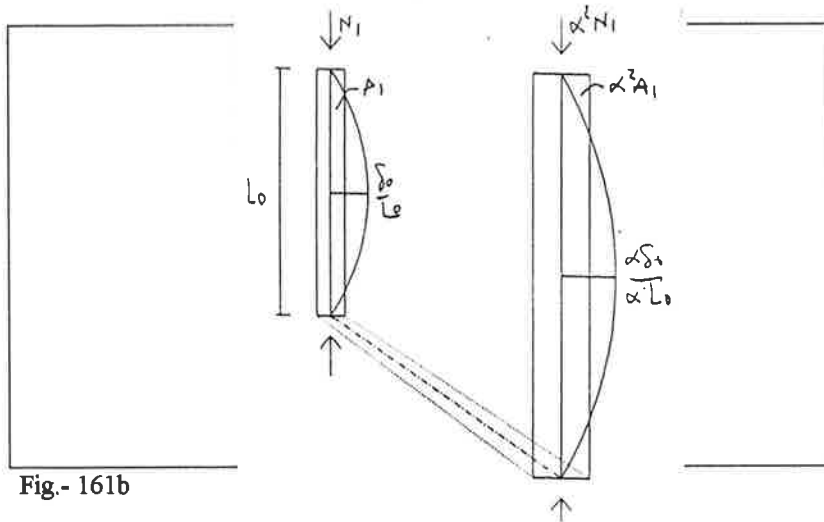


Fig.- 161b

En este caso hemos visto que las tensiones iniciales (σ) no varían con cambios proporcionales, por lo que si establecemos una deformación inicial relativa constante ($\delta_0 / L = \text{constante}$) la deformación final también lo será ($\delta_F / L = \text{constante}$) que la deformación final relativa se mantiene constante.

Las tensiones finales en la más pequeña serán igual a:

$$\sigma_1 = N_1 / A_1 + N_1 \delta_F / W_1;$$

siendo A el área y W el módulo resistente.

En la barra 2, si hemos hecho un crecimiento según un factor α , tendremos las siguientes tensiones finales:

$$\sigma_2 = (\alpha^2 N_1) / (\alpha^2 A_1) + (\alpha^2 N_1 \alpha \delta_F) / (\alpha^3 W_1) = \sigma_1;$$

Es decir, el grado de estabilidad no varía; y además sabemos que la deformación final relativa permanece constante.

7.1.1.3.2.1.2 cargas del tipo $F=F(L^3)$.

En este caso la relación no es tan clara, como ya dijimos. Podemos asegurar, no obstante, que las tensiones finales van a aumentar con lo que el grado de estabilidad va a disminuir. Utilizaremos el subíndice (F) para referirnos a las tensiones finales obtenidas en el equilibrio; y el subíndice (I) para referirnos a las iniciales. Llamaremos (i) al radio de giro.

$$\sigma_I = N/A ;$$

$\sigma_F = \sigma_I (1 + \delta_F v / i^2)$; donde v es la distancia mayor de la fibra neutra a una de las caras de la sección.

Si realizamos un cambio proporcional en relación a un factor α ; las tensiones iniciales variarán según dicho factor, pero además vamos a tener otro factor de modificación en función del factor $(1 + \delta_F v / i^2)$.

En este caso, lo que me puede interesar es saber como debo variar la forma de la sección para que las tensiones finales permanezcan constantes. Es decir, si yo cambio de forma de sección manteniendo el área voy a seguir cumpliendo la condición de que las tensiones debidas al peso propio crezcan linealmente pero además voy a disminuir la penalización por estabilidad en las tensiones finales.

$$\sigma_F = kL[1 + L(v/i^2) (\delta_F/L)\sigma_K/(\sigma_K - kL)];$$

Para mantener las tensiones finales después de un crecimiento α debe cumplirse que:

$$[1 + \alpha L(v_2/i_2^2) (\delta_F/L)\sigma_{K2}/(\sigma_{K2} - k\alpha L)] = 1/\alpha ;$$

$$\text{donde } \sigma_{K2} = \pi^2 E i_2^2 / (\alpha^2 L^2);$$

Elegida una forma de sección nueva(2), tengo una relación unívoca entre (i_2) y (v_2) ; por lo que en realidad la única variable (fijada α), es el radio de giro (i_2) de la nueva sección.

En un caso específico es sencillo llegar a conclusiones a pesar de la complejidad de dicha ecuación. Con un simple algoritmo numérico podemos ver en cada caso como debe ser la variación del radio de giro de la sección para mantener el grado de estabilidad.

Podemos simplificar más las cosas si imponemos la condición de que la rigidez final relativa se mantenga constante ($\delta_F/L = \text{constante}$), como sucedía en el apartado anterior; y que además parece bastante acorde con la imposición de una deformación inicial también relativa.

$$\sigma_F = \sigma_I (1 + \delta_F v / i^2);$$

para que se mantenga el grado de estabilidad debe suceder que:

$$(1 + \alpha \delta_F v_2 / i_2^2) = 1/\alpha ; \text{ siendo } v_2 = k_v i_2 ;$$

$$\Rightarrow i_2 = k_v (\delta_F / L) L \alpha^2 / (1 - \alpha);$$

7.1.1.4 LOS INTERVALOS DE PROPORCIONALIDAD EN ESTRUCTURAS DE EDIFICACIÓN. Galileo y las reglas proporcionales.

Lo más habitual, en estructuras de edificación, es encontrarnos con que las cargas exteriores son del tipo $F = F(L^2)$ y además son constantes. Y ya vimos que lo importante para el análisis dimensional era que la relación de fuerzas fuera constante aunque variara la manitud.

Como sabemos la relación entre tamaño máximo teórico y real, podemos ver en que medida las estructuras son proporcionales para los tamaños construidos.

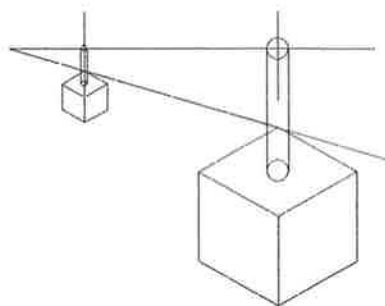


Fig.- 161c

Mediante este pequeño ejemplo intentaremos dos cosas:

1. Ver el uso del análisis dimensional en relación al principio de similitud.
2. Mostrar de la manera más gráfica posible como va variando la forma de la estructura, a medida que su tamaño crece, para que su nivel de resistencia sea la misma.

En la figura anterior vemos una barra cargada con un peso definido por el cubo. La figura crece según cierta razón de proporcionalidad α_L . Veamos como esto implica, considerando simplemente el peso propio del cubo, una variación en la tensión del hilo. O bien, como luego haremos, podemos ver con que ley α_d debe variar el diámetro del hilo para que las tensiones varíen también de modo proporcional; viendo que α_L y α_d tienen que ser distintos.

Para plantear con una mayor limpieza el problema diferenciaremos con claridad el elemento resistente - el hilo -, del elemento que provoca las acciones - el cubo -. No consideraremos, por tanto, el peso de la barra. Esto, creemos, puede ser de utilidad a la hora de poder usar las conclusiones de éste problema a otros.

Las variables de las que depende el problema son:

- 1-la tensión admisible σ de la barra.
- 2-el área del elemento resistente A.
- 3-las fuerzas actuantes F.

Si planteamos el análisis dimensional en una base reducida L-M-T:

| | σ | A | F |
|---|----------|---|----|
| L | -1 | 2 | 1 |
| M | 1 | 0 | 1 |
| T | -2 | 0 | -2 |

Podemos encontrar un determinante de orden 2 distinto de cero, por lo que: $3-2=1$; necesito un solo monomio adimensional. Dada la simplicidad del problema, podemos elegir directamente un monomio cualquiera. Tomaremos el monomio $p_a = F_a/F_r$; tal que F_a =acción y F_r =reacción (Al igual que en mecánica de fluidos se utilizan los valores de ciertos monomios -como el número de Reynolds- para caracterizar el estado de un sistema, el principio newtoniano de igualdad de acción y reacción podía ser enunciado también bajo la condición de que el valor del monomio $p_a = F_a/F_r$ sea la unidad).

Para que las dos estructuras sean mecánicamente semejantes (lo cual en general no implica una semejanza geométrica), el monomio p elegido debe de tener el mismo valor en ambas (en esta sencilla propiedad se basa toda la teoría de modelos).

Igualemos entonces los valores de los monomios de dos estructuras p_{a1} y p_{a2} :

$$p_{a1} = p_{a2}$$

$$\frac{F_{a1}}{F_{r1}} = \frac{F_{a2}}{F_{r2}};$$

$$\frac{l^3 \rho_e}{k d^2 \sigma_1} = \frac{a_l^3 l^3 \rho_e}{k a_d^2 d^2 \sigma_2}; \text{ siendo:}$$

l =longitud del lado del prisma.

ρ_e =peso específico del dado.

k =constante, función de la forma de la sección.

α_L =factor de crecimiento del dado.

α_d =factor de crecimiento de la barra.

σ =tensión de la barra.

d = diámetro de la barra

Si simplificamos la ecuación anterior:

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{\alpha_L^3}{\alpha_d^2}; (1)$$

Planteando de modo independiente el crecimiento del hilo y del dado (a_d y a_l), podemos ver la variación de geometría entre dos estructuras mecánica y geoméricamente semejantes.

Veamos de una manera ordenada los casos posibles:

1- Semejanza geométrica.

La razón entre dos partes cualesquiera de las dos estructuras debe ser siempre la misma, por lo que:

$$\alpha_L = \alpha_d = \alpha; \text{ si sustituimos en (1),}$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 \alpha; (2)$$

es decir, si modificamos el tamaño de una estructura de modo proporcional según una razón α , las tensiones varían también según esa misma razón.

2- Semejanza mecánica.

Esta condición nos impone:

$$\sigma_1 = \sigma_2; \text{ volviendo de nuevo a (1),}$$

$$\alpha_d^2 = \alpha_L^3; (3)$$

Esto prueba que, para las fuerzas de masa, semejanza geométrica no implica semejanza mecánica; ya que, como vemos, para que ésta ocurra las razones geométricas de crecimiento α para el elemento que provoca la fuerza y el que la resiste han de ser distintos.

Pero si pensamos que los intervalos de luces en edificación suelen moverse dentro de una banda muy estrecha, podemos ver que la variación en la proporcionalidad de las estructuras es muy pequeña. Tabulando la relación anterior para factores concretos de crecimiento de tamaño:

| | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Alfa-L | 1,1 | 1,15 | 1,2 | 1,25 | 1,3 | 1,35 | 1,4 | 1,45 | 1,5 | 1,55 | 1,6 | 1,65 | 1,7 |
| Alfa-d | 1,15 | 1,23 | 1,31 | 1,4 | 1,48 | 1,57 | 1,66 | 1,75 | 1,84 | 1,93 | 2,02 | 2,12 | 2,22 |
| variación | 1,05 | 1,07 | 1,1 | 1,12 | 1,14 | 1,16 | 1,18 | 1,2 | 1,22 | 1,24 | 1,26 | 1,28 | 1,3 |

Para que la modificación de proporción comience a ser significativa hay que hacer incrementos de tamaño más grandes que los habituales de edificación.

Es decir, la modificación de la proporción sólo es apreciable cuando doy grandes saltos de tamaño. Este hecho no fue considerado por Galileo; y es la justificación de que el uso de reglas empíricas proporcionales no sea algo descabellado; y así se ha venido haciendo incluso hasta principios del s. XX para muchos tipos (como hemos podido ver en el caso de puentes de fábrica de luces de pequeñas).

No hemos considerado la rigidez ni la estabilidad pues son cuestiones en las que no entraba Galileo. Para abordar de forma completa el problema no nos es útil un esquema tan simple como el planteado. Este hecho va corrigiendo ligeramente las conclusiones anteriores. Pero no excesivamente si de nuevo nos movemos en intervalos de luces pequeños como puede ser el caso de la mayor parte de las construcciones de edificación. Ya vimos que las cargas del tipo $F(L^2)$ van a mantener la rigidez y la estabilidad a pando con los cambios proporcionales. Por ello, es sólo la variación del peso propio la que nos merma rigidez en relación a $(1/\alpha)$ y estabilidad en un factor no tan claro como el de la rigidez (ver apartado de estabilidad en estructuras semejantes). Eso quiere decir que si la variación de peso no es significativa tampoco lo será la variación de rigidez. La de estabilidad dependerá en gran medida de la forma. Pero si nos movemos en estados de tensión iniciales relajados (como solía suceder) en los que estamos bastante alejados de la tensión crítica, la penalización por estabilidad no va a ser muy grande.

Es decir, en incrementos de tamaño pequeños las estructuras pueden ser proporcionales en un alto grado.

No obstante, para considerar el pando en el caso anterior sólo hemos de introducir otro monomio adimensional, la esbeltez mecánica λ_m . Para que los dos sistemas sean ahora semejantes mecánicamente hemos de cumplir al relación de crecimientos de α_L, α_d vista simultáneamente con la condición de mantener la esbeltez mecánica. La primera condición establece una variación del diámetro de la barra y la segunda una variación de su longitud.

7.1.1.5 LA REPERCUSIÓN DEL COSTE DE LAS UNIONES CON EL CAMBIO DE TAMAÑO.

El tema ya fue inicialmente planteado por Cox³⁴⁷ aunque no de forma completa. Podemos avanzar y sacar conclusiones de gran interés. Podemos ver también otro planteamiento inicial en J. Cervera³⁴⁸.

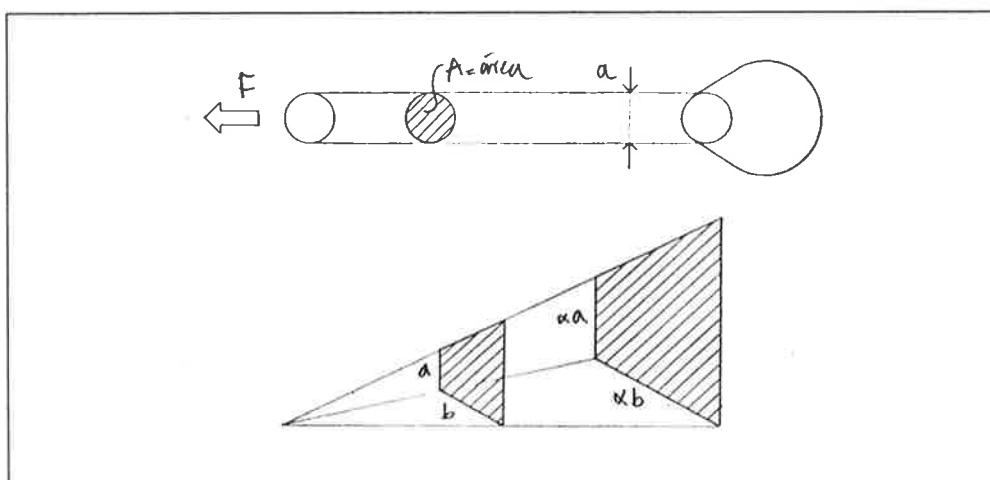


Fig.- 161d

³⁴⁷ Cox, H. I., The Design of Structures of Least Weight, Oxford, Pergamon Press. 1965, (véase Capt.-3)

³⁴⁸ Cervera Bravo, Jaime. *Diseño de Estructuras de Edificación*; Madrid. Departamento de Estructuras. ETSAM (Publicación Interna). 1993. pp.68.

Llamemos ρ_u al peso específico de la unión y ρ_b al de la barra. Según el esquema anterior, asumiremos que la forma de la unión depende de la sección en las tres dimensiones; de modo que una variación proporcional en la sección trae consigo una variación también proporcional en la unión. Sea k_b un factor de forma de la sección de la barra; y k_u el factor de forma de la unión. Los pesos totales \wp de la unión y de la barra serán:

$$\wp_u = (k_b a^2) k_u a \rho_u ;$$

$$\wp_b = (k_b a^2) L \rho_b ;$$

La repercusión (μ) del coste de la unión en la estructura vendrá dado por la relación:

$$\mu = \wp_u / \wp_b = k_u a (1/L) (\rho_u / \rho_b) ;$$

$$\text{dado que: } F = (k_b a^2) \sigma_{adm}$$

$$\Rightarrow \mu = (k_u / \sqrt{k_b}) (\rho_u / \rho_b) (1 / \sigma_{adm}) (\sqrt{F}) (1/L) ;$$

determinados los materiales, la forma de la barra y el tipo de unión:

$$\Rightarrow \mu = K (\sqrt{F}) (1/L) ; \text{ siendo } K \text{ una constante // } K = (k_u / \sqrt{k_b}) (\rho_u / \rho_b) (1 / \sigma_{adm})$$

Como ya hemos dicho en el caso de la estabilidad, lo que nos va a interesar fundamentalmente son los casos de fuerzas superficiales y de peso propio. Veámoslo.

7.1.1.5.1 Caso de $F = F(L^2)$

$$\Rightarrow \mu = K ;$$

Esto es de gran importancia; ya que en el caso de tipos convencionales de edificación el factor determinante de las cargas suele variar según este factor y por ello los datos empíricos que se obtengan de un tipo fácilmente aplicables a otros.

7.1.1.5.2 Caso de $F = F(L^2)$

$$\Rightarrow \mu = K (\sqrt{L}) ;$$

Si el cambio de tamaño es grande vamos a tener un aumento de la repercusión del coste de la unión en relación a (\sqrt{L}); es decir, de menor crecimiento que las tensiones debidas al peso propio. En todo caso, esta relación es importante para la manipulación de los datos empíricos.

7.1.1.6 ANÁLISIS DIMENSIONAL Y DATOS EMPÍRICOS.

La gran potencia del análisis dimensional se produce en cambios semejantes, ya que mantengo los factores de forma. De ese modo, bien por datos empíricos, bien por modelos o bien por un cálculo concreto puede determinar las constantes de forma que no van a variar al escalar la estructura.

El empleo de modelos es algo poco viable por lo general; y sólo en ciertos casos muy especiales se recurre a este procedimiento (aunque quizás a nivel docente si tenga muchas ventajas).

El cálculo concreto sólo es razonable cuando se usa para tabular determinadas geometrías para usarse en las etapas iniciales de diseño sin necesidad de calcular. Un ejemplo interesante puede ser el de Gero³⁴⁹; donde las constantes se obtuvieron con modelos pero hoy día se obtendrían seguramente por cálculo en ordenador.

Pero si pensamos que no hay mejor modelo que la realidad, los datos empíricos nos pueden ofrecer los valores de las constantes de forma para diversas formas, materiales y proporciones;

³⁴⁹ Gero, S. John. "The Preliminary Design of Cable Network Structures". *Bulletin of the IASS*. Vol. XVII-3; n° 62. Dec. 1976. pp. 7-18.

contenplando además con ello factores que se nos escapan en el cálculo teórico y por modelos. Es decir, una vía nada desdeñable de recuperación del análisis dimensional está en relación con la recopilación y análisis de datos empíricos.

El planeamiento no es muy limpio pero en ocasiones puede ser insustituible; cuando menos para la comprobación de la vía teórica. Un claro ejemplo de ello son las fórmulas de peso propio del ACI vistas en el Capt.-3.

7.1.2 TRANSFORMACIONES AFINES NO SEMEJANTES.

El concepto de proporción, como esbeltez (λ), está directamente relacionado con el de transformación afín. Aquí vamos a intentar avanzar entonces en la influencia de la variable esbeltez.

En el caso anterior hemos supuesto que $\lambda = \text{cte}$. En realidad sus aplicaciones son bastante amplias (a pesar de no ser muy "limpias"). Si sólo partiera de las relaciones anteriores deberé estudiar las variaciones para distintas esbelteces y de ese modo determinar la influencia de la esbeltez.

La clave para entender este tipo de transformaciones sigue siendo gráfica. Veamos la variación de unos diagramas de Cremona cuando hacemos una transformación afín.

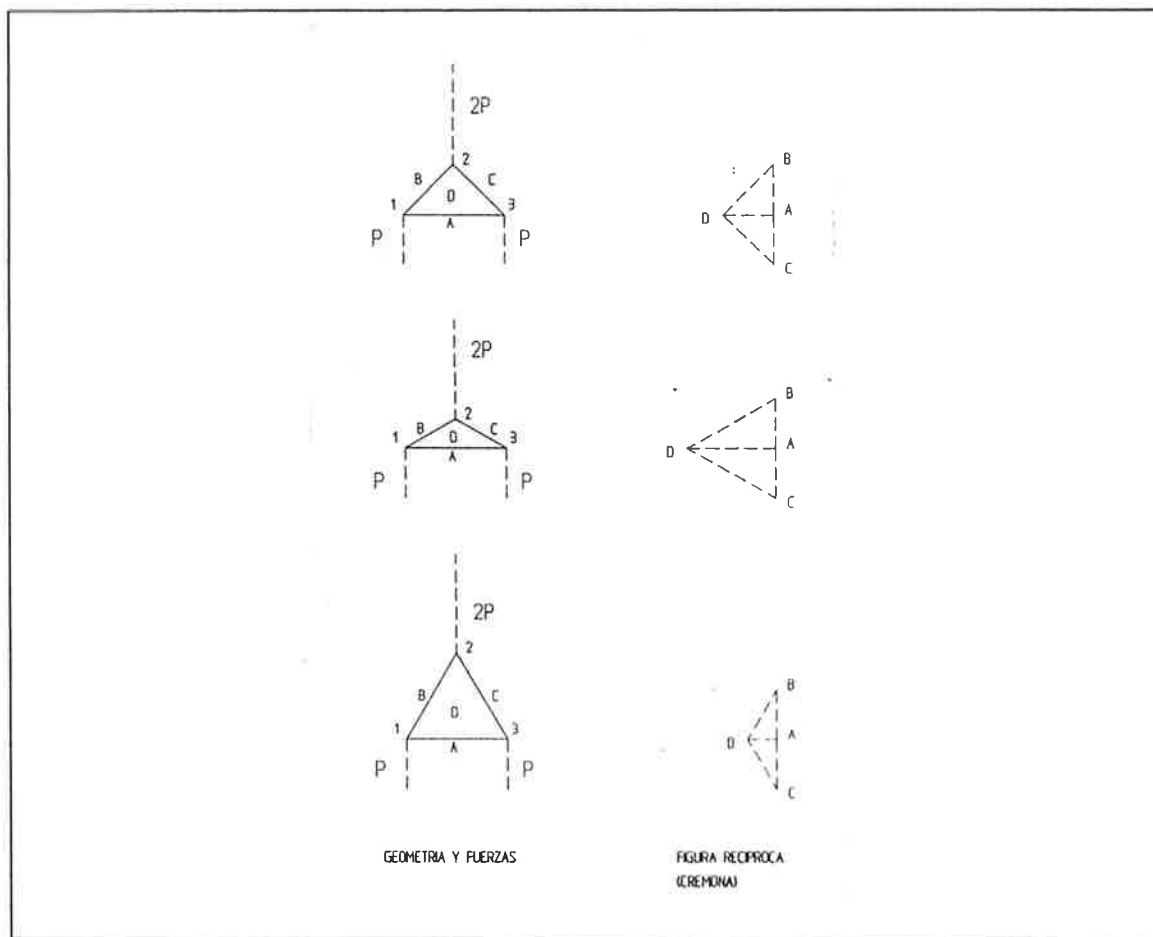


Fig.- 161

Podemos ver que cuando aumentamos la estructura en ordenadas, provocamos una disminución proporcional en abscisas en la figura recíproca; y viceversa. Es decir, si (x_e, y_e) son las coordenadas de la estructura y (x_r, y_r) son las de la figura recíproca:

$$\alpha_y y_e \Rightarrow (1/\alpha_y) x_r ; \text{ec.- 169}$$

y por tanto, de igual modo:

$$\alpha_x x_e \Rightarrow (1/\alpha_x) y_r ; \text{ec.- 170}$$

Esta consideración no depende de la magnitud de la carga sino, nuevamente, de las relaciones (F/F). La magnitud de la carga lo único que hace es dar fijar la escala para medir las fuerzas en la figura recíproca pero no modifica su proporción. Vemos entonces que estamos usando criterios muy similares a los utilizados para las transformaciones semejantes.

Para entender la verdadera potencia del término proporción nos puede interesar hacer un paso de lo discontinuo a lo continuo. Veamos esto con más detalle.

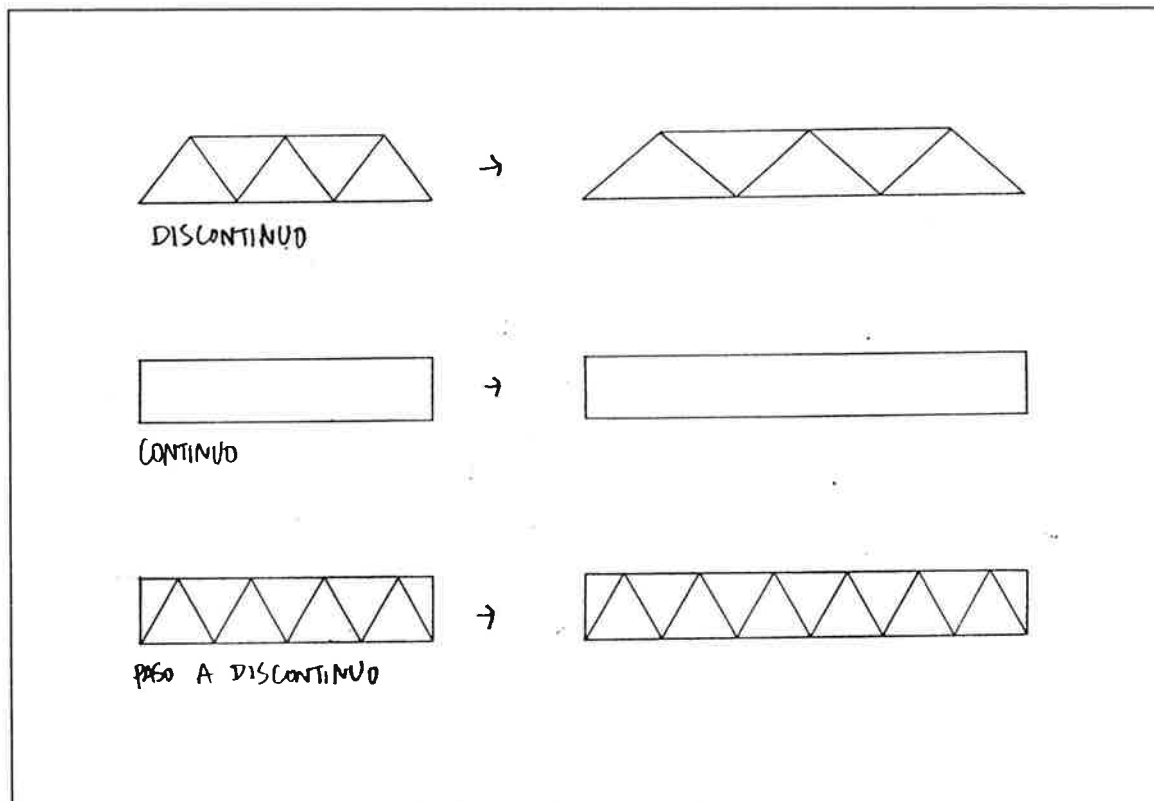


Fig.- 162

En el caso A vemos una transformación afin “strictus sensus” de un sistema discontinuo. Vemos que dicha transformación nos conduce a un absurdo pues nos lleva a un diseño interno en el que hemos roto la eficiencia del primer esquema.

De hecho, si nos planteáramos una afinidad, ésta afectaría exclusivamente al término λ ; como podemos ver en el caso de la figura B.

Pero esto es exactamente lo que sucede cuando hacemos una transformación afin “strictus sensus” de un sistema continuo. El sistema afin sigue manteniendo el camino de las cargas por ángulo óptimos, de modo que en realidad supone una transformación similar a la B.

En este caso, recordando además que el dimensionado no es una variable en las tensiones de peso propio, parece claro que nos puede interesar utilizar sistemas continuos. En el fondo lo que estamos planteando es el uso del perímetro de la estructura como parámetro mucho más condicionante que el de la configuración interna que además siempre podemos adaptar una vez definido el perímetro.

El problema del paso de lo continuo a lo discontinuo; de cara a los tamaños máximos y a las tensiones debidas al peso propio; queda resuelto una vez que establecemos las relaciones de canto eficaz y canto aparente; cosa que se hace en el hormigón armado; y que nos garantiza un diseño racional de la pieza.

No obstante, el problema de las relaciones afines tiene una formulación mucho mejor con los métodos clásicos de análisis. Por ello, analizaremos este tema en el siguiente apartado.

7.2 ANÁLISIS CLÁSICO.

En este apartado recojo, en su mayor parte, la formulación realizada por Ricardo Aroca. Como ya he mencionado, su trabajo supone una gran aportación. Por otra parte, esta exposición condensa los aspectos más relevantes pero no muchos trabajos periféricos de gran interés que caen fuera de las posibilidades de esta tesis y que es él sin duda quien tiene el derecho de sacarlos a la luz.

Los métodos clásicos son los que nos van a permitir plantear más a fondo las relaciones de las variables. Sus carencias pueden ser completadas con los otros dos métodos, sobre todo con el empírico.

7.2.1 DATOS INICIALES.

Para obtener el peso propio total de una estructura (\wp_{pp}); ya hemos visto que la herramienta a utilizar es la cantidad de estructura (w); y de acuerdo con el Corolario-3 del Teorema de Maxwell. Veámoslo:

$$V = (w_T / \sigma_T) + (w_C / \sigma_C);$$

$$\wp_{pp} = V \rho \Rightarrow \wp_{pp} = [w_T / \Lambda_T + w_C / \Lambda_C]; \text{ ec.- 171}$$

A partir de ahí puedo ya aplicar la relación de proporcionalidad, para el caso de dimensionado estricto, vista en el apartado del análisis dimensional.

El alcance a tracción no depende de la configuración del dimensionado, pero el de compresión sí. Pero lo que sí podemos hacer, y ya vimos que en la práctica puede hacerse, es fijar un factor de pandeo que nos delimite el valor del alcance a compresión; y luego organizar el dimensionado de forma que consiga dicho factor (de diseño por tanto). Hablaremos más de este punto al tocar el problema de la inestabilidad.

La manera más sencilla y directa de llegar a la cantidad de estructura es a partir del cálculo del volumen total de material (V).

El volumen total -V- de la estructura será igual a:

$$V = \sum A_i L_i; \text{ desde } i=1..n;$$

siendo n el número de barras; y siendo A y L el área y la longitud de cada barra respectivamente.

Si partimos de un comportamiento elástico, es decir, tomando como ecuación constitutiva la ley de Hooke³⁵⁰:

$$A_i = |N_i| / \sigma_i;$$

es decir, a partir del valor absoluto del axil N.

El producto para cada barra en valor absoluto de los axiles por sus respectivas longitudes es lo que se denomina Cantidad de Estructura (w).

$$w = \sum |N_i| L_i; \text{ (ec.- 172)}$$

$$V = (\sum |N_i| L_i) / \sigma; \text{ (ec.- 173)}$$

$$\wp_{pp} = \rho V = w \rho / \sigma; \text{ (ec.- 174)}$$

³⁵⁰ En el Apéndice de Materiales discutimos el rango de validez de las consideraciones en régimen elástico; y mostramos como, en servicio, dicha hipótesis es válida incluso para los materiales usados que no son lineales.

el factor (ρ/σ) lo que hemos denominado **alcance** (Λ); es decir:

$$\rho_{pp} = w/\Lambda ; (\text{ec.- 175})$$

Podemos partir de una estructura **dimensionada estrictamente**, y de este modo σ es la misma en todas las barras, por lo que $\sigma_i = \sigma_{adm} = \sigma$.

Si consideramos por separado los elementos a tracción de los de compresión, y usando respectivamente los subíndices T y C; llegamos a la expresión inicial:

$$w = w_T + w_C; (\text{ec.- 176}) \Rightarrow \rho = V \rho \Rightarrow \rho = [w_T \Lambda_T + w_C \Lambda_C]$$

La cantidad de estructura puede también calcularse a través de sus componentes cartesianas:

$$|N_i| L_i = |N_{ix}| L_{ix} + |N_{iy}| L_{iy}; (\text{ec.- 177})$$

Al primer sumando lo llamaremos cantidad de estructura horizontal (w_{\rightarrow}), y al segundo cantidad de estructura vertical (w_{\uparrow}). Es decir:

$$w = (w_{\uparrow}) + (w_{\rightarrow}); (\text{ec.- 178})$$

Si además añadimos la distinción entre estructura comprimida y traccionada; podemos dividir la cantidad de estructura total en cuatro partes acorde a lo expuesto:

$$w = (w_{\uparrow T}) + (w_{\uparrow C}) + (w_{\rightarrow T}) + (w_{\rightarrow C}); (\text{ec.- 179})$$

Según el teorema de Maxwell: $w_T = w_C = k_M$

Vimos que un caso de particular interés es aquél en el que todas las fuerzas están aplicadas sobre una misma línea y además son ortogonales a ésta. En ese caso la constante de Maxwell es igual a cero; con lo que:

$$w_T = w_C; (\text{ec.- 180}) \Rightarrow w = 2w_T = 2w_C;$$

7.2.2 RELACIÓN ENTRE CANTIDAD DE ESTRUCTURA Y MÍNIMOS.

TEOREMA.

A-Para toda solución óptima (w_0); se cumple la relación:

$$(w_0_{\uparrow}) = (w_0_{\rightarrow}); (\text{ec.- 181})$$

B- además, en los casos en los que la constante de Maxwell es cero ($k_M=0$);

$$(w_0_{\uparrow T}) = (w_0_{\uparrow C}) = (w_0_{\rightarrow T}) = (w_0_{\rightarrow C}); (\text{ec.- 182})$$

Veremos al final de éste apartado la demostración del teorema; aunque ya hemos anticipado parte de su demostración en el apartado 6.1.

7.2.2.1 VARIACIÓN DE LA CANTIDAD DE ESTRUCTURA CON EL CAMBIO DE PROPORCIÓN (cambio de geometría afín).

Partamos de un esquema dado de esbeltez λ_i y hagamos una transformación afín pasando a una nueva esbeltez λ_i' y suponiendo que dejamos intacta la luz para poder comparar las dos soluciones. Es decir, L_y se multiplicarán por un factor α concreto tal que $\lambda_i' = \alpha \lambda_i$; factor que será mayor o menor que 1 según se aumente o reduzca la proporción inicial.

Por una parte, la cantidad de estructura horizontal $w_{—}$ se verá modificada (véase ilustración de cremona en el apartado 6.1):

a- L_x se mantiene constante según las condiciones del problema.

b- N_x se multiplicará por un factor λ_f/λ_i .

Es decir:

$$(w_{—})_f = (w_{—})_i (\lambda_f/\lambda_i); \text{ (ec.- 183)}$$

Por otra parte, la cantidad de estructura vertical $(w_{|})$ se verá modificada:

a- L_y se verá multiplicada por el factor λ_i/λ_f .

b- N_y permanecerá constante.

Es decir:

$$(w_{|})_f = (w_{|})_i (\lambda_i/\lambda_f); \text{ (ec.- 184)}$$

A través de las dos ecuaciones precedentes llegamos a la **ecuación general** que determina la cantidad de estructura total en relación a la esbeltez inicial.

$$w = w_{—} + w_{|} = (w_{—} * \lambda/\lambda_i) + (w_{|} * \lambda_f/\lambda); \text{ (ec.- 185)}$$

En el caso de **esquemas óptimos**; donde $(w_{O|} = w_{O—})$; la ecuación anterior se podrá poner como:

$$w = (1/2) w_O (\lambda/\lambda_O + \lambda_O/\lambda); \text{ (ec.- 186)}$$

donde w_O es la cantidad de estructura del esquema óptimo.

Lo normal es que partamos de un esquema inicial cualquiera donde $(w_{—} \neq w_{|})$; y lo que nos interesa es obtener w_O y λ_O . Podremos deducirlos a través de las relaciones anteriores:

$$w_{—} = (1/2) w_O \lambda/\lambda_O; \text{ (ec.- 187)}$$

$$w_{|} = (1/2) w_O \lambda_O/\lambda; \text{ (ec.- 188)}$$

De ambas $\Rightarrow (w_O^2)/4 = (w_{—} * w_{|})$; de donde:

$$w_O = 2\sqrt{(w_{—} * w_{|})};$$

$$\lambda_O = \lambda\sqrt{(w_{—} / w_{|})};$$

A su vez, podemos usar las constantes ϕ_H y ϕ_V para definir los factores de forma (cantidades constantes en cada problema) de la cantidad de estructura horizontal y vertical respectivamente de cualquier esquema (sea o no óptimo):

$$w_{—} = \phi_H \wp_{ext} L; \text{ (ec.- 189)}$$

$$w_{|} = \phi_V \wp_{ext} L; \text{ (ec.- 190)}$$

$$w = (\phi_H + \phi_V) \wp_{ext} L; \text{ (ec.- 191)}$$

con lo que llegamos a:

$$w_O = 2 \wp_{ext} L \sqrt{(\phi_H \phi_V)}; \text{ (ec.- 192)}$$

Por ello, fijado el **esquema de cargas exteriores**; el producto $(\phi_H \phi_V)$ es siempre una constante.

$$\lambda_O = \lambda \sqrt{(\phi_V / \phi_H)}; \text{ (ec.- 193)}$$

Y siguiendo con relaciones derivadas de las primeras formulas, y volviendo al teorema que hemos dejado sin **demostrar**; si $w| = w|_0 \lambda_0/\lambda$; y $w- = w-0 \lambda/\lambda_0 \Rightarrow w| w- = w|_0 w-0$; y si el producto de dos cantidades es constante; **su suma es mínima cuando ambos son iguales** ($\Rightarrow w-0 = w|_0$); quedando demostrado el teorema anterior de condición de mínimos y las posteriores relaciones establecidas a partir del mismo.

En el caso de que la constante de Maxwell sea nula, hemos visto que la cantidad de estructura en tracción es igual a la de compresión por lo que se deriva directamente la relación (para el óptimo):

$$(w_0|_T) = (w_0-|_T) = (w_0|_C) = (w_0-|_C) ;$$

Resaltemos la relación entre cantidades de estructura del óptimo y otra esbeltez distinta:

$$w| w- = w|_0 w-0 ; \text{ ec. } 194$$

Pero podemos ofrecer incluso **otra demostración**. Hemos visto, de un modo general, que la relación entre las cantidades de estructura para dos proporciones distintas es:

$$w_T = (w-)_T + (w|)_T = (w-)_T (\lambda_T/\lambda_i) + (w|)_T (\lambda_i/\lambda_T) ; \text{ ec. } 195$$

podemos considerar o asignar a la variable (λ_T/λ_i) un solo parámetro ya que en el fondo es simplemente la **variación de esbeltez** $(\Delta\lambda)$; es decir:

$$\text{tomamos } (\lambda_T/\lambda_i) = \Delta\lambda \Rightarrow (\lambda_i/\lambda_T) = 1/(\Delta\lambda); \text{ y de este modo tenemos una sola variable:}$$

$$w_T = (w-)_T + (w|)_T = (w-)_T (\Delta\lambda) + (w|)_T (1/(\Delta\lambda));$$

si buscamos con la transformación afin llegar a un mínimo, podemos plantear la derivada de (w_T) respecto del parámetro $(\Delta\lambda)$; es decir:

$$\text{mínimo} \Rightarrow \partial(w_T)/\partial(\Delta\lambda) = 0 = (w-)_T - (w|)_T/(\Delta\lambda)^2 \Rightarrow (\Delta\lambda)^2 = (w|)_T/(w-)_T$$

$$\text{si } (\Delta\lambda)=1 \Rightarrow (w)_T = (w)_0 \text{ (óptimo)} \Rightarrow 1 = (w|)_T/(w-)_T \Rightarrow (w|)_0 = (w-)_0 ; \text{ Q.E.D.}$$

Y cuando la constante de Maxwell es nula se derivan las conclusiones anteriores.

7.2.2.2 EXPRESIÓN GENERAL DEL PESO PROPIO. RELACIÓN CON EL TAMAÑO MÁXIMO. VARIACIONES DE PROPORCIÓN.

De acuerdo con lo ya visto, podemos plantear una relación general de la expresión del peso propio en función de las variables del problema.

$$w = (\varphi_H + \varphi_V) \rho_{ext} L ;$$

Puntualicemos de nuevo, y como se deriva del análisis dimensional, que los parámetros de carga y luz podrían ser dos cualesquiera de la estructura; pero que parece más lógico considerar los más determinantes o de más sensibilidad, y estos sin duda son la carga total exterior y la luz máxima del problema³⁵¹. En el caso de estructuras horizontales dicha luz será la máxima horizontal y en el caso del edificio en altura será la altura total del mismo.

Hemos visto además que el parámetro de forma horizontal (el paralelo a la dirección de la luz máxima) varía proporcionalmente al aumento de esbeltez y que el vertical (perpendicular a la dirección de la luz máxima) varía en relación inversamente proporcional al aumento de esbeltez. Por tanto, podemos poner la expresión anterior de la forma:

³⁵¹ No debe confundirse la luz máxima del problema, es decir, su tamaño, con el tamaño máximo de la estructura.

$$w = (A\lambda + B/\lambda) \phi_{ext} L; \text{ ec.- 196}$$

dicha expresión es análoga a la ya vista de:

$$w = (1/2) w_0 (\lambda/\lambda_0 + \lambda_0/\lambda);$$

por lo que agrupando los términos equivalentes llegamos a que:

$$\lambda_0 = \sqrt{(B/A)}; \text{ ec.- 197}$$

$$w_0 = k \phi_{ext} L; \text{ ec.- 198}$$

$$k = 2\sqrt{(B/A)}; \text{ ec.- 199}$$

Para el estudio de problemas de tamaño, es perfectamente razonable considerar que la carga exterior sigue la misma distribución que la carga de peso propio. Esta hipótesis es más o menos correcta en función de la geometría del tipo. Las gráficas de distribución de peso propio mostradas por Thorpe en el Capt. 2 son un claro ejemplo. Es evidente que en los grandes tamaños las cargas externas tienden a ser uniformes, y que por tanto dicha hipótesis cobra más validez en la medida en que el peso propio se aproxima más a esa distribución uniforme. Por tanto, y considerando las apreciaciones hechas:

$$w_{pp} = (A\lambda + B/\lambda) \phi_{pp} L;$$

Para el tamaño máximo que puede alcanzar la estructura, y dado que en dicha situación sólo es capaz de soportar las cargas de peso propio: $w = w_{pp}$; con lo llegamos a la expresión:

Si partimos de un mismo nivel de resistencias σ , vimos ya que paso al peso propio es simplemente:

$$\phi = w/\Lambda \Rightarrow w_{pp} = (A\lambda + B/\lambda) (w_{pp}/\Lambda) L_{max}; \text{ es decir:}$$

$$L_{max} = \Lambda / (A\lambda + B/\lambda); \text{ ec.- 200}$$

De este modo quedan ligadas las variables: TAMAÑO, MATERIAL, FORMA Y PROPORCIÓN.

Ya hemos visto en el análisis dimensional como varía la relación del peso propio a peso exterior con el tamaño de la estructura.

Ahora vemos que la proporción tiene una prácticamente inversamente proporcional con el tamaño máximo. Si la esbeltez es reducida el término (B/λ) va a tener cierta importancia; pero en la proporciones que suelen manejarse en edificación y obra civil dicho término va a ser de poca relevancia en comparación con el de $(A\lambda)$.

Podemos representar **gráficamente la relación $L-\lambda$** para un tipo concreto en el que A y B son constantes y así mismo lo es el alcance Λ (no cambiamos de material); o incluso considerar la variación de material dentro del tipo.

No obstante, veremos estas gráficas más adelante a la hora de desarrollar el problema de forma concreta en varios tipos.

7.2.2.3 VARIACIONES EN FUNCIÓN DE LAS COMPROBACIONES DE RESISTENCIA, RIGIDEZ O ESTABILIDAD.

Hemos visto que la relación entre volumen de material y cantidad de estructura es:

$$V = w/\sigma_i ;$$

Parece lógico partir, en cualquier comparación, de un dimensionado estricto. No obstante, también sabemos que la limitación del valor de las tensiones está en función de que el problema sea de resistencia, de rigidez o de estabilidad.

Ahora bien, el crecimiento de las tensiones debidas a peso propio es un problema que se deriva exclusivamente del tamaño y por tanto su variación lineal puede establecerse de modo totalmente independiente del tipo de condición limitante de las tensiones.

Podemos también esclarecer el factor de proporcionalidad entre tensiones debidas al peso propio y tamaño ($\sigma_{pp}=kL$) ; utilizando la relación [$L_{max} = \Lambda / (A\lambda + B/\lambda)$]. Recordemos que:

$$\sigma_{pp}/L = \sigma_{adm}/L_{max} ; \text{ con lo que;}$$

$$\Rightarrow \sigma_{pp} = \rho_e (A\lambda + B/\lambda) L ;$$

es decir, el factor de proporcionalidad es:

$$k = \rho_e (A\lambda + B/\lambda) ;$$

esta relación es, así mismo, de gran utilidad en relación con los datos empíricos.

Dicho de otro modo, las tensiones debidas a peso propio son, para una geometría y material dado, un invariante dado el tamaño real de la estructura

No obstante el valor final de las tensiones admisible puede venir limitado por la condición de rigidez o por la estabilidad. Es decir, el tipo de condición limitante puede hacer variar las cargas exteriores admisibles.

El control de rigidez, partiendo como hemos dicho de un dimensionado estricto, depende exclusivamente de la **proporción** (obviamente fijada la geometría del tipo y el material).

El control de estabilidad sigue siendo también, básicamente, un control de proporción.

En el caso de la estabilidad global ya anticipamos que la limitación de rigidez, que queda establecida con la proporción, es garantía suficiente. Obviamente necesitamos entonces también un cierto grueso en función de la proporción; pero como hacemos con el pandeo, lo razonable sería considerar una (ϵ) de diseño que en función del canto (de la proporción global o de estructura) nos garantiza unos límites de deformación.

En el caso de la estabilidad local, y partiendo de un área mínima en el grueso que nos evita los problemas de rigidez y resistencia, el problema vuelve a ser el control de la geometría de la sección y por tanto un control de la proporción local o de elemento de la estructura.

7.2.2.3.1 CONSIDERACIÓN DE LA RESISTENCIA

Quando el problema es de **resistencia** el valor de (σ_i) es el de σ_{adm} , y por tanto es un parámetro constante. En este caso el problema se desarrolla de acuerdo con lo planteado.

El desarrollo sería el ya visto.

En un terreno práctico este caso corresponde a ciertos casos de flexión donde el cordón de compresión está tan atado que no tiene apenas limitación de la tensión por problemas de estabilidad.

En este caso:

$$\phi_{pp(RES)} = w/\sigma_{adm} ; \text{ ec. - 201}$$

7.2.2.3.2 CONSIDERACIÓN DE LA ESTABILIDAD LOCAL GEOMÉTRICA.

Lo normal es que parte de la estructura encuentre limitadas sus tensiones por un problema de **estabilidad local o global de segundo orden**, de modo que en ese caso a la hora de establecer

correctamente el problema debemos considerar la separación ya expuesta de cantidad de estructura a tracción y a compresión. Es decir:

$$V = (w_T/\sigma_T) + (w_C/\sigma_C);$$

$$\phi_{pp(EST)} = V \rho \Rightarrow \phi_{pp} = [w_T/\Lambda_T + w_C/\Lambda_C]$$

Hemos ya apuntado que en este caso, y desde un punto de vista de diseño, lo más razonable es entender el factor de pandeo como un elemento que fijamos a priori; y que podemos conseguir después con una determinada configuración de la sección transversal del grueso. En cuanto al control del pandeo global, el problema se reduce (de nuevo a nivel de diseño) a un control de la rigidez; es decir, tiene un control a priori. De acuerdo con esto, es posible determinar a priori el alcance a compresión. Como mucho el problema puede afinarse con una corta iteración sin mayor dificultad.

En el terreno práctico la limitación de tensiones suele afectar sólo a parte de la estructura; aunque hay casos, como el de las láminas de hormigón armado, en los que el control de la estabilidad se realiza a través de una limitación global de las tensiones admisibles por resistencia.

En el caso de los problemas de pandeo, el profesor **Ricardo Aroca** ha elaborado un interesante trabajo considerando varios tipos clave de secciones transversales que agrupan los saltos habituales del radio de giro de la sección.

No obstante, no voy a mostrar aquí dicho trabajo pues entiendo que dicho desarrollo cae fuera del objetivo de esta tesis.

Lo que sí es posible hacer es, de acuerdo con el criterio antes expuesto, es determinar de modo bastante general la influencia que tiene el factor de pandeo de diseño en las relaciones anteriores. Entiendo que al nivel que se plantea esta tesis dicho desarrollo acota perfectamente el problema.

Para ello, en la relación antes expuesta, consideremos el factor de pandeo (ω) como parámetro de diseño. Según eso, el alcance a compresión será:

$$\Lambda_C = \Lambda_T/\omega; \text{ ec.- 202}$$

siendo entonces;

$$\phi_{pp(EST)} = [w_T/\Lambda_T + \omega w_C/\Lambda_T] \Rightarrow \phi_{pp(EST)} = (1/\Lambda_T)[w_T + \omega w_C]; \text{ ec.- 203}$$

Los valores razonables del factor de pandeo oscilan entre 1 y 2; dependiendo de los casos y de los elementos de la estructura; ya que vimos en el Capt. 2 como es usual establecer un criterio para los elementos primarios y otro para los secundarios. Podemos entonces establecer la variación del peso total en función del factor de pandeo.

$$\phi_{pp(EST)} = [w_T/\Lambda_T + w_C/\Lambda_C]$$

Veremos que, en función del factor de pandeo de diseño, se nos va reduciendo el tamaño máximo de la estructura debido al incremento de peso propio. Lo mismo podíamos decir del caso posterior de la rigidez.

Un problema interesane es ver como varía la esbeltez óptima en relación con el factor de pandeo. Para ello recordemos la relación anterior:

$$\phi_{pp(EST)} = (1/\Lambda_T)[w_T + \omega w_C];$$

El factor ($A\lambda + B/\lambda$) puede en realidad descomponerse en sus componentes de tracción y compresión; que designaremos con los subíndices (C) y (T) como siempre. Por tanto:

$$\phi_{pp(EST)} = (1/\Lambda_T) \phi_{ext} L [A_T\lambda + B_T/\lambda + \omega A_C\lambda + \omega B_C/\lambda];$$

Podemos determinar la esbeltez óptima mediante la derivada del peso total respecto a λ e igualando a cero:

$$\Rightarrow 0 = [A_T - B_T/\lambda + \omega A_C - \omega B_C/\lambda] \Rightarrow (B_T/\lambda^2 + \omega B_C/\lambda^2) = (A_T + \omega A_C)$$

$$\Rightarrow \lambda_{0(EST)} = \sqrt{[(B_T + \omega B_C) / (A_T + \omega A_C)]};$$

Si hubiésemos realizado el mismo proceso sin consideración del pandeo; habríamos llegado a la relación:

$$\lambda_0 = \sqrt{[(B_T + B_C) / (A_T + A_C)]};$$

La relación de los dos factores nos da la variación del óptimo teniendo en cuenta el pandeo.

En realidad esto es una visión parcial del problema. Si vemos lo que sucede en casos concretos, nos damos cuenta que la esbeltez óptima con pandeo puede disminuir. En el caso de la cercha con cordones paralelos con ocho diagonales y dimensionado estricto, la esbeltez óptima sin pandeo es de 3,6 y con pandeo baja a 2,8. Pero en realidad estamos escondiendo con ello un cambio de forma de las secciones que no siempre es factible ni rentable. No olvidemos además que al disgregar la sección para ganar radio de giro vamos a tener una penalización en las uniones y elementos auxiliares que no estamos considerando.

Cuando esta no puede producirse la corrección debe provenir de las longitudes de las barras y por ello en estos casos la nueva esbeltez óptima será mayor que la inicial sin consideraciones de pandeo. En este último caso siempre podremos recurrir a un desarrollo numérico considerando las conclusiones obtenidas en el apartado de estabilidad del análisis dimensional.

7.2.2.3.3 CONSIDERACIÓN DE LA RIGIDEZ.

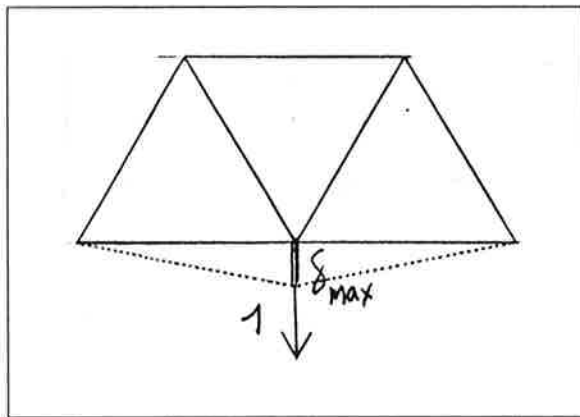


Fig.- 163

Dada una forma geométrica cualquiera, podemos establecer el valor de la deformación máxima a través del teorema de los trabajos virtuales.

$$\delta_{\max} 1 = \sum \varepsilon_i N_i L_i;$$

Si el dimensionado es uniforme (y particularmente nos interesa el dimensionado estricto) podemos sacar la deformación unitaria del sumatorio con lo que nos aparece la cantidad de estructura; pero el valor de la cantidad de estructura de la carga unitaria $w(1)$. Si el dimensionado no es homogéneo siempre puede introducir un factor constante que permita realizar la operación anterior. Por tanto; utilizando en el caso general un factor constante relacionado con el criterio de dimensionado (k_{dim}); utilizaremos las deformaciones unitarias admisibles (relacionada con la tensión admisible por resistencia) $\varepsilon_{adm} = \varepsilon$. Por tanto:

$$\delta_{\max} = k_{dim} \varepsilon w(1) \Rightarrow \delta_{\max}/L = k_{dim} \varepsilon w(1)/L;$$

El problema de la rigidez es de comprobación de que la deformación relativa es $\delta_{\max}/L \leq k //$ $k = \text{constante}$. Las normas actuales han introducido un factor que no es adimensional; aunque no ha sido justificado debidamente y parece más que razonable relacionar la rigidez con la deformación relativa a secas.

Utilizando la fórmula general de la cantidad de estructura:

$w(1) = (C\lambda + D/\lambda) 1 L$; donde utilizamos otras constantes de forma C y D ya que la carga total no tienen por que coincidir con esta carga unitaria utilizada en el análisis, por lo que:

$$\delta_{\max}/L = k_{\dim} \varepsilon (C\lambda + D/\lambda) ;$$

Si fijo el criterio de dimensionado y la forma y proporción, establezco la deformación relativa existente. Ahora bien, como esta relación no tiene por que cumplir el k establecido, deberé corregir bien el dimensionado, bien la forma, bien la proporción o varias de ellas.

Puede demostrarse que, **en los elementos usados en edificación en los que la esbeltez está bastante alejada (mayor) de la esbeltez óptima, el factor (D/λ) es despreciable** (y que corresponde a la cantidad de estructura vertical); por lo que en estos caso la relación es más simple y se expresa de la forma:

$$\delta_{\max}/L = k_{\dim} \varepsilon C\lambda ;$$

Retomando el discurso inicial, si parto de una forma dada, los parámetros que nos quedan para jugar son el dimensionado y la proporción. En los casos en los que también tengo fijada la proporción, el único factor que me queda es el dimensionado. **Esto quiere decir que, en función de la forma y proporción, pueda suceder que debamos limitar las deformaciones unitarias a valores más bajos de los permisibles por motivos de resistencia. Ese factor corrector parece lógico englobarlo en el (k_{\dim}) definido que justamente lo que hace es corregir las variaciones de dimensionado estricto.**

Hay tipos en los que no se puede manejar por separado el factor de dimensionado y el de esbeltez, como es el caso de los perfiles laminados de acero. El problema aquí no es de continuidad del material sino de fija las proporciones de la sección. En el caso de la viga de hormigón no sucede eso (si considero el canto útil un parámetro de diseño); ya que puede jugar con el ancho de forma independiente.

Mediante la relación podemos saber hasta que límites debemos rebajar dicha deformación unitaria; y por tanto podemos obtener el peso propio por resistencia.

$$\phi_{pp(RIG)} = w/(k_{\dim}\varepsilon E) ;$$

Estos conceptos ya han sido tocados, aunque no de la misma forma, por Rankine y Saliger (véase Capt.-3). También aparecen los límites de proporción en diversas recomendaciones de las vistas (Capt.-3). No obstante, no tuvieron mayor repercusión; y ha sido **Ricardo Aroca** quién ha desarrollado en profundidad estos aspectos. Aún ahora, las recomendaciones de esbeltez para forjados de la EF-91 o del EC-2 para vigas; están manejando estas variables sin reconocerlo o, seguramente, sin ser consciente de ello. Si es importante resaltar que las únicas referencias anteriores son de finales del XIX y de principios del XX.

En la tesis de **Jose Luis De Miguel**³⁵² ya fueron expuestos los conceptos de **esbeltez base y límite**; que acotan más aun los comentarios hechos; por lo que no vamos a desarrollarlos aquí.

³⁵² De Miguel Rodríguez, José Luis, "Trabajo Estructural. Un Nuevo Escalar de las Estructuras". Ph. D. ETSAM, Madrid, 1974.

CAPÍTULO 8 DESARROLLO DEL PROBLEMA EN ALGUNOS TIPOS.

Vamos a tocar sólo algunos tipos. Es claro que un desarrollo completo es algo necesario pero que se escapa de los razonables límites de este trabajo.

El trabajo de **José Luis de Miguel**³⁵³ debe ser sin duda un punto de arranque importante en esta recopilación. En el hay datos complementarios a los dados.

No presentaremos información de luces verticales. El volumen de información suministrado entiendo que es más que razonable. Afortunadamente, la información del Capt. 3 sobre el edificio en altura puede paliar, de momento, esta falta.

Los datos presentados de luces horizontales recogen en gran parte escritos de manuscritos realizados por Ricardo Aroca. En algunos casos se ha variado algo el enfoque y en otros se ha profundizado; pero dicho referente ha sido un punto de referente constante y vital. El ataque de las variaciones producidos por la estabilidad es presentado aquí de una forma más simple que la que ha desarrollado el profesor R. Aroca. Entiendo que mi enfoque no es tan profundo pero que permite sacar igualmente conclusiones.

No obstante, hay que decir que el problema de la estabilidad es más complejo y sólo hemos abordado ciertas partes del problema.

8.1 TAMAÑOS MÁXIMOS Y LUCES HORIZONTALES

8.1.1 UNIDIRECCIONALES.

8.1.1.1 VIGAS TRIANGULADAS

Desde el punto de vista de las medias y grandes luces, lo lógico es restringir el estudio de las vigas a las trianguladas.

8.1.1.1.1 VIGAS TRIANGULADAS de CORDONES PARALELOS CON DIMENSIONADO ESTRICTO.

El rendimiento de las vigas trianguladas depende básicamente del ángulo de las diagonales con la horizontal. La distribución no influye casi. Ello queda además reflejado en los datos sobre diversos diseños de cerchas analizados en el Capt. 3 para el caso de puentes.

Si no consideramos el pandeo el ángulo óptimo es de 45°; y entre 30 y 60 hay una variación no demasiado importante. Si consideramos el pandeo los datos empíricos recomiendan un ángulo algo superior con valores en torno a los 55°. Esto desde luego es acorde en cierta medida con el planteamiento realizado en estabilidad.

Llamaremos (n) al número de diagonales; podemos analizar el problema de un modo general sin fijar de momento el ángulo de las diagonales.

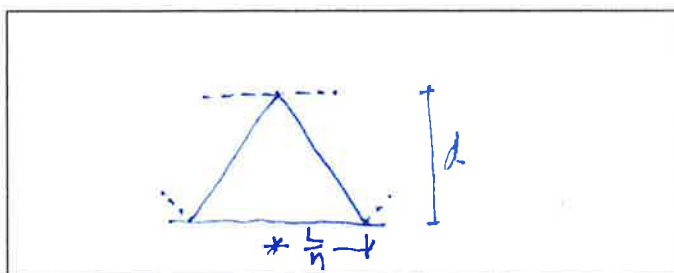


Fig.- 164

En tales condiciones, la cantidad de estructura es igual a:

³⁵³ De Miguel Rodríguez, José Luis; op. cit.

a- para los cordones

$$(w_{o-}) = 2A_m/d ;$$

donde (d) es el canto de la viga y (A_m) es el área de la gráfica de momentos. Podemos sustituir dicha área por el producto de la longitud (L) de la viga por el valor medio de los momentos (M_{med}); con lo que:

$$(w_{o-}) = 2M_{med}\lambda ;$$

en función de las condiciones de contorno (y para una condición determinada de carga), tendremos una relación fija (α) entre el momento isostático (M_i) y el medio.

$$M_{med} = \alpha M_i \Rightarrow (w_{o-}) = 2\alpha M_i \lambda ;$$

En el caso de carga lineal (q) los valores de α son de (2/3) para la biapoyada y de ($\approx 1/4$) para la biempotrada. El isostático es $M_i = qL^2/8 = \rho L/8$.

b- para las diagonales

$$(w_{d-}) = 2 M_i \lambda / n ;$$

$$(w_{d|}) = 2 M_i n / \lambda ;$$

y el total será:

$$w = 2M_{med}\lambda + 2 M_i \lambda / n + 2 M_i n / \lambda = 2 M_i [\lambda (\alpha + 1/n) + (1/\lambda)n]; \text{ ec.- 204}$$

como siempre el término que varía con λ corresponde a la cantidad de estructura horizontal y el que lo hace con (1/ λ) pertenece a la vertical.

Para llegar a mínimo podemos o bien hacer $(w_{-}) = (w_{|})$ o bien $(\partial w / \partial \lambda) = 0$. Los valores óptimos (λ_o) en función de (n) son:

| | | | | |
|-----------|-----|-----|-----|-----|
| n | 4 | 8 | 16 | 32 |
| λ | 2,3 | 3,6 | 5,3 | 7,8 |

El único problema es que podemos llegar a ángulos de la diagonal que no son óptimos.

Podemos enfocar entonces el problema partiendo de que el ángulo de las diagonales será siempre de 45° ($\lambda=n$); con lo que:

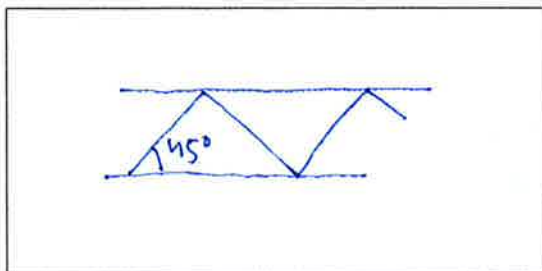


Fig.- 165

$$(w_{o-}) = 2\alpha M_i \lambda ;$$

$$(w_{d|}) = (w_{d-}) = 2M_i ;$$

$$w = 2\alpha M_i \lambda + 4M_i ; \text{ ec.- 205}$$

en el caso de la viga biapoyada con carga uniforme (q):

$$w = p L (\lambda/6 + 1/2); \text{ ec.- 206}$$

en el caso de viga biempotrada con carga uniforme (q):

$$w = p L (\lambda/16 + 1/2); \text{ ec.- 207}$$

Si tenemos en cuenta la relación vista:

$$L_{\max} = \Lambda / (A\lambda + B/\lambda); \text{ es decir}$$

| | Viga biapoyada ($\lambda/6 + 1/2$) | Viga biempotrada ($\lambda/16 + 1/2$) |
|----------------------------|---|--|
| ($A\lambda + B/\lambda$) | | |
| $\lambda=7$ | 1,66 | 0,94 |
| $\lambda=10$ | 2,16 | 1,125 |
| $\lambda=13$ | 2,66 | 1,32 |
| $\lambda=16$ | 3,16 | 1,5 |

Podemos ver cual sería el tamaño máximo para materiales cuyo uso fuese apropiado con dicho diseño:

CERCHA TRIANGULADA (45°) DIMENSIONADO ESTRICTO

| L_{\max} (m) (0,15 L_{\max}) (m) | | | Viga biapoyada | Viga biempotrada |
|---------------------------------------|---------------|-----------|----------------|------------------|
| Material | Λ (m) | λ | | |
| MADERA (calidad media) | 1250 | 7 | 753 (113) | 1329 (200) |
| | | 10 | 580 (87) | 1111 (166) |
| | | 13 | 469 (70) | 946 (140) |
| | | 16 | 395 (60) | 833 (125) |
| Al (6063-T4)(extruible)($\gamma=3$) | 1900 | 7 | 1144 (170) | 2020 (300) |
| | | 10 | 879 (130) | 1688 (253) |
| | | 13 | 714 (107) | 1438 (216) |
| | | 16 | 600 (90) | 1266 (190) |
| A42b | 2200 | 7 | 1325 (200) | 2340 (350) |
| | | 10 | 1018 (150) | 1955 (295) |
| | | 13 | 827 (125) | 1666 (250) |
| | | 16 | 695 (104) | 1466 (220) |
| Acero dulce 500 Mpa. | 4200 | 7 | 2530 (380) | 4468 (670) |
| | | 10 | 1944 (290) | 3733 (560) |
| | | 13 | 1578 (237) | 3181 (477) |
| | | 16 | 1326 (200) | 2800 (420) |
| Acero dulce 800 Mpa. | 6800 | 7 | 4096 (615) | 7234 (1085) |
| | | 10 | 3148 (472) | 6044 (906) |
| | | 13 | 2556 (383) | 5151 (773) |
| | | 16 | 2150 (322) | 4533 (680) |

Entre paréntesis está el valor de (0,15 L_{\max}) que como hemos dicho suele marcar el orden de magnitud de las luces máximas reales. Vemos entonces que los rangos de luces de las cerchas son muy amplios, a pesar de no constituir diseños óptimos. La práctica corrobora estos datos en el caso de acero de baja calidad.

Hemos incluido otros materiales no convencionales con este tipo pero perfectamente aptos para su empleo por su capacidad de formar secciones con elevado radio de giro. Los valores obtenidos son aún demasiado optimistas ya que la penalización en el dimensionado es algo inevitable. No obstante, nos da idea de que materiales como la madera o el aluminio tienen grandes posibilidades con este tipo.

8.1.1.1.2 VIGAS TRIANGULADAS de CORDONES PARALELOS CON DIMENSIONADO CONSTANTE.

Entendemos por dimensionado constante aquel que se realiza tomando el esfuerzo máximo y sin variar dicha área a lo largo de la estructura. Aquí llevamos el dimensionado al otro extremo. La realidad será, en las grandes luces, algo intermedio entre ambas situaciones.

a- cantidad de estructura de los cordones.

La variación respecto al caso anterior está en relación al factor (M_{\max}/M_{med}) (sin más que considerar la definición anterior). Es decir:

$$(w_{c-}) = 2M_{\text{med}} \lambda (M_{\max}/M_{\text{med}});$$

$$(w_{c-}) = 2 M_{\max} \lambda ; \text{ec.- 208}$$

b- cantidad de estructura de las diagonales.

Si suponemos un cortante constante, el dimensionado se incrementa en el doble respecto al anterior

$$(w_{d-}) = 4 M_i \lambda / n ;$$

$$(w_{d|}) = 4 M_i n / \lambda ;$$

y el total será:

$$w = 2M_{\max} \lambda + 4 M_i \lambda / n + 4 M_i n / \lambda ;$$

y si $M_{\max} = \beta M_i$; siendo $\beta=1$ en la biapoyada y $\beta=2/3$ en la biempotrada.

$$w = 4 M_i [\lambda(\beta n + 2)/(2n) + (1/\lambda)n] ; \text{ec.- 209}$$

Si, como en el caso anterior, analizamos el problema con el ángulo de las diagonales constante e igual a 45° ; los valores tipo son:

en el caso de la viga biapoyada con carga uniforme (q):

$$w = \varphi L (\lambda/4 + 1) ; \text{ec.- 210}$$

en el caso de viga biempotrada con carga uniforme (q):

$$w = \varphi L (\lambda/6 + 1) ; \text{ec.- 211}$$

Si tenemos en cuenta de nuevo la relación $L_{\max} = \Lambda / (A\lambda + B/\lambda)$:

| $(A\lambda + B/\lambda)$ | Viga biapoyada $(\lambda/4 + 1)$ | Viga biempotrada $(\lambda/6 + 1)$ |
|--------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|
| $\lambda=7$ | 2,75 | 2,16 |
| $\lambda=10$ | 3,5 | 2,66 |
| $\lambda=13$ | 4,25 | 3,16 |
| $\lambda=16$ | 5 | 3,66 |

Podemos ver entonces de nuevo cual sería el tamaño máximo para los materiales anteriores:

CERCHA TRIANGULADA (45°) DIMENSIONADO CONSTANTE

| L_{max} (m) (0,15 L_{max}) (m) | | | Viga biapoyada | Viga biempotrada |
|---------------------------------------|---------------|-----------|----------------|------------------|
| Material | Λ (m) | λ | | |
| MADERA (calidad media) | 1250 | 7 | 454 (68) | 578 (86) |
| | | 10 | 357 (53) | 470 (70) |
| | | 13 | 294 (44) | 395 (60) |
| | | 16 | 250 (37) | 341 (51) |
| Al (6063-T4)(extruible)($\gamma=3$) | 1900 | 7 | 690 (103) | 880 (130) |
| | | 10 | 542 (81) | 714 (107) |
| | | 13 | 447 (67) | 600 (90) |
| | | 16 | 380 (57) | 520 (78) |
| A42b | 2200 | 7 | 800 (120) | 1018 (152) |
| | | 10 | 628 (94) | 827 (124) |
| | | 13 | 517 (77) | 670 (104) |
| | | 16 | 440 (66) | 600 (90) |
| Acero dulce 500 Mpa. | 4200 | 7 | 1527 (230) | 1944 (290) |
| | | 10 | 1200 (180) | 1578 (236) |
| | | 13 | 988 (148) | 1329 (200) |
| | | 16 | 840 (126) | 1147 (172) |
| Acero dulce 800 Mpa. | 6800 | 7 | 2472 (370) | 3150 (470) |
| | | 10 | 1942 (290) | 2556 (383) |
| | | 13 | 1600 (240) | 2151 (322) |
| | | 16 | 1360 (204) | 1857 (278) |

En este caso vemos que los factores se reducen considerablemente.

Lógicamente, en el tamaño máximo no hemos considerado reducciones de tensiones por rigidez o estabilidad. No obstante, la reducción de (0,15L) ya engloba en cierta medida dichos factores por lo que los datos entre paréntesis son bastante razonables. Como ya he dicho, los valores reales estarán entre el dimensionado estricto y constante. Lo que también es evidente es la gran repercusión en las grandes luces de no controlar el dimensionado.

De los materiales contemplados en el Apéndice A; sólo los anteriormente incluidos entiendo que son razonables para su empleo como único elemento material. Pero lo que sí es perfectamente razonable es combinar materiales y usar otros no vistos antes en tracción; con lo que el rango de luces puede aumentar considerablemente.

En luces medias y bajas sería posible encontrar, en las biempotradas, esbelteces mayores. No obstante, su rango de luces máximas hace ver que no se debería ir hacia valores mucho más altos a los analizados.

8.1.1.2 ARCOS de trazado parabólico.

Para poder hacer una comparación justa con el resto de los tipos consideraremos que siempre hay tirante. En caso de no tener el tirante u otro elemento podemos restar simplemente la cantidad de estructura correspondiente.

Consideraremos el caso de carga continua (q). Ya hemos visto que esto es lo más adecuado cara a los tamaños máximos. No obstante, en tamaños intermedios, ya se ha visto que los elementos de rigidización a cargas no antifuniculares nos dan un incremento de peso considerable. Esto en la práctica es de gran importancia debido al rango de luces que cubren los arcos; siempre muy lejanos a sus tamaños máximos.

El estudio teórico en profundidad debería incluir el sobrepeso de la rigidización indicada; aunque ahora sólo vamos a ver el orden del tamaño máximo teórico.

8.1.1.2.1 TABLERO INFERIOR

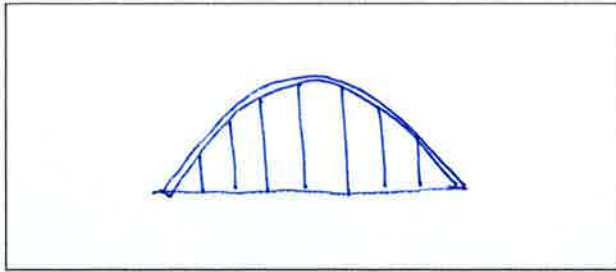


Fig.- 166

Dada la situación de las cargas; $k_M=0$. Por ello:

$$w_T = w_C \Rightarrow w = 2w_T = 2w_C ;$$

$$w_T = w_{\text{péndolas}} + w_{\text{tirante}} ;$$

$$w_{\text{péndolas}} = qL(2/3)z = (2/3) \phi L / \lambda ;$$

$$w_{\text{tirante}} = (qL^2/(8z))L = (1/8) \phi L \lambda ;$$

$$w = \phi L [(1/4)\lambda + (4/3)/\lambda] ; \text{ ec.- 212}$$

La mitad de esta cantidad corresponde a la cantidad de estructura comprimida del arco; dato que podremos emplear en otros casos posteriores. Esto es relevante porque esta parte será la única que permanece fija en el análisis que vamos a hacer.

Si hacemos $(\partial w / \partial \lambda) = 0$ obtengo la esbeltez óptima λ_o ;

$$\lambda_o = 4/\sqrt{3} = 2,3 ;$$

dicha esbeltez supone un ángulo de arranque del óptimo de 60° .

Podíamos haber llegado a lo mismo partiendo de la ecuación vista:

$$(w_O|_T) = (w_O|_T) = (w_O|_C) = (w_O|_C) ;$$

No obstante, de este modo mostramos claramente el factor dependiente de la cantidad de estructura vertical y horizontal para su posterior aplicación a los tamaños máximos.

8.1.1.2.2 TABLERO SUPERIOR

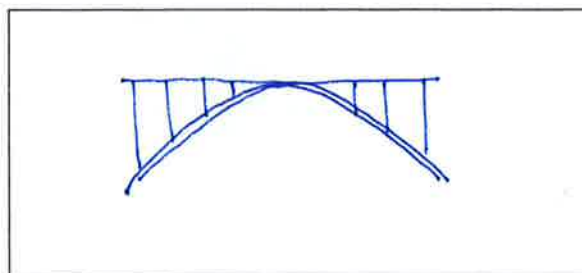


Fig.- 167 En este caso lo más normal es no considerar que existe tirante; y que el empuje se va contrarrestando entre arcos en serie o que va al terreno. En todo caso está claro que la comparación ya no se establece en igualdad de condiciones frente al tipo anterior. *En tales circunstancias (es decir, teniendo en cuenta la situación de la carga exterior y la consideración del empuje como carga exterior), vemos*

además que toda la estructura está comprimida por lo que la solución es **mínima** de acuerdo con los corolarios del teorema de Maxwell. Obviamente no estamos considerando la penalización por pandeo.

$$w_{\text{arco}} = \rho L [(1/8)\lambda + (2/3)/\lambda];$$

$$w_{\text{soportes}} = \rho L z/3 = \rho L/(3\lambda);$$

$$w = \rho L [\lambda/8 + 1/\lambda]; \text{ ec.- 213}$$

Si hacemos $(\partial w/\partial \lambda)=0$ obtengo la esbeltez óptima λ_o ;

$$\lambda_o = \sqrt{8} = 2,82;$$

dicha esbeltez supone un ángulo de arranque del óptimo de 55° .

8.1.1.2.3 TABLERO INTERMEDIO

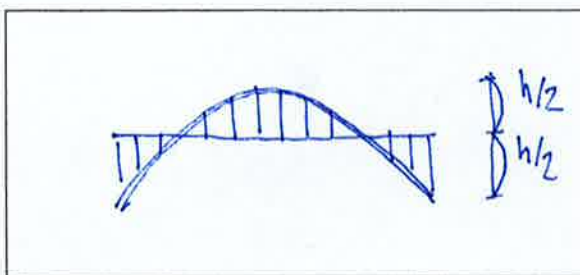


Fig.- 168 Consideremos el caso en que el tablero está a la mitad del canto máximo.

Podemos, como en otros casos, considerar análisis diversos. Voy a considerar que el tablero no ejerce funciones de tirante y de ese modo establecer un análisis más similar al anterior. Eso quiere decir que tampoco contabilizamos el tirante; como así suele suceder en estos casos donde también otros arcos o el terreno contrarrestan los empujes horizontales.

En muchos casos este diseño es el más apropiado por simples condiciones geométricas.

La parte comprimida del arco sigue siendo la misma; pero ahora tenemos péndolas y soportes con una longitud menor que antes.

$$w_{\text{arco}} = \rho L [(1/8)\lambda + (2/3)/\lambda];$$

$$w_{\text{soportes}} = \rho L z/6 = \rho L/(6\lambda);$$

$$w = \rho L [\lambda/8 + (5/6)/\lambda]; \text{ ec.- 214}$$

Si hacemos $(\partial w/\partial \lambda)=0$ obtengo la esbeltez óptima λ_o ;

$$\lambda_o = 2,58;$$

dicha esbeltez supone un ángulo de arranque del óptimo de $57,15^\circ$.

Como vemos, todos los arranques óptimos andan en torno a los 60° para los tres casos estudiados.

8.1.1.2.4 ESTUDIO COMPARATIVO de sus TAMAÑOS.

| | Tabl. inferior [(1/4)\lambda + (4/3)/\lambda] | Tabl. Superior [\lambda/8 + 1/\lambda] | Tabl. intermedio [\lambda/8 + (5/6)/\lambda] |
|------------------------|--|---|---|
| (A\lambda + B/\lambda) | | | |
| \lambda=4 | 1,33 | 0,75 | 0,7 |

| | | | |
|--------------|------|-------|------|
| $\lambda=6$ | 1,72 | 0,92 | 0,88 |
| $\lambda=8$ | 2,16 | 1,125 | 1,1 |
| $\lambda=10$ | 2,63 | 1,35 | 1,33 |

El empleo de esbelteces mayores de 10 sólo viene justificado en los casos en que podemos acodarnos contra terreno y por tanto no repercutir el elevado empuje en la estructura (o en luces pequeñas compensadas); consiguiendo además una sección de arco mínima. No obstante, esta situación es un tanto especial y comparativamente poco justa. Para valores en torno a 10 suele realizarse cerchas o soluciones mixtas de cerchas y arcos. Por debajo de 4 es realmente difícil encontrar arcos. Lo normal, como vimos en el Capt. 3; es encontrar valores entre 4,5 y 6,5.

ARCOS DIMENSIONADO ESTRICTO (sin considerar alternancias)

| L_{max} (m) (0,15 L_{max}) (m) | | | Tabl. Inferior | Tab. Superior. | Tab. Intermed. |
|---------------------------------------|---------------|-----------|----------------|----------------|----------------|
| Material | Λ (m) | λ | | | |
| MADERA (calidad media) | 1250 | 4 | 937 (140) | 1667 (250) | 1764 (264) |
| | | 6 | 725 (108) | 1363 (204) | 1406 (210) |
| | | 8 | 576 (86) | 1111 (167) | 1132 (170) |
| | | 10 | 474 (71) | 925 (139) | 937 (140) |
| Al (6063-T4)(extruible)($\gamma=3$) | 1900 | 4 | 1425 (213) | 2533 (380) | 2682 (402) |
| | | 6 | 1103 (165) | 2072 (310) | 2137 (320) |
| | | 8 | 877 (130) | 1688 (253) | 1720 (258) |
| | | 10 | 721 (108) | 1407 (211) | 1425 (213) |
| A42b | 2200 | 4 | 1650 (248) | 2933 (440) | 3105 (465) |
| | | 6 | 1277 (191) | 2400 (360) | 2475 (371) |
| | | 8 | 1015 (152) | 1955 (293) | 1992 (298) |
| | | 10 | 835 (125) | 1629 (244) | 1650 (247) |
| Acero dulce 500 Mpa. | 4200 | 4 | 3150 (473) | 5600 (840) | 5929 (890) |
| | | 6 | 2438 (365) | 4581 (687) | 4725 (708) |
| | | 8 | 1938 (290) | 3733 (560) | 3803 (570) |
| | | 10 | 1594 (239) | 3111 (466) | 3150 (472) |
| Acero dulce 800 Mpa. | 6800 | 4 | 5100 (765) | 9066 (1360) | 9600 (1440) |
| | | 6 | 3948 (592) | 7418 (1112) | 7650 (1147) |
| | | 8 | 3138 (470) | 6044 (906) | 6158 (924) |
| | | 10 | 2582 (387) | 5037 (755) | 5100 (765) |
| Hormigón C-40 (Mpa)($\gamma=2$) | 770 | 4 | | 1026 (154) | |
| | | 6 | | 840 (126) | |
| | | 8 | | 684 (102) | |
| | | 10 | | 570 (86) | |
| Hormigón C-80 (Mpa)($\gamma=2$) | 1500 | 4 | | 2000 (300) | |
| | | 6 | | 1636 (245) | |
| | | 8 | | 1333 (200) | |
| | | 10 | | 1111 (167) | |

De nuevo, el valor de (0,15 L_{max}) nos da un orden de magnitud más que razonable al compararlo con los tipos construidos. Ese valor no es un tope. Ya comentamos que los tamaños reales pueden oscilar entre 0,15 y 0,3 de L_{max} . Por ello, tomando el valor más bajo tenemos un dato conservador.

Lo bueno de esta referencia es que nos permite obviar la estimación de alternancias a la hora de calcular su rango de luces reales; aunque si deberemos considerarlas cuando queramos estimar pesos.

8.1.1.2.4.1 COMBINACIONES DE MATERIALES DENTRO DE UN TIPO.

En estos casos ya tiene mucho más sentido que en las cerchas hablar de combinación de materiales dentro de un mismo tipo.

Es más, como se demostrará en el Apéndice A, las tendencias en grandes luces pasan por la combinación de diversos materiales aplicando el concepto de material compuesto a la totalidad de la estructura.

En esos casos, la consideración es bastante simple. Sólo he de separar la parte de cantidad de estructura correspondiente a cada material y aplicarle su alcance correspondiente. Es decir, utilizando expresiones ya deducidas:

$$w_{pp} = (A\lambda + B/\lambda) \phi_{pp} L;$$

$$w_{pp} = \sum_i w_{pp(i)} = \phi_{pp} L \sum_i (a_i \lambda + b_i/\lambda); \text{ siendo por tanto:}$$

$$\text{si llamamos } (A\lambda + B/\lambda) = \phi_{\lambda} \Rightarrow \sum_i (a_i \lambda + b_i/\lambda) = \sum_i \phi_{\lambda i};$$

Además, hemos visto como:

$$\phi_{pp} = V \rho \Rightarrow \phi_{pp} = [w_T / \Lambda_T + w_C / \Lambda_C];$$

esta separación puede hacerse entre otras partes cualesquiera de la estructura de modo que en general podemos decir que:

$$\phi_{pp} = \sum_i (w / \Lambda)_i; \text{ ec.- 215}$$

Para el tamaño máximo que puede alcanzar la estructura, y dado que en dicha situación sólo es capaz de soportar las cargas de peso propio: $w = w_{pp}$; con lo llegamos a la expresión:

$$\sum_i w_{pp(i)} = \sum_i (w_{pp} / \Lambda)_i L_{\max} \sum_i \phi_{\lambda i};$$

Si los alcances son distintos, y dado que siempre es un dato de diseño, podemos ponerlos todos en función de uno de ellos y de distintas constantes. Si elegimos el valor más alto (Λ_{\max}):

$$\Lambda_i = (\Lambda_{\max})/k_i; // k_i > 0;$$

con lo que llegamos a:

$$L_{\max} = [(\Lambda_{\max})/(\sum_i (\phi_{\lambda i} k_i))]; \text{ ec.- 216}$$

Expresión general que nos permitirá trabajar en el caso de que los materiales sean distintos o en los problemas de estabilidad (como veremos luego).

Veamos un par de ejemplos de ello en **el primer caso de tablero inferior**; pensando por supuesto en combinaciones razonables que puedan mejorar el diseño con un solo material y que sean además habituales.

Recordemos que:

$$w = w_{péndolas} + w_{tirante} + w_{arco};$$

$$w = (2/3) \phi L / \lambda + (1/8) \phi L \lambda + \phi L [(1/8) \lambda + (2/3) / \lambda];$$

En este caso, como la cantidad de estructura a compresión es igual a la de tracción los dos factores k_i son exactamente iguales, y sólo varía el alcance.

CASO A- Arco de madera, péndolas y tirantes de acero de 500 Mpa.

Madera: $\phi_{\lambda i} = [(1/8)\lambda + (2/3)/\lambda]$; $\Lambda_i = 1250\text{m}$; $k_i=3,36$

Acero 500 Mpa: $\phi_{\lambda i} = [(1/8)\lambda + (2/3)/\lambda]$; $\Lambda_i = 4200\text{m}$; $k_i=1$

CASO B- Arco de hormigón C-40 y péndolas y tirantes de acero de 500 Mpa.

Hormigón C-40: $\phi_{\lambda i} = [(1/8)\lambda + (2/3)/\lambda]$; $\Lambda_i = 770\text{m}$; $k_i=5,45$

Acero 500 Mpa: $\phi_{\lambda i} = [(1/8)\lambda + (2/3)/\lambda]$; $\Lambda_i = 4200\text{m}$; $k_i=1$

| λ | Caso A | Caso B |
|-----------|------------|-----------|
| 4 | 1444 (216) | 976 (146) |
| 6 | 1118 (167) | 756 (113) |
| 8 | 889 (133) | 601 (90) |
| 10 | 731 (109) | 495 (74) |

Como en los casos anteriores se coloca entre paréntesis la luz de $(0,15L_{\max})$ y las unidades son metros.

8.1.1.2.4.2 CONSIDERACIÓN DE LA PENALIZACIÓN POR ESTABILIDAD.

Vamos a considerar sólo uno de los enfoque vistos en el Capt.-7. Para ello estableceremos un factor fijo de pandeo de diseño y veremos como varía el tamaño máximo. Repetimos que el problema de estabilidad se aborda sólo de una forma muy parcial.

Partamos de la expresión general antes vista:

$$L_{\max} = [(\Lambda_{\max})/(\Sigma_i(\phi_{\lambda i}k_i))]$$

De acuerdo con los planteamientos realizados sobre el pandeo, es decir, considerando (ω) como un factor de diseño que puede ser corregido y alcanzado a posteriori; el valor de la constante nueva (K_i) debe ahora incluir además de la modificación del alcance el factor de pandeo.

$K_i = (k_i \omega_i)$; ec.- 217 ; lógicamente, este factor modifica sólo los elementos a compresión.

$$L_{\max} = [(\Lambda_{\max})/(\Sigma_i(\phi_{\lambda i}K_i))] ; \text{ec.- 218}$$

Si la **rigidez** hiciera necesario un nuevo aumento de sección podríamos multiplicar por el nuevo factor de reducción de tensiones para llegar al final.

Lo interesante de esa fórmula general es que nos permite estimar de un solo golpe las modificaciones de material, rigidez y estabilidad. Para incluir la rigidez debemos simplemente conocer el valor de la esbeltez límite.

Podemos ver todo ello en los dos casos anteriores, ampliando además el rango de esbelteces estudiadas de modo que detectemos como varía la esbeltez optima (por resistencia) que va a tener siempre valores más bajos de 4 en los arcos.

Consideremos unos factores de pandeo de 1,5; 1,75; 2; 2,25; 2,5. Los valores reales no deberían tener más oscilaciones salvo casos excepcionales (de acuerdo con las recomendaciones vistas en el Capt.

3.) Podríamos incluso matizar entre elementos primarios y secundarios; y diseñando con factores de pandeo inferiores en los primeros que en los segundos.

LUCES MÁXIMAS CONSIDERANDO EL PANDEO

CASO-A

| Esbeltez fi | | W=1,5 | w=1,75 | w=2 | w=2,25 | w=2,5 |
|-------------|-------|-------|--------|-----|--------|-------|
| 1,50 | 0,632 | 1100 | 966 | 861 | 776 | 707 |
| 2,00 | 0,584 | 1192 | 1046 | 932 | 841 | 766 |
| 2,15 | 0,579 | 1201 | 1054 | 940 | 847 | 772 |
| 2,30 | 0,578 | 1204 | 1057 | 942 | 850 | 774 |
| 2,50 | 0,579 | 1200 | 1054 | 939 | 847 | 771 |
| 2,75 | 0,586 | 1186 | 1041 | 928 | 837 | 762 |
| 3,00 | 0,597 | 1164 | 1022 | 911 | 821 | 748 |
| 3,50 | 0,628 | 1107 | 972 | 866 | 781 | 711 |
| 4,00 | 0,667 | 1043 | 916 | 816 | 736 | 670 |
| 4,50 | 0,711 | 978 | 859 | 765 | 690 | 629 |
| 5,00 | 0,758 | 917 | 805 | 717 | 647 | 589 |
| 5,50 | 0,809 | 860 | 755 | 673 | 607 | 552 |
| 6,00 | 0,861 | 807 | 709 | 632 | 570 | 519 |
| 6,50 | 0,915 | 760 | 667 | 595 | 536 | 488 |
| 7,00 | 0,970 | 717 | 629 | 561 | 506 | 460 |
| 7,50 | 1,026 | 677 | 595 | 530 | 478 | 435 |
| 8,00 | 1,083 | 642 | 563 | 502 | 453 | 412 |
| 8,50 | 1,141 | 609 | 535 | 477 | 430 | 392 |
| 9,00 | 1,199 | 580 | 509 | 454 | 409 | 373 |
| 9,50 | 1,258 | 553 | 485 | 433 | 390 | 355 |
| 10,00 | 1,317 | 528 | 464 | 413 | 373 | 339 |

Vemos que las variaciones son de gran importancia; y ya comenzamos a ver que de la reducción de $(0,15L_{\max})$ indicada los problemas de inestabilidad son una parte muy importante.

Hay que recordar que en el caso de los arcos había dos enfoques básicos. En uno el arco era el encargado de rigidizar y en otro es el tablero quién realiza dicha función. En el segundo caso, el tablero además de controlar alternancias reduce la longitud de pandeo del arco.

Esta formulación tiene el inconveniente de que para mantener el factor de pandeo al cambiar la esbeltez en realidad estoy haciendo una modificación de la esbeltez local del arco. Es decir, estoy realizando indirectamente un cambio de geometría; y quizás sea algo confuso. Este es el motivo de que el óptimo siga estando en todos los casos en el mismo valor de esbeltez de en torno a (2,3).

8.1.2 BIDIRECCIONALES

En las bidireccionales vamos a tocar sólo un caso; básicamente para **mostrar como el empleo de la fórmula general de Maxwell nos permite simplificar los cálculos de la cantidad de estructura**. Por otra parte, como ya mencionamos, en los estados bitensionales y material continuo **el paso de cantidad de estructura** a volumen de material ya no puede hacerse directamente a través de las tensiones admisibles por dos razones. En primer lugar debido al aprovechamiento en una dirección del material empleado para la otra; y en segundo lugar por la variación de las tensiones admisibles en relación con dicho estado de tensiones que unas veces es desfavorable pero otras favorable (estado de bicompresión).

8.1.2.1 MEMBRANAS DE REVOLUCIÓN.

El cálculo de la cantidad de estructura, y por tanto pesos y tamaños, de estas estructuras puede simplificarse notablemente considerando la expresión completa del Teorema de Maxwell.

8.1.2.1.1 Cúpula semiesférica

8.1.2.1.1.1 Carga de nieve

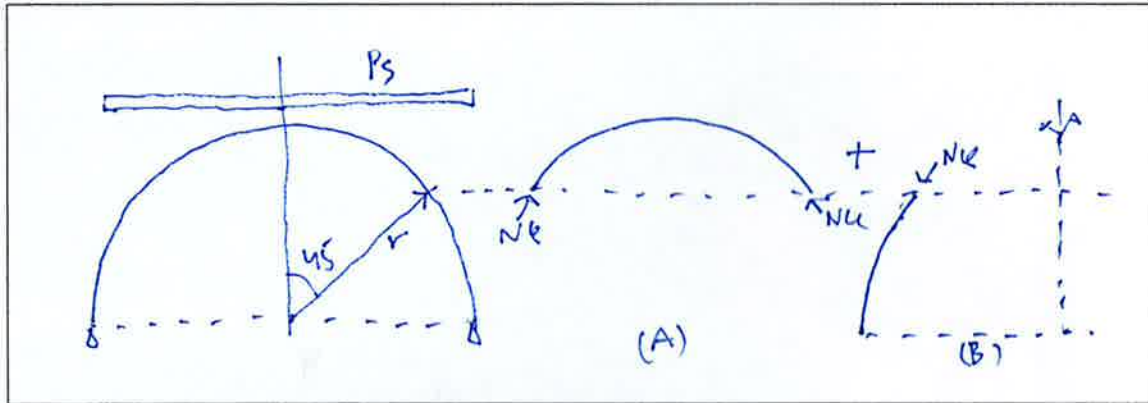


Fig.- 169

Sea (p_s) el valor de la carga de nieve por superficie horizontal.

Recordemos que la fórmula general del teorema de Maxwell es:

$$w_T - w_C = k_T - k_C;$$

es decir, **diferencia de potencial interior igual a diferencia de potencial exterior.**

$$\Rightarrow w_T + k_C = w_C + k_T;$$

Si damos un corte horizontal en el punto en el que los esfuerzos paralelos N_θ se anulan; nos quedamos con dos subestructuras que juntas suman la cantidad de estructura total; y de las cuales podemos determinar con facilidad la diferencia de potencial de las fuerzas exteriores de compresión y de tracción y con ello las dos constantes k_T y k_C .

Para la subestructura (A) tendremos:

$$w_{TA} + k_{CA} = w_{CA} + k_{TA};$$

$$\Rightarrow k_{CA} = w_{CA};$$

$$k_{CA} = [p_s \pi (r^2/2) r (\sqrt{2} - 1) / \sqrt{2}] + [2 p_s \pi (r/\sqrt{2}) (r/\sqrt{2}) r/(2\sqrt{2})]$$

$$k_{CA} = p_s \pi r^3/2;$$

Para la subestructura (B) tendremos:

$$w_{TB} + k_{CB} = w_{CB} + k_{TB};$$

$$k_{CB} = [p_s 2\pi r / r/2) r] - [p_s r 2\pi r r(\sqrt{2} - 1) / (2\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2})]$$

$$k_{CB} = p_s \pi r^3 (\sqrt{2} + 1)/(2\sqrt{2});$$

$$k_{TB} = p_s 2\pi r^3 / (2\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2});$$

$$k_{TB} = p_s \pi r^3 / (2\sqrt{2});$$

$$w_{CB} = \int p_s (r/2) 2\pi r \sin\phi \, r \, d\phi ; \text{ integrado entre } 45 \text{ y } 90^\circ.$$

$$w_{CB} = (1/2) p_s \pi r^3 [\cos(\pi/4) - \cos(\pi/2)]$$

$$w_{CB} = p_s \pi r^3 / (2\sqrt{2});$$

$$w_{TB} = w_{CB} + (k_{TB} - k_{CB})$$

$$w_{TB} = p_s \pi r^3 (1 - \sqrt{2}) / (2\sqrt{2});$$

$$w_{TOTAL} = w_{TB} + w_{CB} = p_s \pi r^3 (2 - \sqrt{2}) / (2\sqrt{2});$$

En función de las características constructivas del tipo voy a tener un paso a volumen distinto. No vamos a entrar en ese tema pues lo único que queríamos mostrar es el uso de la expresión general del teorema de Maxwell.

CAPÍTULO 9 COMPARACIÓN CON DATOS EMPÍRICOS

9.1 TEORÍA versus REALIDAD.

En el apartado tercero de la tesis se han obtenido los parámetros, a nivel teórico, a través de los cuales se puede deducir el peso y eficiencia de cualquier estructura. Sólo necesitamos establecer un tamaño, fijar un tipo y material/es, y establecer las acciones exteriores. No es necesario haber dimensionado, peso sí imponer un criterio de dimensionado que nos determine el nivel tensional de las piezas. Esto último es, desde luego, una de las mayores virtudes del método.

Como es evidente, los números que así obtengamos no van a ser definitivos a la hora de obtener el peso real de una estructura. Nos falta hacer una serie de puntualizaciones que afinen los valores iniciales.

Vamos a ver ahora cuales son esos factores y que importancia pueden tener. Intentaremos además clasificarlos.

Algo importantísimo es aclarar que nos limitaremos a desvelar la relación teoría versus práctica **en relación al volumen o el peso de material de la estructura; y no en relación al costo de la estructura.** El costo depende además de otra serie de factores de mercado, constructivos,...; que muchas veces son aleatorios, y en general son bastante difíciles de cuantificar sin fijar un tiempo y un lugar.³⁵⁴

La relevancia o -penalización³⁵⁵- de estos factores no es igual en todos los tipos. Si pensamos de que depende su -sensibilidad-, entenderemos en seguida cuáles son éstas y en que tipos deberemos hacer más correcciones.

Comencemos analizando, variable a variable del método, el tipo de desviaciones que pueden cometerse.

9.1.1 El tamaño.

Ya hemos mencionado que las grandes estructuras no pasan nunca del 20 o 30% del tamaño máximo teórico. A pesar de ello, estas luces requieren de estudios mucho más exhaustivo que las pequeñas; pero los coeficientes de seguridad no dependen de la luz, con lo que en realidad los márgenes teóricos³⁵⁶ de seguridad son menores cuanto mayor es la estructura.

Otro tanto podemos decir en relación a las cargas. La norma ya contempla, en el caso del edificio en altura, la reducción de la sobrecarga por temas de simultaneidad. En el fondo subyace todo un problema

354

Lo que sí es evidente es que el volumen de material nos da ya una referencia magnífica para determinar el costo total; por lo que el método está plenamente justificado. Además, muchas veces lo que nos interesa es la viabilidad y la eficiencia; estando el precio en segundo plano.

Las complicaciones constructivas, que aquí no consideraremos y que si son de gran importancia para el costo final; son sin embargo fácilmente controlables para una persona con un mínimo de experiencia en el sector (y ellos son desde luego los destinatarios). Dentro de ellas nos referimos no sólo al grado de sencillez de los detalles y los procesos, sino también a aspectos de suministro, tiempos de ejecución, cualificación de mano de obra, etc. Por ello, para un tiempo y un lugar, es relativamente sencillo conocer el precio de la estructura por unidad de peso. Lo cual es decir que, con un poco de experiencia y/o un asesoramiento adecuado, nuestro método nos puede conducir al precio final con bastante aproximación.

El costo de los sistemas auxiliares para la construcción de grandes estructuras puede ser muy importante. De hecho, muchos tipos se han abandonado sólo por su costosa puesta en obra, y aparecen tipos en los que se tiene a minimizar los costes de ejecución (aun a pesar de su mayor consumo de material). Pero claro, todo ello se mueve dentro del valor de la relación costo material/costo mano de obra; cambiante con el tiempo y con el lugar. Algunas arquitecturas sólo se explican desde esas dos coordenadas. Mientras en los países desarrollados se optimizan los costes humanos, en los subdesarrollados es a la inversa.

Por todo ello, parece que no es muy razonable abordar aquí el tema del costo.

En las tesis dirigidas por Goldsmith analizadas, hay una interesante anotación para cada tipo de los aspectos constructivos asociados; especialmente en el caso de las estructuras de hormigón (P. Lambert).

³⁵⁵Esta es la palabra utilizada por De Miguel (De Miguel Rodríguez, José Luis. "Trabajo Estructural. Un Nuevo Escalar de las Estructuras". Ph. D. ETSAM, Madrid. 1974. BAM (25.398); pp. 1.66) a la hora de referirse a todos éstos factores que siempre van a -penalizar- el valor teórico inicial obtenido. El describe ahí una serie de factores. Nosotros hemos añadido otros nuevos y contemplamos el problema desde la búsqueda del peso total; no del precio total.

³⁵⁶Decimos teóricos porque hablamos de coeficientes de seguridad de normativas. La realidad es que, al ser -coeficientes de ignorancia-, éstos aumentan con el tamaño del problema; y por tanto una cosa puede compensar a la otra. Pero si pensamos sólo en la normativa, es claro que no hay variación de coeficientes de seguridad con el aumento de tamaño. Lo único que hay es la consideración de nuevas acciones antes despreciadas; y en ocasiones en función del criterio del proyectista.

de replantearse un modelo probabilístico más completo y complejo. De hecho, ya hay enfoques de éste tipo en ciertos autores actuales; y el uso de computadores los hace perfectamente viables. En caso de desarrollar un buen sistema, su consecuencia sería un ahorro final de material respecto a modelos simples como el empleado por nosotros. Las desviaciones desde luego no serían nunca excesivas; pero sí seguramente significativas. Cuando nos acercamos a las grandes luces³⁵⁷, el ser riguroso en las cargas que van a solicitar la estructura, así como estudiar sus simultaneidades, puede conducirnos a ahorros considerables. A nivel normativo, el tema está completamente virgen; y me temo que lo seguirá estando durante bastante tiempo.

Y si pensamos en las hipótesis de carga; también el tamaño nos influye. Nuestros tanteos han de limitarse a hipótesis simples; y a pocas. Esto quiere decir que nuestra habilidad en localizarlas desde el principio nos va a conducir a mejores o peores resultados. Al crecer el tamaño crece la relación ρ_{pp}/ρ_{ext} . Esto quiere decir que en los tamaños pequeños deberemos seguir un mayor proceso iterativo hasta llegar a una buena hipótesis inicial de carga. El problema es especialmente crítico en diseños en base a funiculares y antifuniculares.

9.1.2 El dimensionado.

Decíamos antes que necesitamos decir que tipo de dimensionado tenemos: estricto, constante,...; es decir, establecer un cierto tipo de relación adimensional de áreas A/A_i . Esto no es desde luego lo que usualmente se conoce como -dimensionar-, y no nos obliga a conocer perfiles. Pero es necesario entonces tomar unos criterios de dimensionado.

¿Qué tipo de errores se puede cometer en este proceso?

Tenemos en primer lugar un error por la necesidad de usar perfiles de catálogo; cuyas secciones están siempre escalonadas. Esto afecta por un lado a los elementos traccionados (el factor será simplemente la mitad de la diferencia máxima de áreas). En el caso de los elementos comprimidos nos afecta en dos vías. Por un lado, de igual modo que en los traccionados. Por otro, nos impide fijar con exactitud un factor de pandeo a priori.

Además, tenemos otras dos grandes desviaciones relacionadas con la naturaleza constructiva de la estructura. Por un lado el peso de los elementos de enlace de piezas; y por otro los elementos auxiliares no incluidos en el modelo (como arriostramientos laterales de puentes-viga,...).

Por último, faltaría contemplar en algún caso las necesidades mínimas de normativa que pudieran incrementar alguna sección. Dentro de éste apartado de necesidades normativas debe también considerarse ciertos aumentos de sección por necesidades constructivas (como es el caso del incremento de dimensionado por fuego en la madera).

9.1.3 El Material.

El intervalo de linealidad del material es importante a la hora de estimar la bondad de un análisis en primer orden. El grado de ductilidad influye notoriamente a la hora de establecer los coeficientes de seguridad materiales, por lo que materiales dúctiles conllevan menores penalizaciones.

Por otra parte, el peso específico del material hace variar el factor (ρ_{pp}/ρ_{ext}); con lo que otra vez tenemos dificultades en determinar la mejor hipótesis de carga exterior.

9.1.4 La configuración topológica y la forma.

Hay estructuras muy poco sensibles a una alteración de las hipótesis de carga. Este es el caso por ejemplo de las vigas (de cualquier configuración interna). Con una sola hipótesis de carga podemos acotar el problema perfectamente. Sin embargo, en los arcos, esto no es así; y una primera hipótesis sólo cazará el peralte global y no el canto del propio arco o el canto del tablero (es decir, el canto del elemento que controla las desviaciones de carga del antifuncular). Es obvio que las estructuras funiculares son las más sensibles a éste problema. Le seguirán las antifuniculares, pues al resolver los temas de inestabilidad han de

³⁵⁷ Pensar en grandes luces y en la normativa al mismo tiempo no suele ser muy adecuado. La normativa está hecha para cubrir el campo de las pequeñas y medianas luces. Si nos salimos de hay, cada proyecto puede suponer un gran trabajo de investigación.

ser menos estrictas que las primeras. Se da entonces, en general, la paradoja de que con una mejor eficiencia de la configuración puede ser más difícil trabajar con una sola hipótesis.

La forma nos puede forzar ciertos criterios de dimensionado (limitando el valor de la tensión admisible); pero éste factor sí es controlado desde un principio y no va a ser nunca una penalización a posteriori.

9.1.5 El modelo de cargas.

Ya hemos visto que siempre va a existir diferencia entre el modelo usado en nuestro proceso y el/los usados en el proceso final real de cálculo de la estructura construida. Lo veremos con más detalle después.

9.1.6 Clasificación.

Podemos, para finalizar, condicionar una **clasificación de las correcciones entre teoría y práctica**.

Vamos a diferenciar **tres grandes grupos**.

1- Errores por la diferencia de las hipótesis entre el modelo usado en nuestro proceso y el modelo usado en el cálculo final de la estructura construida.

En primer lugar, estarían las simplificaciones en el carácter del material. Nuestro análisis será siempre en primer orden, si bien los cálculos finales pueden no serlo.

Por otra parte estaría: el valor y distribución de cargas, los valores de los coeficientes de seguridad y, como consecuencia de todo ello, el establecimiento de una hipótesis simple pero correcta para cazar un dato correcto del problema. Ya hemos mencionado el tema al hablar del material, el tamaño y las hipótesis de carga.

En el fondo, y como ya hemos dicho, la cuestión está en:

- a- la necesidad de un modelo simple en nuestros cálculos iniciales.
- b- la posibilidad de usar un modelos complejos en la fase final.

2- Errores de discretización de la estructura.

En primer lugar estarían todos los aspectos de dimensionado que hemos comentado anteriormente.

En segundo lugar, otra posible vía se produciría en el caso de análisis de modelos continuos a través de modelos discontinuos. Esto es evitable, por lo que en sí mismo no constituye un problema.

3- Errores en el cálculo final y en la ejecución de la estructura.

En primer lugar, es necesario considerar los factores humanos. Este punto es reconocido por gente como Waddell al estudiar los pesos propios de puentes construidos e intentar obtener de hay gráficas de la relación tipo/luz/peso. Aunque la normativa es igual para todos, no todos tomamos las decisiones del mismo modo. Es decir, la primera componente del factor es el grado de prudencia versus nivel de conocimientos supuestos por uno mismo. La segunda componentes es desde luego el error humano³⁵⁸. El

³⁵⁸Podemos citar a Aalto en éste tema (quizás con gran sorpresa para muchos):

“(…) **el cálculo exacto no es más cierto que la creencia o el sueño**, pero tenemos que prevenir, mediante análisis más precisos, los dañinos efectos del error humano. Es más fácil rectificar un error técnico, aunque lleve cierto tiempo; es una constante a corto plazo y por lo tanto más fácil de alterar dentro de un intervalo de tiempo razonable.

El error humano, en cambio, constituye probablemente un *fenómeno constante y absoluto* cuya rectificación no tendrá éxito si nos limitamos a modificar sus efectos.(…)”

Y así, el empeño de evitar el error humano con la ayuda de cálculos es una especie de impotencia, una forma de apología preventiva, por la cual pretendemos transformar la sensación de inseguridad en seguridad absoluta o una especie de verdad. Con todo, las

miedo a lo segundo hace que la prudencia impere y que, por lo general, éste factor suponga siempre un incremento de peso (y así desde luego lo consideraba Waddell).

La realidad es que puede haber al menos diferencias de un 5 a un 15% en función del proyectista. Esto será incluso más grave en pequeños tamaños o proyectos especialmente singulares; y será menos importante en superestructuras (donde se junta una gran necesidad de rigor con una gran profesionalidad de los técnicos).

Por tanto, el factor existe y además depende del tipo y del tamaño.

En segundo lugar, en algunos materiales y procesos es imposible ejecutar con dimensiones iguales a las proyectadas. El caso del hormigón es evidente. Con la madera puede pasar otro tanto (aunque por distintos motivos). No obstante, éste tema suele tener poca relevancia.

consecuencias de ésta aspiración a lo absoluto son que ese mismo error que estaba presente en una actividad puramente intuitiva se convierte en una forma de cálculo y, en consecuencia, su eliminación con métodos absolutos resulta una pura fantasmagoría." (los subrayados son míos).

Aalto, Alvar. *Alvar Aalto. El Error Humano*. Proyectos y Obras de los Últimos Años. Barcelona. Gustavo Gili. 1982; pp.10. BAM.

9.2 ESTUDIO COMPARATIVO.

Vamos a presentar sólo un pequeño resumen de los tipos que se han comparado; pero que valdrán para resumir las conclusiones obtenidas.

En muchas ocasiones, las gráficas se expresan en función de la relación de peso propio a carga exterior; bien sea de carga total o bien de carga lineal o superficial. Es irrelevante la forma de expresar dicha relación.

Recordando que:

$$w = (A\lambda + B/\lambda) \rho_{ext} L; \rho_{pp} = w/\Lambda \Rightarrow \rho_{pp}/\rho_{ext} = L(A\lambda + B/\lambda)/\Lambda;$$

Mediante dicha ecuación teórica podemos comparar gráficas de forma compacta.

También podemos comparar con datos concretos, aunque obviamente las conclusiones no serán correctas.

Se han comparado resultados en el caso de puentes tipo cercha(de cordones paralelo), arco y en suspensión.

En el caso de las **cerchas** se han utilizado los datos y fórmulas de Waddell y Foight. Los resultados teóricos coinciden bastante bien con los empíricos. La penalización por el peso de las uniones y los elementos de atado debe considerarse. Sabemos que en las estructuras de principio de siglo analizadas, con uniones a través de roblones, el peso de los elementos auxiliares de unión oscilan entre valores del 25 al 30 %³⁵⁹ del peso total (pudiendo incluso ser superiores). Los elementos de atado solían suponer un 12% del peso total. Para una distribución de carga total, partiendo de criterios de dimensionado intermedios entre el estricto y el constante, y con las correcciones por uniones y arriostramientos citadas; llegamos a valores teóricos de peso que coinciden de forma razonable con los datos obtenidos empíricamente.

En el caso de puentes en **arco y colgante**, para distribución de carga continua, aparecen unas desviaciones considerables. Ello se debe a que, en diseños de tipo funicular o antifunicular, las situaciones con sobrecargas no continuas van a introducir un sobrepeso considerable que se traduce en un elemento de rigidización que no hemos considerado de momento en el estudio teórico. En estos casos el estudio es más complejo y requiere establecer una proporción y forma local del miembro encargado de la rigidización de las alternancias.

Debemos diferenciar entonces dos problemas bien distintos. Por una parte estarán los diseños, como el de las cerchas, en los que la situación de carga total va a definir el peso total de una forma bastante correcta. El motivo es que las situaciones irregulares de sobrecarga no implican un cambio en la rigidez de las barras que componen la estructura. Por otra parte están los diseños que tienen como base trazados funiculares o antifuniculares; y en los que las situaciones de sobrecarga van a imponer un incremento de material en parte de los elementos de la estructura. En el caso del puente colgante este aumento se produce en el tablero; y en el caso del arco puede suceder en el tablero, en el elemento comprimido o en ambos (dependiendo del diseño adoptado). En estos casos necesitamos establecer una proporción global y una local para determinar el peso total, y el cálculo del peso puede ser algo más laborioso. Por otra parte, dada la mayor repercusión del peso propio con el tamaño, en las grandes luces la importancia de la distribución de sobrecargas va disminuyendo; pudiendo llegar a ser casi nula en el caso de los arcos donde la penalización por compresión ya introduce una rigidez mínima.

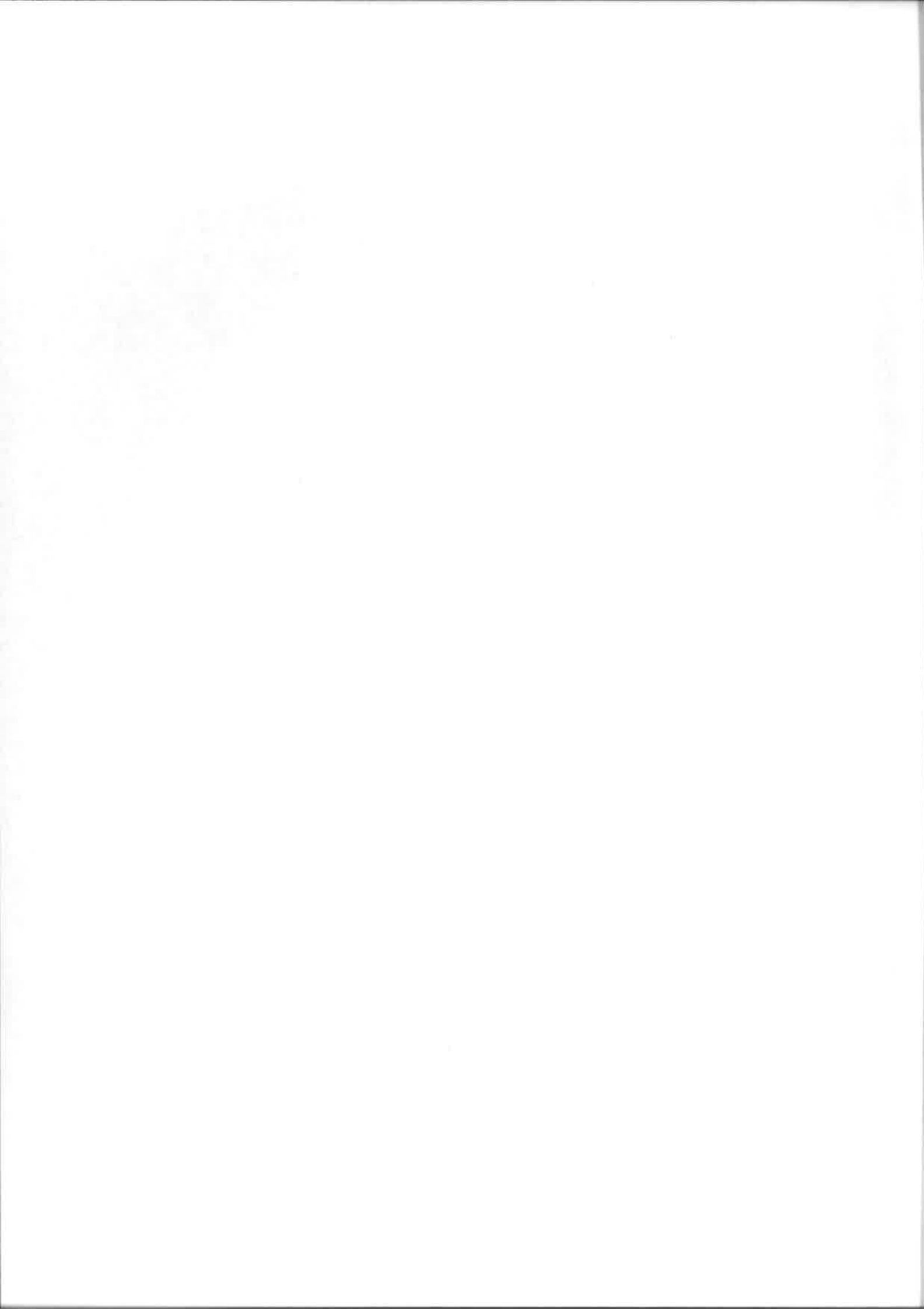
Hay otro aspecto importante en el estudio comparativo; y es la relación entre tamaño máximo del tipo y rango de luces en el que se usa en la práctica.

En el estudio se constata que las luces máximas construidas están en una banda del 10 al 20% del tamaño máximo. Cuando la luz es grande, se recurre necesariamente a tipos con buen rendimiento. Así, para la mayor luz en puentes (Akashi Kaikyo) se ha usado el tipo en suspensión. Aquí no había elección posible frente al arco, la cercha o el atirantado. Sin embargo, en luces pequeñas vemos que el uso de tipos con los mejores rendimientos puede no suponer un ahorro. Al contrario, la práctica deja bien claro que el

³⁵⁹ Al aparecer la soldadura estos porcentajes disminuyen notablemente, pasando a valores del 8-15%. Esto supone un ahorro de material considerable.

uso de arcos, atirantadas o estructuras en suspensión en luces pequeñas puede suponer un sobre costo frente a un tipo tan sencillo como el de la cercha. El motivo es doble. Por un lado está la mayor repercusión de los elementos de rigidización con la disminución de tamaño. Por otra parte está la mayor complejidad constructiva que puede llegar a ser determinante en la elección del tipo.

La concordancia comprobada en las cerchas es suficiente para corroborar el modelo teórico propuesto. En los otros casos mencionados sería necesario, como ya hemos dicho, definir una esbeltez local de ciertos elementos y considerar varias situaciones de carga. No obstante, el proceso a seguir sería el mismo.



CAPÍTULO 10 CONCLUSIONES

1- APRENDIENDO DEL PRESENTE Y DEL PASADO.(Capt.-3)

Una gran parte del trabajo de esta tesis ha consistido en sacar a la luz datos y estudios sobre peso propio. Las primeras búsquedas realizadas a través de bases de datos no aportaron prácticamente ninguna información sobre dichos aspectos. La explicación estriba, como ya dijimos, en que dichas bases de datos recogen sólo documentación publicada a partir de los años 50. Pudiera parecer en principio que, en temas científicos y técnicos, lo más nuevo engloba a lo más antiguo. La realidad es que, al menos en este caso, eso no es cierto. En el período cubierto por las bases de datos, la mayoría de los estudios sobre peso propio van dirigidos al desarrollo de algoritmos numéricos destinados al cálculo con ordenador. La optimización del peso se ha planteado desde entonces a través de procesos iterativos. El ordenador es especialmente útil en las últimas etapas del diseño. Sin embargo, en las iniciales no presenta tantas ventajas. El inconveniente de los enfoques a través de algoritmos numéricos es que no han ayudado a esclarecer las variables del problema. El conocimiento de dichas variables es útil para proyectar con rigor en las primeras fases del diseño. Los errores de proyecto pueden llegar a ser de más repercusión que los derivados de la no optimización local de la estructura. En arquitectura la optimización engloba otras muchas variables además del volumen de material. Esto hace que los algoritmos para la optimización del peso propio no sean de fácil utilización en nuestra disciplina.

Al realizar búsquedas con fechas anteriores a los años cincuenta fue apareciendo gran cantidad de documentación con mayor interés para nosotros. *El período comprendido entre mediados del s. XIX y mediados del s. XX es el de mayor densidad de información sobre peso propio.* Es esas fechas se va a producir un salto en los tamaños de las estructuras construidas que no tiene parangón en la historia; ni siquiera en la segunda mitad de este siglo. *Ese salto de luces hace va en paralelo al comienzo de los estudios y toma de datos sobre el peso propio.* Galileo es el primero en darse cuenta de la invalidez, estrictamente hablando, de las reglas de dimensionado de carácter proporcional. Es él también el primero en darse cuenta de la existencia de un límite de tamaño para cualquier forma material. Sus observaciones no tuvieron ningún tipo de repercusión en la práctica constructiva durante el s. XVII y el s. XVIII. Como hemos visto(Capt.-7), *si nos movemos en rangos de luces similares, las estructuras son prácticamente proporcionales; y la diferencia entre similitud geométrica y mecánica es más una cuestión teórica que práctica. Si además se construye en intervalos de luces que están lejos del tamaño máximo, la relación entre peso propio y carga exterior es básicamente lineal.* Estas eran las condiciones en las que se movían hasta mediados del s. XIX; y así se explica que los trabajos de Galileo no tuvieran mayor repercusión.

En 1856, Bessemer inventa un procedimiento para producir acero a un precio reducido y en grandes cantidades. A finales de siglo el cemento portland entra en escena. Los nuevos materiales, unidos a la existencia de una teoría de cálculo, permiten ese gran salto de luces. *Al construir tamaños mucho mayores que los de fechas anteriores el problema de peso propio cambia de forma radical.* A partir de ese momento la consideración del peso propio en el diseño de las grandes estructuras es indispensable. Las reglas de dimensionado de carácter empírico sólo van a mantenerse en el caso de las fábricas. El desarrollo de la teoría de cálculo rompe la tradición empírica en el resto de los materiales. *A partir de finales del s. XIX va a existir un gran repertorio de fórmulas y gráficas empíricas de peso propio; además de iniciarse estudios teóricos. El volumen de documentación existente es sorprendente. Su repercusión en la literatura científica y técnica posterior va disminuyendo progresivamente. A partir de mediados del s. XX, las referencias a trabajos anteriores de peso propio son mínimas. El punto de inflexión coincide con el desarrollo de los ordenadores y la utilización de algoritmos numéricos. En general, hay un abandono de los datos y enfoques anteriores que no viene justificado por su falta de validez.*

Los datos empíricos sobre peso propio se reducen drásticamente a partir de mediados de este siglo. A pesar de ello, hay documentación suficiente en la mayoría de los tipos usados en edificación y obra civil. Pero lo que llama la atención es que dicha información no ha pasado a los manuales sino que ha quedado encerrada en literatura muy especializada. Al no tener un fácil acceso ha sido de muy poca ayuda para los proyectistas. Esta falta de divulgación tiene mucho que ver con ese giro radical en la forma de enfrentarse al diseño de una estructura.

Durante la segunda mitad de este siglo se reduce la tendencia de dar información sobre la relación entre tipo y rango de luces de aplicación; y entre tipo y proporción. La proporción global, o esbeltez, es un parámetro de diseño muy usado por los ingenieros del s. XIX. Durante el s. XX va desapareciendo de la literatura de forma gradual. En esta segunda mitad de siglo, los trabajos de Ricardo Aroca son la excepción que confirma la regla.

Es decir, se abandonan herramientas que son de gran utilidad para el proyectista sin experiencia. La tesis ofrece (Capt.-3) gran número de datos sobre peso, material, tamaño forma y proporción que son útiles para las primeras fases del diseño de estructuras; y que no son de fácil acceso.

Durante la segunda mitad de este siglo se van a abandonar aspectos teóricos que permiten entender las variables del problema de la optimación del peso propio. Los elementos (Capt.-6) sobre los que se asienta el desarrollo teórico propuesto (teorema de Mawell, teorema de Michell, teorema de las proyecciones paralelas y principio de similitud) son todos ellos descubiertos entre finales del XIX y principios del XX. Con ese andamiaje se construye un cuerpo teórico que esclarece las variables del problema del peso propio y sus relaciones. Con ello se recupera una vía del diseño de estructuras que había sido abandonada.

El teorema de Maxwell y Michell fue recuperado en los años 50 por Foulkes, Cox, Hemp, Prager y otros. Es en ese momento cuando nace toda la teoría de optimación de estructuras. Los trabajos en este terreno, desde los años 60, crecen de modo exponencial. No obstante, como ya hemos dicho, en el terreno de las estructuras de edificación estos enfoques no son de fácil aplicación. En los sectores más industrializados la situación cambia. *La producción en serie de un prototipo hace que el modo de abordar el problema sea totalmente distinto al de nuestra disciplina.*

2- EL PESO PROPIO. VARIABLES Y RELACIONES FUNDAMENTALES.(Capt.-7)

Podemos definir una estructura (Capt.-5) a través de la forma, proporción, dimensionado, material y sistema de cargas o acciones. Las herramientas (Capt.-4) usadas en el análisis teórico han sido el análisis dimensional y el análisis clásico.

A continuación se describen las relaciones entre las variables.

Las tensiones debidas al peso propio, en estructuras semejantes de un mismo material, varían linealmente con el tamaño. Esto implica la existencia de un tamaño máximo para cualquier caso dado. Las tensiones debidas al peso propio son independientes del dimensionado. El factor de proporcionalidad entre tensiones debidas al peso propio y tamaño depende del peso específico del material, de la forma y de la proporción. Elegido el material, el control de dichas tensiones es exclusivamente de tipo geométrico. Las tensiones debidas al peso propio crecen de forma inexorable con el tamaño. Dado que siempre existe un límite tensional para cada material, las tensiones que quedan para resistir las cargas exteriores van disminuyendo en proporción inversa al aumento de las de peso propio. **Por tanto, la geometría es un elemento de vital importancia para la optimación del peso de la estructura y para su rango de luces posibles.**

En sistemas planos y en los espaciales de barras podemos establecer una relación unívoca entre **cantidad de estructura (Capt.-6) y volumen de material** a través de las tensiones normales admisibles del material. El paso de volumen a peso introduce la variable -peso específico-. El **cociente entre tensión normal admisible y peso específico**, o alcance, es la **variable material** del problema de peso propio. Fijada la posición y relación de cargas exteriores, la forma y la proporción; la cantidad de estructura es proporcional al tamaño y a la carga total exterior.

El tamaño máximo de una estructura viene también definido por el alcance, la forma y la proporción. El tamaño máximo es proporcional al alcance. Fijada la forma y la proporción, su relación con el tamaño máximo es inversamente proporcional.

La proporción óptima (sin considerar la estabilidad de segundo orden) para cada forma depende de exclusivamente de factores geométricos.

Es posible, por tanto, determinar a priori la racionalidad frente a peso, de una estructura concreta, por simples consideraciones geométricas.

3- HACIA UNA REVISIÓN DE LAS HERRAMIENTAS Y ELEMENTOS DEL DISEÑO DE ESTRUCTURAS.

En este apartado se ensamblan los datos empíricos y el desarrollo teórico para proponer un acercamiento simultáneo al problema del diseño de estructuras en sus primeras fases.

3A- ESTRATEGIA EMPÍRICA(Capt.-3) Y ANÁLISIS DIMENSIONAL(7.1).

Los datos recogidos permiten determinar, para gran número de tipos y materiales, su consumo de peso y viabilidad en relación con el tamaño de la estructura.

La recuperación del Análisis Dimensional tiene sentido básicamente de cara al manejo de los datos empíricos. Es indudable que no hay mejor modelo que la estructura construida.

La determinación de la repercusión del **peso de las uniones** con relación al peso de los elementos es un claro ejemplo de esta estrategia. Mediante los datos empíricos podemos conocer, para un tipo concreto, un material y un tamaño, la repercusión del peso de las uniones. De análisis dimensional obtenemos los factores de variación para otro tamaño o material. Si las cargas varían por unidad de superficie, para formas semejantes la repercusión del costo de la unión es un invariante. Si las fuerzas son de masa, y también para formas semejantes, la repercusión del peso de la unión es proporcional a la raíz cuadrada de la variación del tamaño.

En cuanto a la **variación de tensiones con el tamaño**, y también en formas semejantes, llegamos a relaciones muy claras. Si las cargas son constantes las tensiones disminuyen en proporción al cuadrado del tamaño. Si las cargas varían por unidad de longitud las tensiones disminuyen en proporción lineal al tamaño. Si las cargas son por unidad de superficie las tensiones son un invariante. Si las cargas son derivadas del peso propio hay un incremento lineal de las tensiones con el tamaño. De ello se deriva que para grandes tamaños sólo es relevante la consideración de las cargas que varíen por unidad de superficie y de las fuerzas de masa.

Para formas semejantes, y con relación a la **variación de rigidez**, hay una relación simétrica a la anterior. Así, en el caso de fuerzas por unidad de superficie la rigidez se mantiene y en el de fuerzas de masa disminuye de forma inversamente proporcional al tamaño.

La **variación de la estabilidad** en formas semejantes se trata en primer orden y se plantea parcialmente en segundo orden. En primer orden, destaca el concepto de momento de estabilidad, que depende del tamaño, del peso específico, de la forma y de la proporción; pero *no de las cargas exteriores*. El segundo orden se trata parcialmente. Lo más relevante es que, en el caso de que las fuerzas varíen por unidad de superficie, la estabilidad se mantiene invariante con el tamaño.

Considerando que las cargas de edificación suelen variar por unidad de superficie, en intervalos de tamaño reducidos las soluciones son prácticamente proporcionales. El grado de proporcionalidad aumenta en la medida en que el rango de luces está más alejado del tamaño máximo.

Dado el gran abanico de datos empíricos, es posible determinar las constantes de forma para diferentes materiales, formas y proporciones; con lo que el estudio de formas semejantes permite en realidad manejar las diferentes variables del problema.

3B- ESTRATEGIA MEDIANTE ANÁLISIS CLÁSICO(7.2)(Capt.-8).

Para una forma, proporción, material y sistema de cargas dado se puede determinar a priori, mediante el cálculo de la **cantidad de estructura, el peso propio**. Con ello se determina su rendimiento en función del tamaño; así como su rango de luces en el que es razonable su uso.

La **rigidez** de una estructura depende de las deformaciones relativas longitudinales admisibles, del criterio de dimensionado, y de la forma y proporción. La condición de rigidez puede hacer que debamos reducir las tensiones admisibles por resistencia y con ello aumentar el peso propio. Pero como se puede controlar la rigidez con simple geometría, **el proceso de diseño que optimiza el peso propio debe partir de la imposición de un criterio de dimensionado estricto** (deformación unitaria máxima en todos los miembros de la estructura). De este modo, para cada condición límite de rigidez y forma hay una **proporción límite** por encima de la cual existen problemas de rigidez. Iniciando el proceso en la esbeltez límite se garantiza la condición resistente de forma simultánea.

3C- CONJUNCIÓN DE ESTRATEGIAS.

Las dos vías anteriores deben entenderse como complementarias. Los datos empíricos permiten cuantificar factores que no son fácilmente determinables con la teoría. Por otra parte, en algunos casos hay más información práctica que teórica.

La teoría permite revelar las variables del problema y sus relaciones. De este modo, la teoría es indispensable para determinar la racionalidad de tipos en los que se carece de experiencia. La realidad es, no obstante, punto inevitable de constatación de la teoría.

Este trabajo en absoluto deja cerrado el tema, aunque sí están sentadas las bases para poder hacerlo. El punto menos desarrollado es el de la estabilidad. El problema es complejo; y en esta tesis se abordan sólo aspectos parciales del mismo.

Apéndice A. DESCRIPCIÓN DE MATERIALES PARA USO ESTRUCTURAL.

A.1. INTRODUCCIÓN.

De acuerdo con las variables que hemos definido como básicas para calificar al material a nivel estructural, lo que daremos son sus diversos valores para varios materiales. Nuestra intención será dar un amplio abanico sobre las posibilidades que nos ofrece la naturaleza y la industria en nuestros días.

Dada la amplitud del tema, nos centraremos en la definición de las propiedades básicas. En la mayoría de los casos eso no es suficiente para construir, y los problemas de detalle cobran una importancia decisiva. Somos conscientes de ello. No obstante, esto no impide que sean esas propiedades más elementales las que diagnostiquen las posibilidades de un material para su uso estructural.

La bibliografía del tema es amplísima y casi siempre periférica a nuestro tema central. Hemos seleccionado algunos artículos y libros que tienen una íntima relación con el tema. A pesar de ello, las referencias aportadas son sólo muestras; aunque esperamos que significativas y suficientemente capaces de darnos esos datos básicos que necesitamos. En algunos apartados hemos seguido un libro clave por su sencillez y rigor: *The Science of Structures and Materials* de J.E. Gordon.³⁶² El libro es brillante a la hora de sentar los conceptos básicos, y se complementará después con artículos³⁶³ y algún libro especializados. Otras anotaciones, así como el planteamiento general de la cuestión, han sido recogidas en las clases de doctorado de la ETSAM de Ricardo Aroca. Para la descripción de las relaciones entre estructura de la materia y propiedades (Ciencia e Ingeniería de los materiales), se ha seguido el enfoque de la magnífica obra de Callister³⁶⁴.

A.2. PARÁMETROS RELEVANTES DE LOS MATERIALES ESTRUCTURALES.

A.2.1. ANOTACIONES SOBRE EL TIPO DE RELACIÓN TENSIÓN-DEFORMACIÓN.

Las variables utilizadas para definir un material pueden parecer demasiado escasas. El desarrollo de la cuestión irá justificando éstos aspectos. No obstante, parece preciso hacer una serie de puntualizaciones previas.

A.2.1.1. LINEALIDAD Y NO-LINEALIDAD.

La relación tensión-deformación de los materiales varía de unos a otros. Los casos extremos son, por un lado, la gráfica lineal del acero; y, por otro, las gráficas tipo -S- y -J- de algunos plásticos y materiales naturales.

Sin embargo, la parte más consolidada de la teoría de las estructuras se mueve dentro de los límites de la ley de Hooke. Los estudios de estructuras en segundo orden debido a la no-linealidad mecánica son bastante recientes (los tocantes a la no linealidad geométrica, a excepción de los fenómenos de pandeo local, también). Su necesidad aparece como consecuencia del empleo de nuevos materiales y de la continua superación de las luces.

³⁶²Gordon, J.E. *The Science of Structures and Materials*. New York. Scientific American Library. 1988. 217 pp.

Muchas de sus anotaciones provienen de otro de sus libros: Gordon, J.E. Chap. 14. "The Philosophy of Design". *Structures; or Why Things don't Fall Down*; New York. Da Capo Press. 1978. pp.303-323.

También puede verse: Gordon, J.E. *The New Science of Strong Materials*. 2 nd ed.; Princeton. Princeton University Press. 1984 (1968). 287 pp.

Para aspectos muy genéricos sobre materiales se ha consultado también (demasiado genérico y de menos interés que los anteriores):

John, B.V. "Conocimiento de Materiales en Ingeniería". *Barcelona*. Gustavo Gili. 1976 (1972). 292 pp.

³⁶³Un núcleo importante lo constituyen los Proceedings de la 1ª Conferencia en Memoria de Oleg Kerensky; celebrada el 22 de Junio de 1988 en Londres.

³⁶⁴Callister, William D. Jr.; *Introducción a la Ciencia e Ingeniería de los Materiales* (2 Vol.). Reverté; Barcelona; 1997.

Muchas de las grandes estructuras hasta hoy construidas se ha modelizado de forma sencilla a través de hipótesis lineales. Es más, en muchos casos las hipótesis complejas aparecen después para explicar el funcionamiento de algo construido.

De hecho, todos los materiales convencionales usados en edificación y obra civil se mueven, en servicio, dentro de un régimen básicamente elástico.

En acero, la no linealidad es exclusivamente geométrica. En España lo normal es usar estructuras intraslacionales con arriostramientos. Esto hace que el análisis de pandeo de barra sea el más importante y que la estabilidad global se resuelva simplemente con un control de la rigidez.

En el caso del hormigón y de la madera, materiales con un comportamiento más o menos híbrido, los análisis en primer orden lineales son también más que válidos para evaluaciones iniciales rigurosas. El control de la esbeltez garantiza comportamientos quasi-lineales. El no entrar en estudios de segundo orden suele ser, en estos materiales, un problema más de diseño que del material. Además, el culto a las grandes esbelteces conduce en muchas ocasiones a serios problemas de durabilidad.

Por otra parte, el trabajar con las curvaturas a través de ε nos permite, a nivel de pieza, planteamientos muy rigurosos que contemplan la existencia de la fisuración de la sección de hormigón y/o la no linealidad mecánica.

A nivel práctico, las únicas estructuras donde el análisis no lineal puede tener una gran importancia van a ser las estructuras textiles. Este tipo de estructuras supone desde luego un capítulo a parte a la hora de sacar conclusiones.

En los nuevos materiales usados en las grandes luces, el comportamiento en servicio es completamente lineal (como luego veremos).

Concluyendo, considero aceptable partir de las siguientes hipótesis:

q- Los modelos lineales son en, en casi todos los casos y en condiciones de servicio, suficientes para consideraciones de diseño.

b- Sea cual sea la relación tensión deformación del material, las variables son las mismas: ε , σ y ρ . Si consideramos modelos no lineales habrá que introducir factores de corrección sobre las hipótesis lineales; pero nunca nuevas variables.

A.2.1.2. COMPORTAMIENTO EN TRACCIÓN Y EN COMPRESIÓN

Uno de los rasgos más importantes de un material es sin duda su capacidad para resistir tanto tracciones como compresiones. Cuando esto no se produce, el material condiciona de raíz el diseño geométrico de la estructura.

Nuevamente, y a través exclusivamente de características materiales, es posible dar factores que nos hablen sus aptitudes frente a ello.

Para analizar el comportamiento a tracción y compresión, las variables relevantes son ε_e y σ . También E es importante, pero en realidad es función de las otras dos. Si además de condiciones mecánicas evaluamos rendimientos de material (pesos) nos aparece de nuevo ρ .

La carga crítica de pandeo depende de la rigidez a compresión de la barra (EI/L^2); a mayor rigidez E del material, mayor capacidad de carga a compresión.

Si pensamos en el peso de la **barra** asociado a su carga crítica, nos aparece el peso específico del material como nueva variable. A nivel de barra (conservando la forma de la sección transversal), y asociado a la carga crítica de Euler, el factor de la eficacia (relación entre carga crítica y peso de la estructura) a compresión es $(\sqrt{E/\rho})^{365}$.

Si medimos eficacia o rendimiento material a tracción, la variable a utilizar puede ser perfectamente $(1/\Lambda)$. Para ello consideremos como medida los kilos de material necesarios para soportar

³⁶⁵ Véase Apéndice 4 de: Gordon, J.E. Chap. 14. The Philosophy of Design. Structures; or Why Things don't Fall Down; New York. Da Capo Press, 1978.

una tonelada a un metro de distancia. A esta variable es lo que R. Aroca ha denominado Coste Específico Estructural (C_E). Ahora bien, desarrollando esa formulación podemos llegar a:

$$C_E [\text{kp}/(\text{T}_0 \text{ m})] = 1 \cdot 10^3 / \Lambda(\text{m}) ; \text{ec.- 223}$$

Vemos entonces como la variable alcance no sólo es importante en cuanto a viabilidad de la luz sino también en el coste material relativo.

Si realizamos las mismas consideraciones para el caso de un **panel** (el valor de la carga crítica es distinto), el factor material de eficiencia es $(\sqrt[3]{E/\rho})^{366}$.

La variación entre las dos estructuras estriba en que la forma en una variable de gran importancia en los temas de estabilidad. Pero lo que sí es cierto es que (E) aparece como variable material determinante.

Por otra parte, en el caso de la barra, en el proceso de amplificación de flecha lo importante es la separación entre la carga de servicio y la crítica. Si vemos el problema a través de las deformaciones unitarias, podemos poner el factor de ampliación de flecha (β) como:

$$\delta = \delta_0 \beta = \delta_0 \epsilon_k / (\epsilon_k - \epsilon) \Rightarrow \beta = \epsilon_k / (\epsilon_k - \epsilon) \text{ ec.- 224}$$

$$//\epsilon_k = (\pi/\lambda_m)^2 ; \text{ec.- 225}$$

siendo λ_m la esbeltez mecánica de la pieza.

ϵ_k depende básicamente de factores geométricos (es decir, su mayor control es geométrico); en la medida en que ϵ puede ser mayor (ϵ_e), el material permite mayores factores de ampliación. Es decir, si crece ϵ debe crecer el radio de giro.

En materiales que no resisten tracciones, como las fábricas, el control geométrico es vital a la hora de limitar la ampliación de flecha a límites que mantenga las tensiones de compresión en toda la sección.

A.2.1.3. DUCTILIDAD.

La ductilidad puede medirse numéricamente a través de la relación entre la ϵ de rotura o ϵ_u , y la ϵ admisible o ϵ_e . Llamaremos índice de ductilidad (ι_D) a la siguiente relación:

$$\iota_D = \epsilon_u / \epsilon_e ; \text{ec.- 226}$$

Es habitual medir la ductilidad en (%) con relación a las diferencias de longitud antes y después de romper: es decir

$$\iota_D (\%) = 100(L_f - L_0)/L_0 ; \text{ec.- 227}$$

Esta propiedad tiene gran importancia. Si el índice de ductilidad es alto, el material posee una alta seguridad. Por una parte, permite la redistribución de esfuerzos en estructuras hiperestáticas; algo vital para cualquier estructura. Por otra, nos avisa visualmente antes de colapsar al permitir deformaciones de rotura muy altas.

Si el intervalo de ductilidad es escaso, las tensiones admisibles deben ser más conservadoras. Ni su aprovechamiento ni su seguridad son altos.

No obstante, la ductilidad fundamental es algo que debe considerarse también a nivel de pieza. Cuando se combinan dos tipos de materiales, la elevada ductilidad de sólo uno de ellos puede garantizar la ductilidad del conjunto. Es decir, la ductilidad no es sólo un problema de material sino de diseño de sección. Un claro ejemplo es el del hormigón armado, donde la pieza puede tener más o menos plasticidad debido al acero; y a pesar de que el hormigón no es dúctil.

³⁶⁶ Op. Cit.

A.2.1.4. FRAGILIDAD.

Fragilidad y ductilidad son conceptos opuestos. Podíamos definir entonces el índice de fragilidad (ι_F) como el inverso del de ductilidad.

$$\iota_F = 1/\iota_D$$

ecu.- ()

No obstante, esto no sería hablar de la fragilidad de modo riguroso. El concepto de fragilidad está relacionado con la capacidad del material de absorber energía una vez que se ha iniciado una grieta. En este sentido, el término inverso a la fragilidad es la **tenacidad**. Es decir, hablamos de fragilidad en un material metálico que tiene un comportamiento dúctil en condiciones normales.

No obstante, la forma de definir la fragilidad depende del tipo de material, como veremos. Y el enfoque visto es válido fundamentalmente para los metales pero no para otros materiales.

Los primeros trabajos sobre fragilidad se inician entre finales del XIX³⁶⁷ y principios del XX; y van encaminados a consideraciones sobre la concentración local de tensiones por oquedades constructivas (tornillos,...).

C.E. Inglis presenta uno de los trabajos más interesantes en 1913; estudió el factor de ampliación de tensión en una elipse de eje mayor $2L$ y de radio en punta r ; llegando al factor $(1 + \sqrt{L/r})^{368}$.

Griffith³⁶⁹, siguiendo el camino de Inglis pero aplicado al vidrio; y en lugar de partir de oquedades constructivas parte de las grietas intrínsecas de todo material por imperfecciones (esta hipótesis de partida fue demostrada mucho más tarde). Demostró, en el caso de vidrio, que pequeñas oquedades o grietas en el material originaban incrementos locales de tensión muy altos (de hasta 200 veces).

Según sus teorías, la tensión a partir de la cual se propaga la grieta (σ_F) viene determinada por:

$$\sigma_F = ((2\gamma E)/(\pi c))^{1/2}$$

ecu.-

donde:

γ =energía superficial unitaria.

E =módulo de Young

c =semilogitud de la grieta medida normalmente al eje de la tensión.

De nuevo aparecen variables materiales.

Una vez que se inicia la fractura, c crece y σ_F va disminuyendo.

La teoría es válida para cualquier tipo de material frágil; es decir, con estructura más o menos cristalina (materiales cerámicos).

Las teorías anteriores nos interesan por las variables materiales que introducen, E y γ . No obstante, su aplicación a casos reales nos conduce a errores. Afortunadamente, el material suele resistir más de lo que se le supone inicialmente. Ello se debe en gran parte a la heterogeneidad real de los materiales, no tenida en cuenta en éstas teorías.

El problema no se puede enfocar a partir de las tensiones, sino de la energía de fractura; y de ahí la importancia de la **tenacidad** (energía acumulada hasta la fractura una vez que se ha producido una grieta de determinada medida). Griffith fue consciente de ello; y a partir de ahí produce sus resultados más importantes.

³⁶⁷G. Kirsch en 1898 en Alemania y G.V. Kolosoff en 1910 en Rusia.

³⁶⁸Los estudios de Inglis se continuaron en 1962 por John Cook; llegando a un valor menor (la quinta parte) para el factor de ampliación de tensiones.

³⁶⁹Su teoría apareció en 1920. Para más datos puede consultarse la obra de Gordon ya citada.

El mecanismo frágil se inicia cuando se ha conseguido romper la estructura molecular del material; una vez rota, la fractura se dispara. La concentración de tensiones en condición necesaria pero no suficiente.

Por eso el problema se plantea mejor en términos energéticos y el parámetro que nos interesa es el **trabajo de fractura W** (generalmente; Julios/m²); es decir, la energía necesaria, por unidad de superficie³⁷⁰, para deshacer los enlaces moleculares y poder iniciar la rotura frágil.

Cualquier material, al trabajar y deformarse, acumula una energía potencial o energía de deformación. Al iniciarse una rotura frágil, esa energía acumulada se libera en el área de la grieta; y colabora en su propagación. La aparición de nuevas superficies en la grieta requiere, al menos, que la energía de deformación sea mayor que la energía superficial γ . En la práctica se necesita bastante más energía.

Podemos estudiar el balance energético una vez que se ha formado la grieta. La energía de fractura depende linealmente de la longitud L de la grieta ($=2WL$). La energía liberada por el sistema varía con L^2 . La energía neta de propagación será la diferencia entre ambas, entre la aportada y la liberada.

La siguiente figura nos explica lo dicho. La curva A es de energía aportada, la curva B de la liberada, y la C del balance del sistema o energía neta.

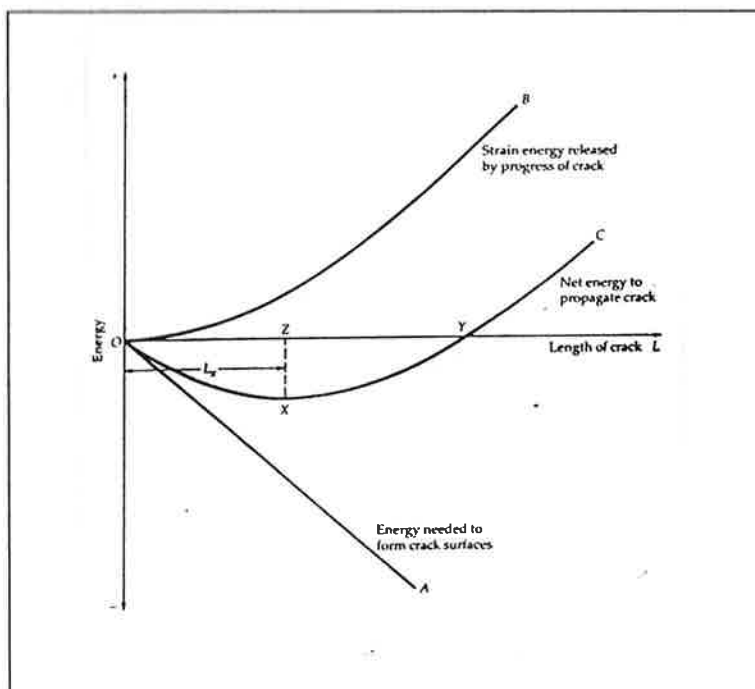


Fig.- 173 371

Hasta el punto X, el sistema continúa almacenando energía, y por tanto no se propicia la propagación. A partir de ahí se invierte el proceso y el sistema libera más energía de la que se aporta, induciéndose la propagación.

Se ve entonces claramente el concepto de Longitud Crítica de Griffith (L_g), definida por ese punto X; y a partir de la cual ya no se puede parar la grieta. El resultado numérico es:

$$L_g = 2WE/(\pi\sigma^2)$$

ecu.-

donde:

L_g = Longitud crítica (m)

W = trabajo de fractura (J/m²)

E = módulo de Young (N/m²)

σ = valor medio de la tensión (sin considerar concentraciones) (N/m²)

³⁷⁰Para contabilizar la requerida en la formación de la grieta, debo sumar las dos caras de la misma.

³⁷¹Gordon, J.E. The Science of Structures and Materials. New York. Scientific American Library. 1988. pp 89.

La energía superficial influye en el valor de W , pero es bastante más baja.³⁷²

Las variables W y E son, entonces, las variables materiales que intervienen en el problema de la fragilidad. Pero en realidad su validez depende del tipo de material. Estas variables son buenas en materiales metálicos o, en general, en materiales no direccionales. Si el material es direccional el planteamiento puede cambiar ya que la grieta puede cortarse por la propia organización interna del material. Es decir, un material compuesto a base de elementos frágiles puede comportarse de modo no frágil.

Algo curioso e importante es que la tensión de rotura tiene poco que ver con W , incluso son inversos a veces (luego veremos esto en la tabla final). Esto se debe a que los materiales con alta resistencia pueden acumular mucha energía, y en longitudes de grieta muy bajas consiguen desnivelar el balance energético.

A.2.1.5. ENERGÍA DE DEFORMACIÓN Y RESILIENCIA.

El concepto de Energía de Deformación; y otro asociado a él (Módulo de Resiliencia³⁷³) aparece ya desde los inicios de la teoría de las estructuras. A pesar de eso, quizás sea un concepto poco utilizado.

En una barra de sección A , longitud L y de un material con un módulo de elasticidad E ; si aplicamos una fuerza F de modo progresivo hasta obtener en ella una deformación longitudinal δ , tendremos una energía de deformación U (que nos es más que la energía potencial acumulada) de valor:

$$U = 1/2 F \delta;$$

$$U = 1/2 E \epsilon^2 A L;$$

Moseley denomina a $(1/2 E \epsilon^2) = M_e$ = módulo de resiliencia longitudinal; y no es más que la energía potencial que puede almacenar una barra por unidad de volumen. Quizás su nomenclatura sea ahora confusa; pues el concepto de resiliencia está acuñado en relación a la energía de deformación longitudinal pero por unidad de volumen.

Esta energía potencial que puede llegar a almacenar la barra, y por extensión el sistema, depende exclusivamente de factores materiales³⁷⁴. Si en vez de utilizarlo por unidad de volumen lo aplicamos por unidad de peso, nos aparece el peso específico ρ ; con lo que seguimos teniendo sólo factores materiales. Llamaremos U_v y U_p a la Energía de Deformación Unitaria por unidad de volumen y por unidad de peso, respectivamente.

$$U_v = 1/2 E \epsilon^2 = 1/2 \sigma \epsilon; \text{ ec.- 228}$$

$$U_p = (1/2 E \epsilon^2) / \rho = 1/2 \epsilon \Lambda; \text{ ec.- 229}$$

Los planteamientos los hacemos para un material elástico, pero son igualmente válidos en cualquier tipo de relación σ/ϵ ; y en vez del $1/2$ nos aparecerá otra constante $-k-$. Además, al igualar trabajo interior y exterior, la constante desaparece.

$$U_v = k E \epsilon^2 = k \sigma \epsilon;$$

$$U_p = (k E \epsilon^2) / \rho = k \epsilon \Lambda; \text{ (siendo } \Lambda \text{ lo que hemos denominado alcance)}$$

³⁷²La explicación está en las dislocaciones espaciales moleculares durante la fractura, aumentándose la energía potencial intermolecular.

³⁷³Moseley, Henry. The Mechanical Principles of Engineering and Architecture. London. Longman, Brown, Green, and Longmans. 1843.

Moseley, en su gran tratado (pieza clave en las obras del XIX, ya dedica un apartado (pag. 491-492) a lo que llama -Moduli of Resilience and Fragility-.

³⁷⁴decir -exclusivamente no es algo estricto, pues hay factores geométricos que condicionan el valor al que puede llegar σ , prescindiendo de ello, el calificativo sí es exacto.

¿Qué implica unos valores mayores e menores de estos factores?. Un sistema con mayor energía unitaria de deformación es capaz de resistir una carga exterior mayor para una deformación similar (una rigidez similar, cuando comparamos dos sistemas del mismo tamaño, como es lógico); y, por tanto, es una estructura más eficiente (no consideramos en principio los problemas de inestabilidad que matizan esas diferencias de rendimiento). La relación es proporcional, a doble U_v o U_p , doble carga resistida.

Ahora bien, hasta ahora hemos hablado de forma implícita de la relación σ - ϵ en valores de servicio. Si trabajásemos con valores en rotura, a esa energía potencial unitaria acumulada hasta la rotura la denominamos resiliencia.

La relación σ - ϵ no es más que el área bajo la gráfica de trabajo σ - ϵ . Es importante conocer la gráfica σ - ϵ del material hasta rotura (y no sólo en servicio). La primera parte del área, que podemos llamar A_s , nos brinda información sobre la capacidad de carga y de rigidez a nivel material. El área completa hasta rotura, que llamaremos A_t , nos da información sobre el grado de ductilidad del material en rotura por tensión normal. Es decir, nos comunica si la estructura es capaz de avisar claramente antes de colapsar. Es por ello un valor importante.

Hay que decir que la temperatura tiene, en los metales, una importancia decisiva en su ductilidad. A medida que desciende la temperatura son más frágiles.

Es decir, comparando gráficas tensión-deformación ya tenemos una primera medida de la eficacia a nivel exclusivamente material.

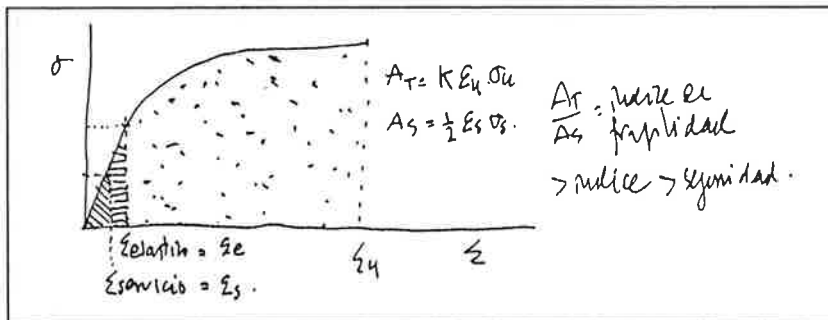


Fig.- 174

Suele haber una tendencia en el material a incrementar su fragilidad al crecer su capacidad tensional. Esto lo entendemos al pensar en la teoría de la longitud crítica de Griffith antes señalada. Un material que puede almacenar mucha energía en servicio (es decir, con una resistencia muy alta) hace que el iniciarse la propagación de la grieta se produzca una auténtica explosión de energía, siendo más difícil evitar su difusión. De ese modo se explica por qué disminuye la ductilidad al pasar de aceros y hormigones normales a los de alta resistencia.

A.2.2. ISOTROPÍA Y ANISOTROPÍA.

El que un material sea anisótropo impone una serie de restricciones en el diseño de gran importancia; y que no aparecen en el isótropo.

Dos claros ejemplos son la madera o los cables de Kevlar. En este último, por ver algo menos conocido, el existir menos resistencia en la dirección perpendicular a la fibra aparecen serios problemas a la hora de hacer los anclajes; cosa que no ocurre en el acero debido precisamente a su isotropía.

En los materiales básicos estas propiedades están ligadas al tipo de enlace químico existente. Es decir, en materiales no compuestos podemos saber si son o no isotrópicos por el tipo de enlace. Si son de tipo iónico o metálico tenemos materiales no direccionales y por tanto isotrópicos. Estos enlaces corresponden a los materiales cerámicos y metálicos, respectivamente. El tercer tipo de material básico, los polímeros, son anisótropos debido a que los enlaces covalentes que los forman son direccionales. Los átomos forman largas cadenas, siendo más resistente el material en dicha dirección.

Pero hay multitud de materiales que son compuestos y en los que no se puede determinar a priori si van a ser isotrópicos o anisótropos. Ello es debido a que la organización del material es tan importante en este caso como el tipo de material base que lo forme.

Las aleaciones metálicas conservan la estructura metálica, por lo que son isotrópicos. Los mismos podemos decir de los hormigones.

La mayoría de los materiales orgánicos son por lo general anisótropos. La madera es un ejemplo. Ahora bien, en un panel contrachapado, al cruzar la dirección de las láminas que lo componen se consigue un material prácticamente isotrópico en su plano.

Las nuevas fibras también suelen ser anisótropas; especialmente el Kevlar, que es de naturaleza orgánica.

A.2.3. COMPORTAMIENTO REOLÓGICO.

Los fenómenos reológicos son estudiados de forma detallada en muchos casos. Las propiedades del material, sobre todo si se le somete a tensiones altas, van cambiando a lo largo del tiempo. Las disminuciones de resistencia por fatiga, fluencia y relajación son importantes para los estudios de detalle.

Su influencia e importancia en el diseño inicial varía mucho de un material a otro. En general, y dejando a parte los materiales plásticos, si la estructura se diseña con valores de tensiones "relajados", éstos fenómenos no son demasiado importantes (y esto para nosotros es lo verdaderamente importante).

Incluso en estructuras como las pretensadas de hormigón, donde sí se estudian con detalle éstos aspectos, su influencia está entre un 15 y un 20 %.

La variación de tensión con la temperatura entra dentro de los fenómenos de fluencia. Esto, no obstante, es más un problema constructivo que estructural; aunque tiene influencia en la seguridad de una estructura.

Todos éstos factores, a veces sin dominar, merman el valor de las tensiones admisibles.

A.2.4. DURABILIDAD.

Los factores ambientales suelen tener una importancia decisiva en la elección del material. El agua (incluyendo al hielo) y el sol provocan degradaciones en muchos materiales. Eso sin hablar de otros agentes agresivos menos naturales pero que están presentes en muchas ocasiones. Iremos viendo en cada caso su importancia.

Pero hay otros factores que influyen en la durabilidad y que no son ambientales. Este es el caso de los problemas de corrosión por pares galvánicos o de los del incremento de corrosión por tensión en las soldaduras. Veremos algo de ello más adelante.

Lo importante es destacar el hecho de que la durabilidad es un factor determinante pues a la larga puede llegar a repercutir en la economía de la obra más que el mayor o menor rendimiento mecánico de un material.

En este sentido volvemos a insistir sobre el hecho de entender el concepto de diseño de estructuras de un modo global.

A.2.5. MATERIALES BÁSICOS versus COMPUESTOS.

Hemos tocado este tema de modo indirecto antes; pero quizás convenga aclararlo de forma explícita; pues realmente hay una gran confusión en torno al concepto de material compuesto. No obstante, esa confusión no es fundada; y podemos definir con precisión y claridad el concepto³⁷⁵.

Los tres materiales básicos, o que llamaremos básicos, son los metálicos, los cerámicos y los polímeros. Se diferencian por el tipo de enlace químico y el tipo de elementos que los componen. Esas propiedades determinan sus gráficas (σ - ϵ).

En la siguiente tabla mostramos un cuadro resumen de estos tres tipos básicos de materiales.

| 2.2 TIPOS DE MATERIALES BÁSICOS. | | | | | |
|----------------------------------|--------------------------|-----------------------------------|--|--|-----------------------------------|
| Materiales | Elementos componentes | Tipo de enlace | Rasgo diferencial | Propiedades básicas | Gráfica (σ - ϵ) |
| METÁLICOS | metales | Metálico | Enlace no direccional flexible debido a la "nube" de electrones compartidos | Alta resistencia Isotropía Ductilidad Conductores eléctricos Gran influencia calor Formación pilas ele. | |
| CERÁMICOS | metales y no metales | Iónicos/cristalinos | Enlace no direccional rígido al formar estructuras de tipo cristalino por lo general (ordenación espacial de los átomos con poca capacidad de ser alterada). | Duros y alta resistencia (no igual en tracción y compresión por lo general. Rotura frágil Poca influencia calor Aislantes eléctricos Isótropos | |
| POLÍMEROS | C, H, y otros no metales | Covalentes & F. de Van der Waals. | Enlace direccional con moléculas de largas cadenas. | Baja densidad Flexibilidad Anisotropía | |

Tab.- 59

Recordemos que un elemento es metálico si es electropositivo, es decir, si tiende a perder electrones para formar el enlace químico que lo estabilice. Es no metálico si es electronegativo. Y también existen elementos intermedios. La mayoría de los elementos de la tabla periódica son metales.

Hasta aquí todo es muy limpio y existe una reducida y clara relación entre la estructura de la materia y sus propiedades.

La realidad, como casi siempre, no es tan elemental.

En construcción, la mayoría de los materiales que se usan son compuestos. Es decir, son combinación de los básicos con formas muy diversas.

La misma naturaleza nos ofrece materiales compuestos, como el caso de la madera en la que se mezcla la lignina (dura y frágil) y la celulosa (resistente pero flexible).

No obstante, la mayoría de los materiales compuestos son fruto de lo que se denomina ingeniería de los materiales. Es decir, se diseña la estructura del material para conseguir determinadas propiedades. La creación del material compuesto tiene una gran lógica. Las deficiencias estructurales de un material se subsanan combinándolo con otro que las elimina o las controla. Es lo que se denomina *principio de acción combinada*.

³⁷⁵ El planteamiento que hago puede verse en:

Callister, William D. Jr.; *Introducción a la Ciencia e Ingeniería de los Materiales* (2 Vol.), Reverté; Barcelona; 1997.

Lo habitual en un material compuesto (o composite) es que existan dos partes bien diferenciadas: la matriz y la fase dispersa. La matriz es la que envuelve a la fase dispersa que suele ser la que más resiste. Pero este esquema no es siempre aplicable.

La clasificación más completa de composites que he encontrado es la siguiente³⁷⁶:

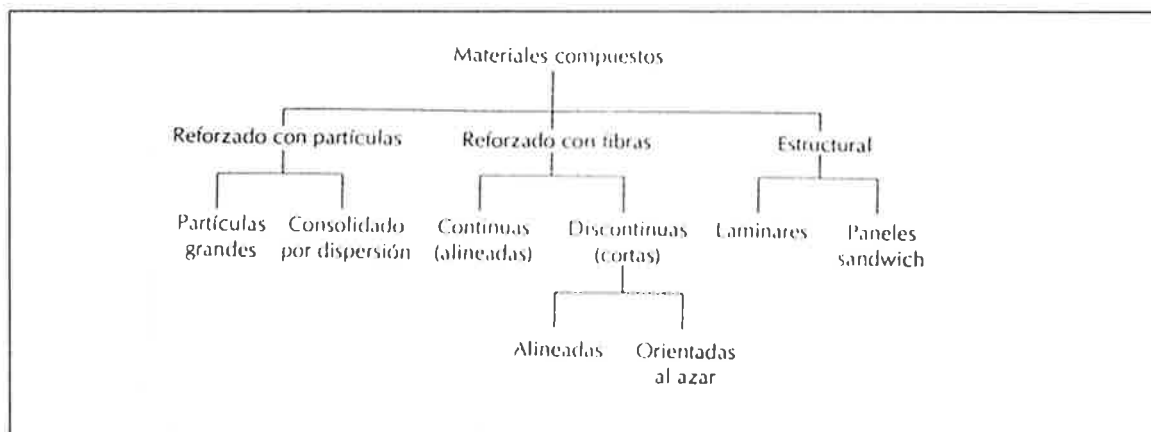


Fig.- 175 En el primer grupo, *material reforzado con partículas*, tenemos a materiales como el hormigón normal y el de alta resistencia (partículas grandes) y las aleaciones metálicas (consolidado por dispersión). Las fábricas pertenecen también a este grupo.

En el segundo grupo, *reforzado con fibras*, tenemos los hormigones microreforzados (discontinuas cortas orientadas al azar), los cables de Parafill o Kevlar (continuas alineadas) o el poliéster reforzado con fibra de vidrio (discontinuas alineadas). La madera aserrada pertenece a este grupo. El hormigón armado puede considerarse también en el (continuas alineadas).

En el tercer grupo, *estructural*, tenemos la madera laminada laminada, los trableros de madera contrachapados (laminares) y los paneles sandwich (en construcción, y para uso estructural, este tipo está comenzando a extenderse para cerramiento de cubiertas. Se forman con dos hojas exteriores de madera y un alma de espuma de poliuretano o un aislante similar; con lo que se consigue inercia y aislamiento térmico con poco consumo de madera)

Cuando la matriz es rígida, como es el caso del hormigón armado, la posibilidad de unir dos materiales para formar un elemento estructural viene completamente condicionada por la relación de *coeficientes de dilatación térmica*. De no ser muy parecidos, cualquier variación de la temperatura provoca tensiones tangenciales en el contacto entre los dos, lógicamente no muy deseables.

Así mismo, en muchos casos (como en las fábricas) la introducción de interfases (juntas) requiere de una rigideces de material similares para que al trabajar las deformaciones transversales de cada uno no se interfieran. Lo veremos más adelante.

En muchas ocasiones la matriz tiene una simple función de protección y de mantener la forma del elementos constructivo (caso del poliéster con fibra de vidrio). En estos casos, a la matriz se le exige que cumpla su función de protección y forma y que no interfiera en las deformaciones de la fase dispersa.

De acuerdo con la clasificación vista, la unión de los componentes del composite puede ser de muy distinta clase.

En algunos casos la unión es en su mayor parte de tipo químico, como en los hormigones. Las puzolanas sufren un cambio químico pero los áridos tienen un enlace por simple adherencia. La unión por soldadura es también de tipo químico.

En otros casos la unión de los materiales se consigue por medios mecánicos o físicos (tornillería, etc.). Su gran ventaja es la fiabilidad.

³⁷⁶ Op. Cit. ; Fig. 17-2 (2nd Vol.)

Los adhesivos tienen cada vez mayor empleo estructural; pero no son tan fiables como las uniones de tipo físico. Además, suelen ser menos dúctiles; cosa que supone un serio inconveniente. La aviación ha sido de las primeras en experimentarlos para unir metal; aunque los resultados son de momento poco esperanzadores.

También es habitual tener combinaciones de los tipos anteriores.

En la unión, del tipo que sea, es condicionante su compatibilidad química de modo que la durabilidad del conjunto no se altere con el tiempo. El caso de la formación de pares galvánicos³⁷⁷ en los metales es un claro ejemplo. Esto no obstante pertenece más a los problemas constructivos, y no a los estructurales.

Al igual que al hablar de tipos estructurales, lo más razonable es usar lo que de modo más o menos implícito se entiende tanto por material: un tipo concreto de material compuesto. Conceptualmente es híbrido, pero una visión constructiva nos lo exige; y así se hará la posterior descripción de características.

Después de estos apartados introductorios que entiendo son necesarios para fijar un marco de diálogo común, procedamos entonces a dar un repaso a las propiedades más importantes de materiales con uso estructural, indicando cuales son sus ventajas y sus inconvenientes (siempre desde el punto de vista global antes mencionado y no sólo desde el punto de vista mecánico).

A.3. DESCRIPCIÓN DE MATERIALES DE USO ESTRUCTURAL.

A.3.1. MADERAS.

La madera tiene un comportamiento anisótropo, que junto con el higrométrico son las dos características que lo diferencian de otros materiales y que van a suponer su principal condicionante de diseño.

El enfoque de la seguridad en la madera es a través del concepto de tensiones admisibles. Es decir, todos los coeficientes de seguridad se agrupan y se utilizan para minorar el valor de la resistencia característica o básica.

Los coeficientes que afectan a las tensiones básicas son muchos y de diverso orden. No es este el lugar para detallarlos. Lo importante ahora es acotar su valor total; cosa que queda definida en las siguientes tablas. La tendencia actual de los nuevos códigos oscurece los valores totales y no la mencionaremos.

De unas maderas a otras existen diferencias. Pero las variaciones en las más usuales no son excesivas; y pueden ser agrupadas en dos grandes grupos: frondosas y coníferas.

Daremos los valores mecánicos³⁷⁸ de forma muy aproximada pero suficiente³⁷⁹ para definir los valores principales del problema.

³⁷⁷Esto ya ha sucedido en algún puente de aluminio unido con roblones de acero.

³⁷⁸Se han obtenido de:

Lahuerta J.; Formulario para el Proyecto de Estructuras; Madrid, 1975; ETSAM.

Valores similares pueden obtenerse de cualquier otro manual.

³⁷⁹Una descripción muy completa de las características mecánicas de gran número de especies; así como una descripción de las variables de reducción de las tensiones básicas, puede encontrarse en:

Arriaga Martitegui, Francisco; Estructuras de Madera; Vol. Y (Análisis de Normativa, Materiales y Tipología); Madrid, 1986; AITIM.

| 4. Tensiones admisibles | | | | |
|-------------------------|----------------------------------|---------------------------------|--|------------------------------|
| Solicitación | Angulo del esfuerzo y las fibras | Símbolo | Tensiones admisibles en kg/cm ² (1) para maderas: | |
| | | | Coníferas: pino, abeto, etc. | Frondosas: roble, haya, etc. |
| Compresión | 0° | $\sigma_{adm} \parallel \sigma$ | 80 | 100 |
| | 10° | | 70 | 85 |
| | 20° | | 60 | 76 |
| | 30° | | 50 | 65 |
| | 40° | $\sigma_{adm} \sigma$ | 41 | 55 |
| | 50° | | 36 | 46 |
| | 60° | | 28 | 39 |
| | 70° | | 24 | 34 |
| | 80° | | 21 | 31 |
| | 90° | $\sigma_{adm} \perp \sigma$ | 20 | 30 |
| Tracción | 0° 90° (2) | $\sigma_{adm} \perp \sigma$ | 80 0 | 100 0 |
| Flexión | — | $\sigma_{adm} \perp \sigma$ | 100 | 120 |
| Cortadura | — | σ_{adm} | 12 | 15 |

Tab.- 60

| 5. Módulos de elasticidad | | |
|------------------------------|--|---------------------|
| Clase de madera | Módulo de elasticidad E en kg/cm ² , en esfuerzo: | |
| | paralelo a las fibras | normal a las fibras |
| Coníferas: pino, abeto, etc. | 100 000 | 3 000 |
| Frondosas: roble, haya, etc. | 125 000 | 6 000 |

Tab.- 61

En las tablas anteriores se refleja la anisotropía del material.

Hemos dicho que el comportamiento higrotérmico era otra de las claves. No vamos a detallarlo demasiado. Simplemente comentar que dicha característica hace que tendamos al diseño de estructuras de modo que los movimientos de los miembros debidos a los cambios de contenido de humedad de la madera afecten del menor modo posible en el estado tensional de la misma.

A.3.2. FÁBRICAS.

La fábrica³⁸⁰ es un material heterogéneo. Sus propiedades no se pueden fijar aisladamente a través de las de sus componentes. Las propiedades mecánicas sólo pueden darse con propiedad para un caso concreto.

Al igual que hemos hecho con la madera, ofrecemos una serie de datos que son limitados pero suficientemente orientativos.³⁸¹

Nos interesa la resistencia final de la fábrica; y no la de sus componentes. Sin embargo, la resistencia de las piezas a unir nos da el *límite superior*; y por éste motivo damos algunos valores de referencia.

³⁸⁰Al hablar de fábrica a nivel estructural hablamos casi exclusivamente de sillería de piedra y de fábrica de labrillo. Es decir, siempre con sus elementos aparejados de forma regular y adecuada.

³⁸¹Todas las figuras y datos de las fábricas las hemos sacado, y se han limitado, al apartado de materiales de fábrica de: Huerta Fernández, Santiago. "Diseño Estructural de Arcos, Bovedas y Cúpulas en España ca. 1500- ca. 1800". Ph. D. ETSAM; Madrid. 1990. 461 pp.

| | compres. (Kg/cm ²) | tracc. (Kg/cm ²) | E (10 ³ Kg/cm ²) | p.esp. (kg/dm ³) | H (m) |
|------------------|-----------------------------------|---------------------------------|--|---------------------------------|----------|
| Tiza | 20-120 | 1-15 | 20-100 | 1.4 | 500 |
| Caliza ordinaria | 70-400 | 5-50 | 50-300 | 2.1 | 1119 |
| Caliza compacta | 400-1000 | 40-150 | 300-600 | 2.36 | 2966 |
| Esquistos | 150-700 | 10-100 | 70-500 | 2.22 | 2252 |
| Granito | 600-1800 | 60-150 | 150-700 | 2.85 | 4210 |
| Quarzita | 800-3000 | 70-200 | 250-800 | 3.06 | 6209 |

Tabla 1.1. Resistencias mecánicas de las piedras²

Tab.- 62 382

En la tabla, H representa el Alcance a compresión (σ/p). Los datos son orientativos y pueden sufrir variaciones por el origen del material que siempre varía de una cantera a otra.

Como vemos, la resistencia a tracción es el gran punto débil de estos materiales. Por su naturaleza constructiva, y a diferencia del hormigón, no nos es fácil hacer fuertes conexiones con elementos capaces de resistir tracciones.

El comportamiento básico de las fábricas es a compresión y flexocompresión (siempre con la resultante dentro del núcleo central de inercia).

No obstante, el campo que cubren en la arquitectura reciente es muy amplio, y ahí está la gran profusión de obras de bóvedas tabicadas que se han construido (sobre todo en España)³⁸³ o los trabajos más recientes de Eladio Dieste.³⁸⁴ Actualmente las fábricas vuelven a ser una línea de trabajo en el terreno estructural.³⁸⁵

En cuanto al ladrillo, su límite superior de resistencia varía normalmente entre 70 y 200 kp/cm²; aunque con un buen control de calidad es factible llegar a los 700 kp/cm². Esto nos da valores normales similares a las de las calizas ordinarias. Es por tanto un material con el que se podrían conseguir luces nada despreciables. Son factores no mecánicos los que hacen que no esté presente más que en pequeñas luces.

El tipo de mortero de **enlace** de las piezas es **vital**. La relación σ - ϵ de ambos debe ser parecida; de lo contrario, uno coaccionará al otro al deformarse juntos. El empleo de morteros de cemento ha sido en general un error que no se cometía en la antigüedad.

Con el mortero se puede llegar a resistencias muy altas (véase el apartado de hormigones). El problema del mortero no es sólo su resistencia sino la compatibilidad de deformaciones con los sillares o ladrillos. Por este motivo los mejores morteros son los de *cal* y los *bastardos* (*mezcla de cemento y cal pero ricos en cales*).

Los dos tipos básicos de morteros hoy día son el M y el O ³⁸⁶. El primero tiene una menor cantidad de arena, adquiriendo más rigidez y más resistencia. Suele ser el empleado a nivel estructural.

Vemos entonces que la resistencia a compresión de los elementos principales de las fábricas es elevada. Sin embargo, los valores de las fábricas son bastantes más bajos debido al enlace de las juntas. Según un informe del CIB³⁸⁷; los valores de resistencia de morteros son los siguientes:

³⁸²Queremos mencionar la fuente de referencia original, para subrayar la actualidad de los datos:

Delbecq, J.M.; Analyse de la Stabilité des Ponts en Maçonnerie par la théorie du calcul à rupture. (ph. D.); Ecole Nationale des Ponts et Chaussées; Paris, 1983.

³⁸³La información es escasa a nivel técnico; destacando la obra de Guastavino. Ver por ejemplo:

Guastavino, R.; Essay on the Theory and History of Cohesive Construction, Applied Especially to the Timber Vault; 2 nd. ed.; Boston, 1893; Ticknor and Co.

³⁸⁴Ver por ejemplo:

Dieste, Eladio; Montañez, Eugenio R. "Double-Curvature Shell of Reinforced Ceramic". *Proceedings of the World Conference on Shell Structures*; San Francisco, Oct. 1-4, 1962; Spangler R.W. (Tech. Edr.); Washington D. C. National Academy of Sciences-National Research Council. (Publication n° 1187). 1962. pp. 69-74.

³⁸⁵Además del mencionado estudio de Delbecq, es de mencionar: AA.VV.; Fastenings to Reinforced Concrete and Masonry Structures. State of Art Report; Lausanne, 1994; CEB.

³⁸⁶Dosificaciones Cemento/cal/arena de 1:1/4:3; $f_{ckmax}=520$ kp/cm²; $E_{nax}=124.200$ kp/cm².

³⁸⁷*International Recommendations for Masonry Structures*, CIB Report; Publication 58; C.f. Huerta; Op. Cit.

| Resistencia característica a compresión simple de las piedras (Kg/cm ²) | Resistencia característica a compresión simple de la fábrica en función del tipo de mortero (Kg/cm ² ver Tabla 2.5) | | | |
|--|---|-----|-----|-----|
| | M4 | M3 | M2 | M1 |
| 20 | 13 | 14 | 14 | 14 |
| 50 | 29 | 33 | 34 | 35 |
| 75 | 35 | 41 | 45 | 49 |
| 100 | 41 | 47 | 53 | 62 |
| 150 | 51 | 59 | 67 | 82 |
| 200 | 61 | 69 | 80 | 97 |
| 300 | 72 | 86 | 102 | 120 |
| 400 | 81 | 104 | 120 | 143 |
| 600 | - | - | 160 | 188 |

Tabla 2.3. Resistencia de las fábricas en función del tipo de mortero³⁸⁸

| Tipo de mortero | Resistencia media a los 28 días (Kg/cm ²) | Composición aproximada en volumen | | |
|-----------------|--|-----------------------------------|-------------|-------|
| | | ceemento | cal | arena |
| M1 | 20 | 1 | 0-1/4 | 2 1/4 |
| M2 | 10 | 1 | 1/4-1/2 | - |
| M3 | 5 | 1 | 1/2-1 1/4 | - |
| M4 | 2.5 | 1 | 1 1/4-2 1/2 | - |

Tabla 2.4. Resistencia de los morteros tipo³⁸⁹

Tab.- 63

Vemos que los problemas de resistencia vienen derivados de la unión, y no de la resistencia de las partes. Esto quiere decir que nos encontramos con un problema no resuelto. *Es un principio de diseño, que aquí contravenimos, que la unión nunca se convierta en "fusible" estructural. De hecho, las resistencias más altas se alcanzan con usando como junta una simple lechada, casi sin espesor. Los Romanos conocían sin duda este hecho pues realizaban el asiento de los sillares de los puentes prácticamente a hueso.*

El potencial de las fábricas es muy alto; su único límite, como ya dijimos, lo marca la resistencia a compresión de las piedras y ladrillos que forman sus piezas. En la fuente ya citada podemos encontrar anotaciones y bibliografía referente a variables mecánicas de diseño (espesor de juntas, etc.).

Si nos conformamos con lo que hoy por hoy podemos hacer, también es cierto que podemos alcanzar fácilmente resistencias similares a las de los hormigones de media-baja calidad; teniendo por tanto un rango de luces bastante amplio. La arquitectura hasta ahora ejecutada así lo avala. *No son desde luego las luces del acero; pero sí son valores muy respetables. Además, su uso resuelve al mismo tiempo parte o todo el cerramiento; por lo que la comparación de costes no es tan distante como en principio pueda parecer.*

Los valores admisibles³⁸⁸ son desde luego más bajos que los dados en las tablas para las características o las de rotura. El coeficiente total de minoración de las tensiones características anda entre 2 y 3; y el de las de rotura en torno a 10.

389

³⁸⁸La falta de normalización es una gran barrera a la hora de proyectar luces de cierta importancia. La situación de hoy día es sin duda peor que hace 100 años; donde al menos tenían la experiencia. En madera, en España, sucede lo mismo por una falta de normalización (a pesar de tener la parte de cálculo muy definida). El resultado es que los coeficientes de mayoración son a veces absurdos. Es importante hacer estas anotaciones, ya que muchas de las penalizaciones de un material no son siempre intrínsecas a su naturaleza. En el caso de las fábricas, de no existir los nuevos materiales, el control de producción y de puesta en obra habría evolucionado en mucho mayor grado, y los valores admisibles de las tensiones serían otros. No obstante, no parece que la situación vaya a cambiar. Al igual que pasa con alguno de los nuevos materiales, los costos son a veces limitativos y hacen entrar en juego a materiales de peor calidad pero más baratos. *Puede ser importante tener esto siempre en cuenta; ya que el valor de un material no se mantiene constante.* El ejemplo más claro está en el hierro. Su aparición en la ingeniería, a finales del XIX, tiene una diferencia de cincuenta a cien años con los primeros productos de cierta calidad.

Con las **fábricas de ladrillo** nos pasa lo mismo, y las resistencias van a ser mucho más bajas que las de la pieza individual. Veamos los valores de la normativa española ³⁹⁰.

| Ladrillo | Res. ladr. (Kg/cm²) | Resist. de cálculo de la fábrica Kg/cm² | | | | | |
|-----------|---------------------|---|------|------|------|------|-------|
| | | M-5 | M-10 | M-20 | M-40 | M-80 | M-160 |
| Macizo | 70 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | - |
| | 100 | 16 | 18 | 20 | 22 | 25 | 28 |
| | 150 | 20 | 22 | 25 | 28 | 32 | 36 |
| | 200 | 25 | 28 | 32 | 36 | 40 | 45 |
| | 300 | 32 | 36 | 40 | 45 | 50 | 56 |
| Perforado | 100 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 25 |
| | 150 | 18 | 20 | 22 | 25 | 28 | 32 |
| | 200 | 22 | 25 | 28 | 32 | 36 | 40 |
| | 300 | 28 | 32 | 36 | 40 | 45 | 50 |
| Hueco | 70 | 6 | 7 | 8 | 9 | - | - |
| | 50 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | - |
| | 70 | 10 | 11 | 12 | 14 | 16 | - |
| | 100 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 |
| | 150 | 16 | 18 | 20 | 22 | 25 | 28 |
| | 200 | 20 | 22 | 25 | 28 | 32 | 36 |

Tabla 2.5. Resistencia de las fábricas de ladrillo según MV-201.

Tab.- 64

Hay que decir que la normativa actual es demasiado conservadora, y responde a situaciones de casi nulo control de calidad. Los valores pueden crecer mucho, en razón de dos a tres sin gran dificultad; e incluso más si se extrema el control de calidad en todas sus fases (desde la fabricación a la puesta en obra).

Los valores de resistencia a **tracción** de las fábricas suelen andar por valores entre **1 y 5 kp/cm²**; (tensiones de adherencia), lo cual explica que no se considere su resistencia. La resistencia a tracción de la pieza de fábrica suele ser más alta; pero nunca va a llegar a valores importantes; ni a una buena fiabilidad.

La resistencia a **cortante** sí puede llegar a ser un valor determinante. Estudios recientes ³⁹¹, y la práctica, han avalado la teoría de Coulomb. Según esta, la resistencia a cortante es igual a:

$$\tau = \tau_0 + \sigma \tan(\phi) ; \text{ ec. - 230}$$

donde:

τ = resistencia a cortante.

τ_0 = cohesión (resistencia a cortante puro)

σ = tensión normal de compresión.

ϕ = ángulo de rozamiento interno $\Rightarrow \tan(\phi) = \mu$ = coeficiente de rozamiento estático.

Es importante anotar que la mayor componente no suele ser la de la cohesión; sino la derivada del rozamiento.

En fábricas de ladrillo los valores de la cohesión están entre 2 y 8 kp/cm²; y los de $\tan(\phi)$ entre 0,7 y 0,8.

En fábricas de piedra, en los viejos manuales de puentes es normal tomar $\tan\phi=0.5$ ($\phi=27$). El valor de ϕ puede crecer hasta los 40 grados; con valores máximos del coeficiente de rozamiento de en torno a 0.8.

De no existir un normal de importancia, la junta puede volver a ser el "fusible".

³⁸⁹ Es muy interesante la anotación hecha en: Santiago Huerta;...op.cit.; según la cuál en los manuales de entre finales del XIX y principios del XX se tomaba la **tensión admisible con valor de un décimo de la de rotura**. Eso parece concordar con los valores actuales; lo cual indica, según hemos dicho, que no hemos hecho nuevas investigaciones o aportaciones.

³⁹⁰ La MV-201 ha sido sustituida por la EFL-90; pero sin mayores novedades.

³⁹¹ Se han realizado para valores de tensión normales, alrededor de unos 20 kp/cm²; ver S. Huerta; op. cit.; pp. 36.

Para el **módulo de elasticidad** es difícil dar, de nuevo, valores fijos. Para tener una referencia, en ladrillo podemos andar entre 50.000 y 150.000 kp/cm²; y en piedra entre 130.000 y 270.000 kp/cm². El *valor de (E) en las fábricas* es del mismo orden; ya que lo ideal es que el mortero de unión tenga una rigidez lo más similar posible al de la pieza.

Resulta cuando menos paradójico que los dos materiales más usados en la historia de la construcción (la madera y las fábricas); sean hoy día los dos menos conocidos. La madera ha tenido una fuerte recuperación en este siglo. Pero su estudio en profundidad no se debe al uso en construcción sino a su empleo para el fuselaje de aviones. Con las fábricas no hemos tenido esa suerte.

A.3.3. HORMIGONES.

El hormigón es un material compuesto por la mezcla de un árido y un mortero o conglomerante más agua. Al igual que sucede en las fábricas, las propiedades finales dependen de ambos.

La relación σ - ϵ de ambos, de nuevo, es fundamental para sus propiedades mecánicas. Así por ejemplo, entre el hormigón normal y el ligero hay una diferencia de raíz importante; y es la distinta rigidez de los áridos empleados. Esto hace que un cada caso, sea el material más rígido el que más carga tome e influya más en la resistencia.

En la actualidad, a los componentes básicos tradicionales se suma el empleo de otros productos, como se verá después.

El (ph) de cualquier hormigón para armar debe estar por valores entre 12,5 y 13,5; el valor límite de protección es 9. Estos valores son fundamentales para la protección de las armaduras ante la corrosión.

La carbonatación es otro de los problemas de cualquier hormigón. Comienza en el exterior y va profundizando en función de diversos factores. La zona carbonatada tiene valores de (ph) inferiores al límite³⁹².

La compactación es un elemento importante para la resistencia y durabilidad de cualquier hormigón.

Dentro de los hormigones distinguiremos por una parte los convencionales de los especiales³⁹³. Dentro de los especiales tienen especial interés los hormigones ligeros y, sobre todo, los de alta resistencia. *Ligereza y resistencia son, a partir de cierto valor, incompatibles.* Ello se debe a que el árido de los hormigones ligeros es siempre el elemento que marca su límite de resistencia. Se hablará también de los hormigones de polímeros.

Un árido normal de buena calidad puede llegar a resistencia del orden de 1000 a 1500 kp/cm². Estos valores constituyen por tanto un *límite superior* de resistencia *para cualquier tipo*.

A.3.3.1. Hormigones convencionales.

Hablaremos principalmente de los hormigones especiales³⁹⁴. Los normales son más conocidos y nos limitaremos a recordar algunas de sus propiedades mecánicas. Nos interesa su diagrama σ - ϵ parábola-

³⁹²Una fórmula usada para ello es:

$x = k \cdot \sqrt{t}$; siendo x = profundidad zona carbonatada en cm; t el tiempo en años y k un factor que varía entre 0.25 y 0.7 en función básicamente de la compactación del hormigón.

Esto quiere decir que una estructura de hormigón normal al exterior, con recubrimientos de 3 cm., dejaría corroerse sus armaduras a partir de los 36 años de vida. Desgraciadamente, todo esto es algo más que teorías.

³⁹³Llamamos convencionales a todos aquellos permitidos en la normativa española. Especiales son aquellos en los que, por su composición (materiales y/o granulometría), se consiguen prestaciones muy diferentes de las de los convencionales.

³⁹⁴En el tema de hormigones especiales ha sido de gran utilidad el siguiente trabajo:

Calavera, José; González Valle, Enrique; et. al. "Estudio Tecnológico Prospectivo para Paso sobre el Estrecho de Gibraltar (Cap. 2.2.4: Materiales)". *INTEMAC*. (Manuscrito). 1991. pp.56-104.

rectángulo, con tensión constante a partir de una ε del 2 por mil hasta la ruptura en 3.5 por mil; y su módulo de deformación secante³⁹⁵ $E_i = 19.000 \sqrt{f_i}$. Si el valor de ε es alto ($\geq 2 \text{‰}$); el comportamiento reológico comienza a ser importante. Con estructuras bien planteadas conseguiremos llegar a modelos de gran simplicidad y durabilidad; lo cual implica respetar ciertas esbelteces a pesar de que ello pueda resultar poco “innovador”.

Recordemos también que los aceros manejados tienen un límite elástico que oscila entre 4100 y 6100 kp/cm²; y que los hormigones poseen una resistencia característica que varía entre 150 y 500 kp/cm².

A.3.3.2. Hormigones ligeros.

El punto diferenciador es, como ya dijimos, el tipo de árido empleado. Se consigue una reducción de peso importante. La resistencia no es en principio algo a mejorar; y no suele mantenerse a niveles mucho menores que los hormigones normales.

Debido a la baja rigidez del árido, la carga es resistida básicamente por el mortero. El árido va a penalizar la deformación. Un incremento del hormigón hace subir considerablemente la resistencia pero nos va aproximando el peso específico al de los hormigones normales. No obstante, con pesos ligeros se consiguen resistencias elevadas (se usan morteros de más resistencia).

Los áridos más empleados son los de arcilla expandida, pizarra expandida y cenizas volantes calcinadas.

El peso específico total suele variar entre 1 y 2.2 t/m³. A partir de estos valores, el aumento de peso no compensa la mejora de resistencia. Lo habitual son valores de 1,5 a 1,7 t/m³. Con pesos de 2 t/m³ se han conseguido resistencias del orden de 500 kp/cm²; y de 750 kp/cm² añadiendo microsílices.

El tipo de relación (σ - ε) es notablemente distinta a la del hormigón normal. La diferencia está, no tanto en el valor de los módulos de elasticidad E , como en el comportamiento más frágil del ligero. El valor de E depende mucho del tipo de árido pero puede incluso ser la mitad que en los normales.

Veamos ésta ideas gráficamente³⁹⁶.

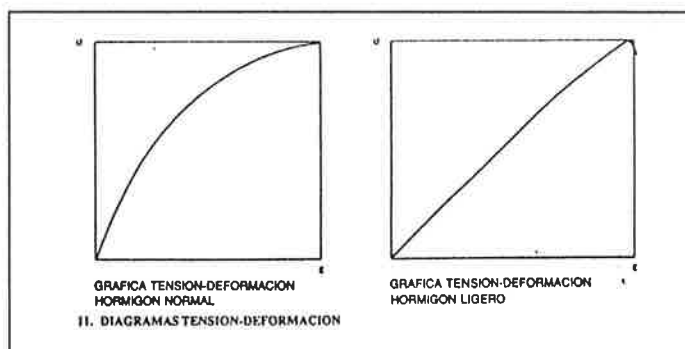


Fig.- 176

³⁹⁵La norma limita la fórmula a los casos en los que en las condiciones de servicio no se tengan tensiones mayores de $0.5f_i$; cosa que sucede habitualmente con un buen diseño.

³⁹⁶Los dos gráficos, así como gran parte de los datos, han sido tomados de: Pellicer, Domingo. “El hormigón ligero”; *Investigación y Ciencia* (); pp. 9-17.

De lo publicado en España, un libro básico al respecto es:

Karl, Sieghart; Weigler, Helmut. Hormigones Ligeros Armados. (2ª ed.) Barcelona. Gustavo Gili. 1993(1974).

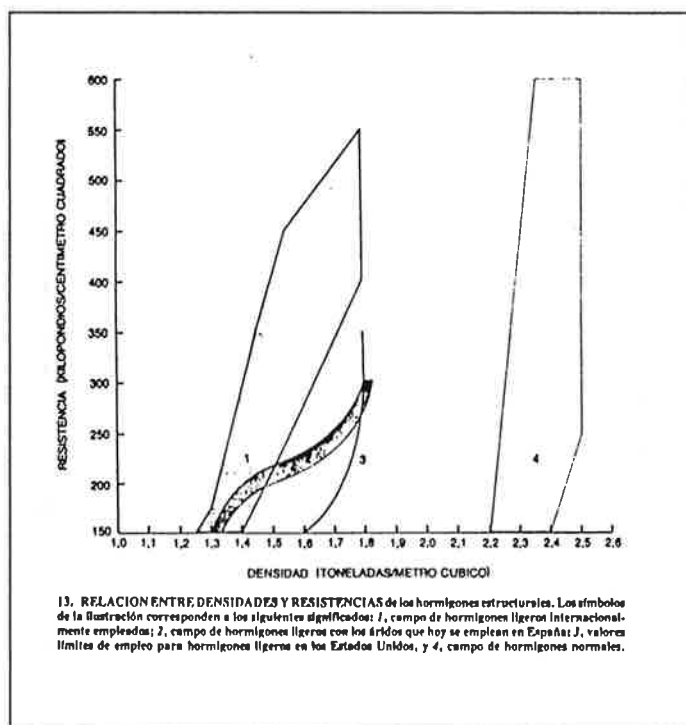


Fig.- 177

La durabilidad, para la misma resistencia, es muy similar a la del hormigón normal.

Por último, comentar que la menor conductibilidad del hormigón ligero lo hace en principio más apto para la resistencia al fuego.

A.3.3.3. *Hormigones de alta resistencia.*

Los caminos habituales que se han seguido para conseguir hormigones de altas resistencia han sido por una parte mejorar la calidad de los cementos y por otra reducir la relación agua/cemento.

La mejora de calidad se ha conseguido a través de una mayor finura de molido, con grandes saturaciones de cal producidas en las reacciones de hidratación que perjudican notablemente la durabilidad del producto. El menor volumen de agua de la mezcla disminuye la trabajabilidad. Esto puede influir tanto en la resistencia como en la durabilidad.

Para mejorar la resistencia se han empleado aditivos del tipo de las cenizas volantes, escorias de alto horno finamente molidas y, sobre todo, microsílíce.

El empleo de microsílíce, desde los años 60, tiene fuertes ventajas. Con el se mejora tanto la compactación de la mezcla como sus características puzolánicas; repercutiendo en igual medida en su resistencia y en su durabilidad a agentes atmosféricos y químicos. Su inconveniente es la reducción del (ph), que incrementa la carbonatación y por tanto disminuye la durabilidad. El problema está sin resolver. La mejora de la compactación mejora también la resistencia al fuego.

Dentro de la línea de la dosificación se enmarcan los trabajos sobre aditivos superfluidificantes realizados en toda la segunda mitad de éste siglo.

Dentro de la normativa, lo normal es considerar como hormigón de alta resistencia aquel que tiene una (f_{ck}) ≥ 500 kp/cm². Hasta los 600 kp/cm² se llega con materiales normales; a partir de ahí es necesario el empleo de microsílices u otro tipo de aditivos similares.

Se han conseguido ya hormigones con resistencias del orden de 1000 kp/cm², lo cual indica que estamos próximos al límite superior de resistencia. Lo más normal es hablar de valores de 800 Kp/ cm². Ello se consigue con la combinación de microsílices, altas relaciones de cemento/agua y superfluidificantes (consiguiéndose una trabajabilidad excelente).

La resistencia a la **tracción** baja con el aumento de la de compresión, estando entre valores del 5 y el 10% de ésta.

Por otra parte, y al igual que sucede con los hormigones ligeros, la ductilidad no es muy buena. La relación (σ - ϵ) no está claramente definida a priori; pero como regla general el hormigón de alta resistencia es más rígido (mayor E) y más frágil.

Los fenómenos de rotura frágil están siendo estudiados a través de modelos no lineales de mecánica de fractura (destaca el método del Efecto Tamaño recomendado por RILEM en 1990). La tenacidad crece menos que la resistencia. La explicación está en la distinta microestructura interna³⁹⁷. Existen menos huecos para disipar energía al avanzar la grieta, y ésta avanza directamente a través del árido.

Estos fenómenos de fragilidad afectan al punzonamiento y al cortante, reduciendo los valores normales; e indicando que el modelo de cálculo quizás no pueda ser el mismo que el de los normales. Para ciertos casos se cree que lo ideal es el análisis mediante la mecánica de fractura. Los problemas de fragilidad se están intentando resolver a través de la adición de fibras (con muy buena adherencia al hormigón).

La **retracción** debe ser cuidada en mayor medida. Al usarse una baja relación agua/cemento, el curado es algo vital. La primera fase de la retracción, la plástica, se produce muy rápido. Se puede alcanzar, en sólo el primer día, valores de entre el 15 y el 25 % del total. Los valores finales, no obstante, son similares a los del h. normal. La realidad es que no existe todavía un modelo fiable. Por contra, la mayor rapidez de fraguado es una ventaja económica.

En cuanto a la **fluencia**, la experiencia demuestra que los valores son menores que en el normal; pero tampoco existe un único modelo consensuado. Para valores altos de tensión se sitúa entre valores del 2 y 3 ‰. La fluencia se concentra casi en su totalidad en las primeras edades, y disminuye al crecer la resistencia. Esto tiene especial importancia en el pretensado. Las obras con HAR (hormigón de alta resistencia) suelen estar asociadas a ciclos de carga de gran duración (superior a 10⁷). Para un número elevado de ciclos, el valor de la resistencia no influye demasiado.

En ciertos casos, en las etapas finales podemos tener resistencias del orden de la mitad de la iniciales, lo cual nos da idea de la importancia del fenómeno en algunas tipologías.

El módulo de elasticidad (E) es más alto, como es lógico, que en los normales; y puede tomarse, según el CEB-FIP ³⁹⁸ como:

$$E_c = 10^4 (f_{ck} + 8)^{1/3} ; \text{ ec. - 231}$$

donde:

E_c = módulo de elasticidad a la edad de 28 días. (Mpa)

f_{ck} = resistencia característica a los 28 días. (Mpa)

Lo habitual son valores en torno a los 50.000 Mpa.

Algunos autores³⁹⁹ creen que éste valor es demasiado bajo, y recomiendan realizar ensayos previos cuando existan problemas de deformación.

³⁹⁷ Esto es algo muy importante, y que le confiere propiedades distintas del hormigón normal.

³⁹⁸ El nuevo código modelo publicado en 1993 por el CEB/FIP; da reglas de diseño para hormigones de hasta 800 kp/cm².

³⁹⁹ Aguado, Antonio; Oliveira, Marcel O.F.; Gettu, Ravindra. "Bases de Cálculo para el Proyecto de Estructuras de Hormigón de Alta Resistencia"; *Cemento-Hormigón*; Ago. 1992; n° 709; pp 991-1005.

El artículo nos da una visión general, a nivel de proyecto, muy completa y con referencias muy actuales.

El coeficiente de Poisson baja con el aumento de resistencia. Lo habitual es que ande entre 0.1 y 0.2; siempre menor de 0.5.

El campo de aplicación de éstos productos ha estado principalmente en soportes de edificios en altura y plataformas marinas. En los primeros esto se ha combinado con el uso de hormigones ligeros en los forjados; llegándose a aligeramientos totales de hasta el 30%. También se ha usado en elementos a flexión muy solicitados (en la cabeza de compresión). Dentro de nuestro campo, los mayores logros están dentro del edificio en altura. La siguiente figura nos lo muestra fácilmente.

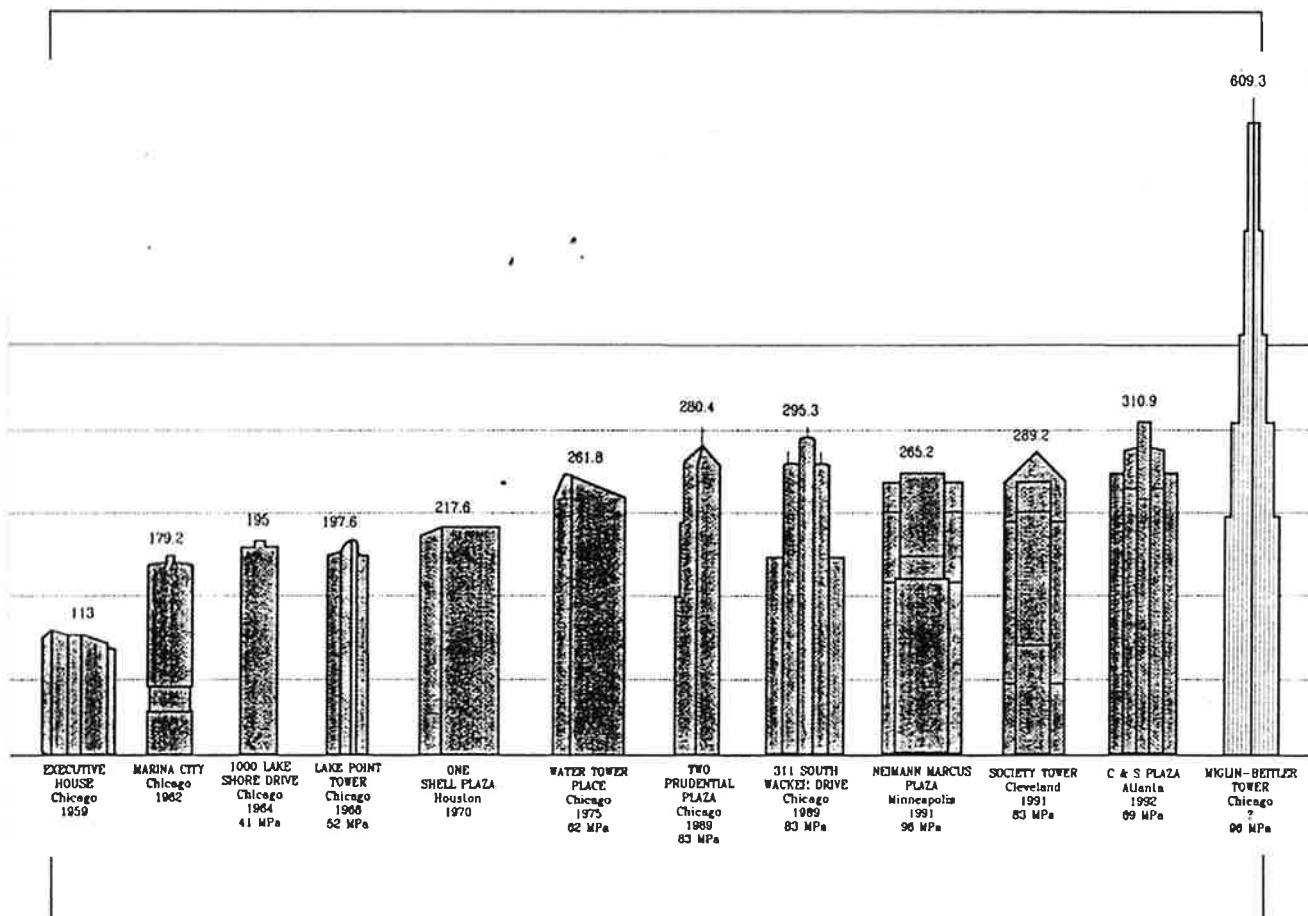


Fig.- 178

Los logros conseguidos son, como vemos, muchos; pero aún quedan muchas dudas sin resolver⁴⁰⁰ en un material que, desde luego, promete incrementar su uso.

A.3.3.4. *Hormigones de polímeros.*

Tenemos básicamente dos tipos:

A- *Hormigón con cemento portland más un monómero.*

La impregnación generalmente se hace in situ y en la totalidad de la sección. Existen variantes que afectan sólo a una capa exterior. Se produce una mejora en la compacidad, repercutiendo en resistencia y durabilidad.

⁴⁰⁰Puede verse, para un resumen de la necesidades de investigación, por ejemplo:

Walraven, Joost; High Performance Concrete. AA.VV; Advanced Studies on Structural Concrete; CEB (Edr.); Oct. 1994; Lausanne; pp. 109-124.

Con una dosificación de hormigón de 350 kp/m^3 se pueden llegar, después de la impregnación, a valores de resistencia de hasta 1400 kp/cm^2 . Lo normal es llegar a resistencias de 1000 kp/cm^2 para flexotracción y 70 kp/cm^2 para tracción.

Las mejoras de durabilidad son muy importantes: reducciones de hasta un 99% en la absorción de agua, que a su vez mejora la resistencia a los ataques externos. Destacamos la mejora de resistencia a los cloruros; resultando prácticamente impermeable a ellos.

B- Se mezclan áridos y un monómero; y se polimeriza sin cemento portland.

Tiene una alta resistencia y durabilidad, así como un curado muy rápido a temperatura ambiente. A nivel estructural está mucho menos experimentado que el anterior.

Los hormigones de alta resistencia ya son un hecho dentro del edificio en altura⁴⁰¹; y están y estarán cada vez más presentes en los puentes.

Se está tendiendo a hablar de hormigón de “Altas prestaciones” en lugar de “Alta resistencia”; queriendo indicar con ello que la mejora se produce en varias características y no sólo en la resistente.

Como vemos, la línea de trabajo más importante del hormigón va enfocada hacia la durabilidad (al igual que sucede en el acero). El volumen económico que supone la corta vida de las actuales estructuras es impresionante; y compensa largamente la inversiones en investigación⁴⁰².

A.3.3.5. Hormigones reforzados con fibras metálicas (Microreforzados).

La adición aleatoria de fibras metálicas, y de muy corta longitud, los convierte en algo distinto a los tipos anteriores.

Este tipo de hormigones se ha desarrollado en el departamento de I+D de Bouygues⁴⁰³; encaminado a conseguir estructuras de hormigón pretensadas sin armaduras pasivas. Se le ha denominado “Reactive Powder Concrete”; y puede alcanzar resistencias a compresión de 200-800 Mpa; y gracias a las fibras metálicas, hasta 50 Mpa de resistencia a flexotracción.

Puede ser por tanto un hormigón de “Ultra Alta resistencia”; basado en los siguientes principios:

a- Mejora de la homogeneidad debido a la sustitución del árido grueso por partículas de cuarzo de tamaño inferior a 300 micras.

b- Incremento de la densidad seca compactada, por adición de humo de sílice y por presión antes y durante la fase inicial de fraguado.

c- Mejora de la microestructura mediante curado con calor.

A.3.4. HIERROS Y ACEROS.

El primer empleo estructural del hierro se produce en 1779 en el puente de hierro de Coalbrookdale. Las viejas aleaciones de hierro del XIX tenían problemas de fragilidad por su alto contenido en carbono y su distribución poco homogénea del mismo. Esto propiciaba la aparición de líneas de rotura frágil. Por ello, éste material no era demasiado apto para elementos a tracción. Cuando era

⁴⁰¹Para un análisis global de los futuros posibles usos del hormigón en el campo de la estructura puede verse: Tassios, T.P. "Concrete Structures for the Year 2000". *Proceedings of the IABSE Symposium; Paris-Versalles; 1987*. 1987. pp.639-646.

⁴⁰²Stix, Gary. "Tendencias en Materiales. Claves de Hormigón". *Investigación y Ciencia*. Jun. 1993. pp.73-83.

⁴⁰³Cheyrezy, M; Dugat, J; Richard, P; "A Prestressed Beam without Convencional Reinforcing". *National Report of Czech Republic. FIP '94.- XII Congress*. Proceedings, Vol. 1; pp F133-F138. FIP, Londres, 1994.

necesario para la flexión se usaba hierro casi en estado puro, con bajo contenido en carbono; pero con estructura fibrosa poco recomendable a tracción. La forja es apta para tracción al triturar las irregularidades en el proceso de fabricación; pero el procedimiento es demasiado costoso para grandes cantidades.

Como ya dijimos en el Capt. 2; el acero era también conocido desde hacía mucho tiempo. El problema era su precio de producción. El sistema de Bessemer en 1856 (acero Bessemer) permite obtener acero a precio razonable en grandes cantidades. A finales del XIX⁴⁰⁴ se consiguen los primeros aceros de buenas características. Es la época del puente de Brooklyn o el Forth. El acero empleado en el de Brooklyn es de 11.000 kp/cm².

En los años treinta se vuelve a dar una mejora sustancial en el acero. Es la época del Golden Gate o del George Washington. Los aceros trefilados comienzan su desarrollo, que llega a su tope en los años 60 (el Verrazano Narrows se finaliza en 1964). En esos años se llega ya a los valores actuales de límite elástico de estos aceros que andan entre 15.000 y 18.000 kp/cm². En aceros de pretensar se llega a valores de 19.000 kp/cm².

Las resistencias de los aceros convencionales han ido evolucionando desde valores en torno a los 3000 kp/cm² de principios del XIX, hasta los máximos de 8000 kp/cm² para los actuales.

A.3.4.1. Nuevas aleaciones para piezas de fundición en hierro y en acero.

La fundición no es, como ya hemos dicho, algo nuevo. En las últimas décadas, no obstante, la gran novedad ha sido su uso para el diseño de piezas de unión traccionadas.

Las nuevas aleaciones han permitido corregir los problemas de fragilidad y usar piezas de fundición en elementos traccionados. Ello se ha conseguido bien con la reducción del contenido de carbono, bien con la mayor homogeneidad en su distribución.

El resultado, a menudo, son construcciones de gran interés. Muchas de ellas han sido realizadas por Ove Arup & Partners. Por ello, limitaré mis notas al respecto a la información aportada por uno de sus miembros⁴⁰⁵.

Hasta ahora, se han usado⁴⁰⁶ básicamente dos tipos de aleaciones:

A- Hierro SG (spheroidal graphitic).

B- Acero de bajo contenido en carbono.

⁴⁰⁴Las fechas de los saltos de luz corresponden a las realizaciones. Hay siempre un desfase de 30 o 40 años hasta que el nuevo material gana la confianza de la técnica.

⁴⁰⁵Manning, M.W. "Iron and Steel Castings in Tension Structures". *Proceedings of the 1st. Oleg Kerensky Memorial Conference; Session 5; London; Jun. 22; 1988*. 1988. pp. 23-25.

⁴⁰⁶Todavía no existe un control de calidad en la producción satisfactorio; por lo que los costos de control posteriores son altos. En la siguiente tabla se dan datos de ellos y referencias a la normativa británica (BS). El artículo de más datos sobre esos procesos de control.

| Comparison of material properties in test bars for structural grade metal castings | | | | |
|--|-------------------------------------|------------------------------------|------|---|
| ladle analysis | SG iron: BS 2729 grade 370/17 | cast steel: BS 3100 grade A4 | | offshore steel castings project (grade SSD) |
| | | max | min | |
| C | 3.70 | 0.25 | 0.18 | 0.135 |
| Si | 2.04 | 0.60 | - | 0.26 |
| Mn | 0.05 | 1.6 | 1.2 | 1.3 |
| S | 0.01 | 0.05 | - | 0.005 |
| P | 0.02 | 0.05 | - | 0.01 |
| Al | 0.002 | | | 0.024 |
| Mg | 0.045 | | | |
| Tensile strength | 370 | 690-540 N/mm ² | | 620-490 |
| 0.2 % proof stress | 230 | 320 | | 345 |
| Elongation | 18 | 16 | | 20 |
| Charpy V notch | 12 at -20° C | 30J at -20° C | | 41.5 at -20° C |
| Brinell hardness | 179 | 152 HB to 207 HB | | — |
| COD value | 0.16 | | | |

Fig.- 179

En la figura podemos ver sus datos más característicos.

Tendencias en las investigaciones en aceros. 407

Como ya dijimos, las investigaciones en acero van dirigidas a mejorar la calidad global del mismo; y no a los aumentos incontrolados de su resistencia.

En laminados, las tendencias actuales pasan por unificar las resistencias y mejorar características de soldabilidad, fatiga, ... Pasar a valores de resistencia más altos no tiene ventajas por el consiguiente aumento de ϵ_s ; que repercutiría negativamente en la rigidez y en la influencia del pandeo.

Desde hace unos treinta años, las mejoras de los aceros no han ido hacia su resistencia a rotura (que podría fácilmente aumentarse) sino **a la mejora de la durabilidad**. Varios han sido los motivos:

1- *La fatiga* no es un fenómeno totalmente conocido y los estudios teóricos (últimamente a través de la mecánica de fractura) presentan discrepancias con la realidad. Los problemas de fatiga se agravan con el aumento de tensión. Además, la débil resistencia a fatiga de la unión soldada supone un grave problema.

2- *La corrosión* es un cáncer para los aceros. Sólo los inoxidables son resistentes, pero no pueden ser producidos a precios adecuados. Los aceros autoprottegidos se comenzaron a desarrollar en los años 60; y son una posible solución, aunque no definitiva. Los aceros trefilados son más afectados por la corrosión que los normales. Las picaduras son más localizadas, debido a su estructura interna, y pueden dar lugar a rotura frágil por pérdida de sección.

3- Por otra parte, si la tensión que se aplica al material está próxima al límite; puede dar lugar a lo que se conoce como *fatiga estática* (rotura diferida); de la que luego hablaremos. El fenómeno se presenta en mayor grado en los aceros de alta resistencia.

4- Los *fenómenos simultáneos de corrosión-fatiga* son aún poco conocidos. Los problemas se agravan de nuevo con el incremento de resistencia.

⁴⁰⁷ Casi toda la información dada en éste apartado proviene de:

Tajima, Jiro. "Developments of Steel in Tension". *Proceedings of the 1st. Oleg Kerensky Memorial Conference; Session 5; London; Jun. 22; 1988.* 1988. pp. 1-5.

Por éstos motivos, **las mejores de los aceros han ido hacia:**

a- **Soldaduras.** Reducción de la aportación de fósforo y azufre en soldaduras automáticas. Con ello se minora el riesgo de laminación del material, con mejoras en el comportamiento frágil de material.

b- Tratamientos termomecánicos (TMCF) en la producción. Se consigue ampliar la zona libre de fragilidad en soldaduras. Se ha conseguido para aceros de entre 3000 a 6000 kp/cm².

c- Sistemas para **evaluar la tenacidad** del acero de la unión soldada.

d- Mediante la aplicación de la mecánica de fractura, se ha conseguido **modelizar** con precisión la **evolución en fatiga** del acero en función del tamaño de la imperfección inicial. No obstante, los fenómenos de fatiga no están totalmente controlados; y los fallos por éste motivo siguen ocurriendo.

e- **Investigación** de los fenómenos denominados de **fatiga estática**⁴⁰⁸. A partir de una concentración de tensiones debida a una unión, una rotura inicial de fatiga o un punto de corrosión, van poco a poco cerrando las tensiones hasta que de repente, y sin una deformación plástica aparente, se produce un rápido colapso. Se cree que en ambiente no corrosivo, el fenómeno viene inducido por el hidrógeno; y si el ambiente es corrosivo, puede inducirlo tanto el hidrógeno como el aumento de tensión por corrosión. El fenómeno se incrementa en las uniones con tornillería de alta resistencia. El problema de nuevo es aproximarse demasiado al límite elástico. Cualquier incremento de tensiones se dispara muy fácilmente.

f- **Corrosión.** Hasta ahora ni siquiera ha sido posible predecir la duración de la protección. La variabilidad del ambiente no conduce a resultados, y los ensayos en ambientes controlados tampoco parecen poder inferir reglas. Sigue siendo por ello uno de los mayores problemas del acero. A parte de los tratamientos conocidos, se han utilizado sistemas como reducir la humedad del aire con una corriente de aire seco (en emparrillados); con buenos resultados. La idea más interesante es incidir en la composición química del acero para reducir su tendencia corrosiva. En el acero inoxidable se consigue de ese modo, pero su producción en grandes cantidades es inviable. Otras alternativas no existen. Hasta el momento, la mayor esperanza está en los aceros autoprottegidos; salvo en cables que se apuesta por un cincado; con buenos resultados. Quedan dudas para duraciones de más de 100 años; y se está pensando en la posibilidad de usar una protección del cable con un tubo plástico e inyección de mortero.

Todo ello hace que, en aceros de alta resistencia, se trabaje con coeficientes de seguridad del orden de entre 2 a 3. El menor corresponde a aceros de pretensar donde hay mayor protección del cable.

A.3.5. ALUMINIOS.

De nuevo tenemos que hablar en plural. Como en toda aleación metálica, sus propiedades se pueden diseñar en cierta medida. Las aleaciones resistentes se consiguen añadiendo magnesio; la primeras usadas en puentes son de 1929. Actualmente hay también otros tipos de aleaciones.

Es un material soldable, pero los trabajos deben realizarse con más cuidado que en acero. En las zonas soldadas hay una merma de la resistencia y una reducción de la ductilidad (daremos, de hecho, valores distintos de resistencia en el caso de que las uniones sean soldadas).

El aluminio tiene un papel actual de gran importancia en las estructuras navales; y es ahí donde más se está investigando. Su gran ligereza es la gran ventaja respecto al acero. En obra civil hay también bastantes experiencias, desde puentes a estructuras ligeras para cubiertas. Recientemente se ha propuesto un puente para el estrecho de Messina con éste material; lo cual nos da una idea de su potencial.

⁴⁰⁸Se denomina estática por que la fractura frágil se produce bajo carga estática.

La siguiente tabla⁴⁰⁹ nos muestra diferentes tipos de aluminios estructurales comercializados en Inglaterra⁴¹⁰.

La serie 5000 la forman las aleaciones con magnesio, y no es tratable en caliente. Se comercializa en forma de perfiles, hojas y placas. La serie 6000 son aleaciones con magnesio y silicio; éstas además son adquiribles en formas conformadas por extrusión. Se le pueden hacer tratamientos en caliente que mejoran su ductilidad. A la serie 7000 se le añade cobre, dando las resistencias más altas de todas las series; pero presenta problemas de corrosión y soldabilidad; lo cual lo penaliza a nivel estructural. Las aleaciones más usadas son las 5083 y 6082.

Typical physical and mechanical properties of commercially available alloys taken from The Properties of Aluminium and its Alloys, Aluminium Federation.

| Material designation and temper | Density g/cm ³ | Coefficient of linear expansion (10 ⁻⁶ /°C) (20-100°C) | 0.1% proof stress MPa | Tensile strength MPa | Shear strength MPa | Fatigue strength MPa (10 ⁷ Hz) | Modulus of elasticity GPa | Hardness | | |
|---------------------------------|---------------------------|---|-----------------------|----------------------|--------------------|---|---------------------------|----------|---------|------------|
| | | | | | | | | Brinell | Vickers | Rockwell B |
| 5003.0 | 2.67 | 24.5 | 140 | 312 | 155 | 124 | 69 | 72 | 78 | - |
| 5003 H22 | 2.67 | 24.5 | 260 | 337 | - | - | 69 | 95 | 100 | 57.8 |
| 5003 H24 | 2.67 | 24.5 | 260 | 375 | - | - | 69 | 110 | 116 | 63.6 |
| 5251.0 | 2.69 | 24.0 | 87 | 180 | 125 | 92 | 70 | 65 | 67 | - |
| 5251 H22 | 2.69 | 24.0 | 150 | 230 | - | 124 | 70 | 62 | 65 | - |
| 5251 H24 | 2.69 | 24.0 | 150 | 250 | 139 | - | 70 | 70 | 74 | - |
| 5454.0 | 2.69 | 24.0 | 100 | 250 | 159 | - | 70 | 62 | 65 | - |
| 5454 H22 | 2.69 | 24.0 | 200 | 277 | 165 | - | 70 | 73 | 77 | - |
| 5454 H24 | 2.69 | 24.0 | 225 | 297 | 179 | - | 70 | 81 | 85 | - |
| 6061 T3 | 2.70 | 24.0 | 125 | 215 | 165 | 95 | 69 | 60-70 | 64-74 | - |
| 6061 T6 | 2.70 | 24.0 | 265 | 305 | 205 | 95 | 69 | 90-100 | 95-105 | 48-56.6 |
| 6063 T3 | 2.70 | 24.0 | 90 | 155 | 131 | 79 | 69 | 48 | 50 | - |
| 6063 T6 | 2.70 | 23.5 | 180 | 210 | 155 | 85 | 69 | 75 | 79 | - |
| 6082 T3 | 2.70 | 23.0 | 130 | 225 | 178 | 106 | 69 | 60-70 | 64-74 | - |
| 6082 T6 | 2.70 | 23.0 | 270 | 310 | 218 | 124 | 69 | 90-100 | 95-105 | 48-56.5 |
| 7075 T6 | 2.80 | 23.5 | 495 | 565 | 330 | - | 72 | 150 | - | - |

Tab.- 65

A.3.6. FIBRAS Y COMPOSITES.

A lo largo de los últimos 30 años hay un continuo desarrollo de nuevos materiales estructurales a base de fibras sintéticas y minerales; generalmente embebidas en una matriz sintética. La fibra es la que desempeña el papel resistente y la matriz hace de aglutinante y/o de protección. La resistencia de la fibra se produce siempre en su dirección, pero pueden orientarse y hacer unas prestaciones mecánicas a medida. La elección de la matriz depende en general de las condiciones externas.

Existen dos formas básicas de producción de fibras: una en hilos o cables en una sola dirección (en teoría de forma ilimitada) y otra en tejidos (mats) con fibras en dos direcciones.

En el primer caso no siempre existe la matriz, y la protección se consigue con una funda exterior. Este es el caso del Parafil. No obstante, también se pueden embeber una matriz. En el caso de los tejidos, lo normal es embeberlos en una matriz siempre.

De hecho, los laminados (fibras embebidas en una matriz) presentan siempre resistencias mucho más bajas que las fibras sin laminar. Por ello, en los elementos muy solicitados nunca se usan laminados, restringiéndose su uso a partes secundarias de la estructura o a luces pequeñas. Veamos esto gráficamente, a nivel tensional.

⁴⁰⁹ Marchant, Tony; Designing Structures in Aluminium Alloys; Aluminium Boatbuilding (Sims, Ernest H.; Edr). 2nd. de., London; Adlard Coles Nautical; 1993; pp 103.

⁴¹⁰ Es de gran interés también la publicación: Engineering Data for Aluminium Structures; Aluminium Association; Washington; 1981.

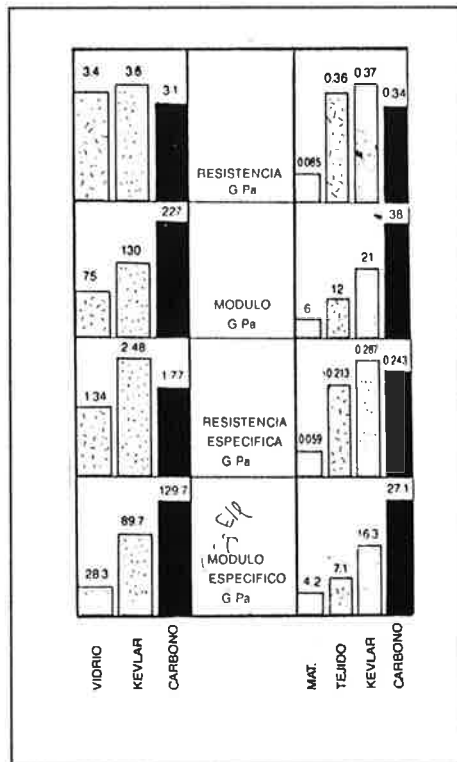


Fig.- 180 411

La columna de la izquierda es de fibras no laminadas y la de la derecha de fibras laminadas. Hablaremos algo de éstas últimas, pero recordando siempre que su interés para éste trabajo es muy bajo.

Los tres tipos de fibras existentes en el mercado son las fibras de vidrio (vidrio S), las de carbono y las de poliaramida (Kevlar 49⁴¹²). En la siguiente tabla⁴¹³ podemos ver las características de éstas fibras (para condiciones de carga estática).

⁴¹¹Soler, Xavi; Métodos de Construcción Hi-Tech en Composites; Barcelona, 1991; Xavier Soler Boat Desing. También en castellano, y con una visión global muy completa y actual a nivel constructivo, es interesante el libro de: Miravete, Antonio. Los Nuevos Materiales en la Construcción. Zaragoza. Antonio Miravete. 1994.

⁴¹²Kevlar es una casa comercial; pero es la más conocida. Por eso ya se identifica casi con el nombre de un material. Hay varias casas más que fabrican productos similares.

⁴¹³Head, P.R.; Richmond, B. "Alternative Materials in Long-Span Bridge Structures". *Proceedings of the 1st. Oleg Kerensky Memorial Conference; Session 5; London; Jun. 22; 1988.* 1988. pp. 7.

Properties of composites with high proportions of unidirectional fibre reinforcement

| fibre reinforcement | | glass | carbon | aramid | high-tensile steel wire |
|--|--------|-------|--------|--------|-------------------------|
| fibre fraction | %wt | 80 | 72 | 67 | — |
| relative density | ρ | 2.31 | 1.57 | 1.36 | 7.86 |
| tensile strength, T | GPa | 0.95 | 1.61 | 1.59 | 1.82 |
| tensile modulus, E | GPa | 50 | 136 | 64.3 | 200 |
| specific strength, T/ρ | | 44 | 105 | 119 | 24 |
| specific modulus, E/ρ | | 21.6 | 86.6 | 47.3 | 25.4 |
| materials cost ratio* on a weight basis | | 6 | 16-20 | 10-15 | 1 |
| materials cost ratio* on a strength basis | | 3 | 4-5 | 2-3 | 1 |
| materials cost ratio* on a stiffness basis | | 7 | 5-6 | 5-8 | 1 |

* Materials cost ratio here is the 1987 cost relative to steel wire for use in cables or ropes. Cost ratios for other applications will be different.

Tab.- 66

Las ventajas no son de resistencia sino de alcance (que ellos llaman resistencia específica); y, no menos importante, de durabilidad. Se ve como el alcance de las fibras de carbono y aramidas es del orden de tres a cuatro veces el del acero trefilado, y las de vidrio dan alcances del orden de dos veces superiores a las de esos aceros. A pesar de los valores de resistencia indicados, se han conseguido valores superiores en un 40% a los de acero trefilado.

La mayor ventaja la presentan quizás las fibras de carbono; con resistencias iguales a las de los aceros de alta resistencia se consigue un valor de rigidez muy parecido y unos alcances y una rigidez específica muy superiores (lo cual le hace especialmente eficaz en pandeo).

Se han realizado también ensayos dinámicos para comprobar su resistencia a la fatiga. La fibra de vidrio tiene problemas y presenta menores resistencias que el acero; esto va a limitar considerablemente sus tensiones admisibles. Por contra, la resistencia de los aramidas y las fibras de carbono tiene una vida de 5 a 10 veces superior al acero. Los valores de fluencia y relajación son superiores en todos los casos al acero.

Para las grandes luces, por tanto, los materiales más aptos son las fibras de carbono y las aramidas; y dentro de ellas destacan las fibras de carbono. Como nos podríamos imaginar al no verlas por doquier, el problema de estas últimas es el precio.

Hoy por hoy, como se ve también en la tabla, el empleo de estos nuevos materiales está muy limitado por su costo. Si se consigue superar este obstáculo, es previsible que el uso de estos materiales se dispare en un futuro; principalmente por sus ventajas en la durabilidad. Hablamos de durabilidad en sentido general; no sólo respecto a la corrosión. Su producción a bajas temperaturas la da fuertes ventajas frente al acero: mayor estabilidad dimensional y de resistencia, distorsiones y tensiones residuales locales más bajas, mayor homogeneidad de las propiedades mecánicas en secciones de cierto grosor.

Dentro de las aramidas, las más usadas en estructuras son el Kevlar 29 y el 49. El 29, sin embargo, no es muy apto para grandes cargas debido a problemas de fragilidad. El Kevlar tiene un comportamiento en compresión muy malo. Además, se degrada con los rayos ultravioleta, por lo que es necesario protegerlo. Por otra parte, en él se produce un fenómeno de fatiga estática para valores importantes de tensión. La siguiente gráfica es suficientemente explicativa.

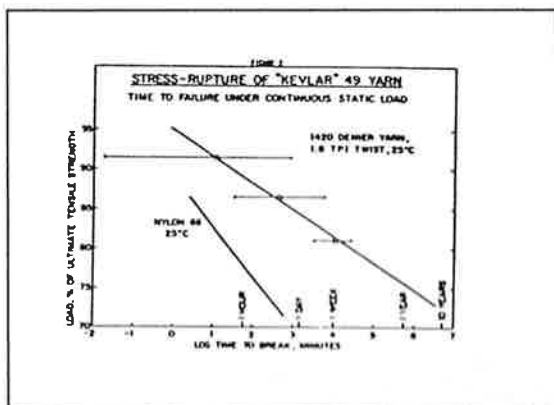


Fig.- 181

A nivel comercial hay básicamente dos productos, en forma de cable: el **Parafil tipo G**⁴¹⁴ y el **Polystal**. Es también de mencionar el Arapree; otra marca comercial.

El Polystal⁴¹⁵ es un composite a base de fibra de vidrio. Se están empleando principalmente en pretensado, sus limitaciones en fatiga lo hacen poco apto para su uso en cables de puentes; si bien se ha usado en atirantados.

El Parafil se compone de poliamidas (Kevlar 49⁴¹⁶) en forma de hilos, no llevan matriz y se protegen con una forro plástico. Es usado tanto para elementos de primer orden como para pretensado. Su uso en puentes colgantes nos lleva a límites teóricos de luz de 10.000 a 14.000 m; frente a unos 5000 m de los aceros actuales.

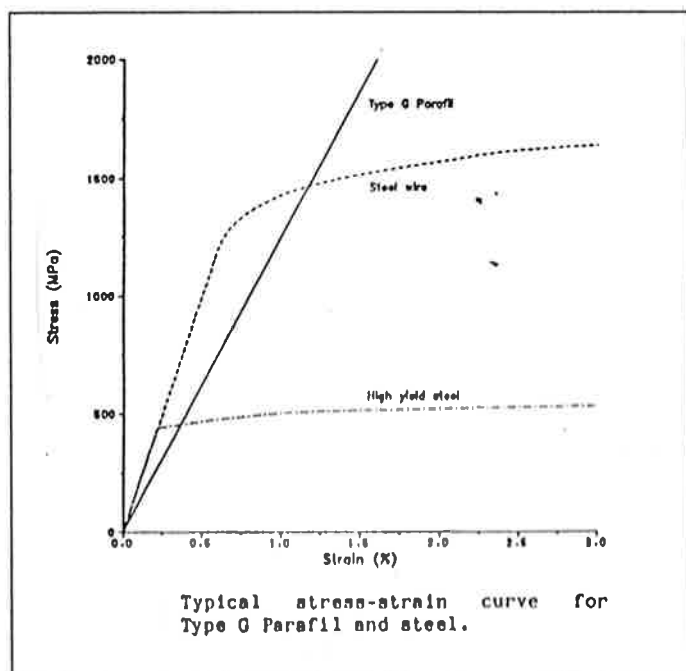
En su empleo en pretensados, se minoran las pérdidas frente al acero.

Este tipo de fibras es producido con diferentes tratamientos, que afectan básicamente a su módulo de elasticidad. Los valores finales de resistencia son del orden del 50 % más altos que los del acero, y el alcance es unas 8 veces mayor. Sus problemas son, para valores altos de tensión, su fragilidad y sus valores de fluencia. La falta de experiencia real a largo plazo también influye en que se deban tomar valores conservadores; llegándose a valores admisibles del orden de los del acero de alta resistencia (esto implica coeficientes de seguridad muy altos que aseguran una buena durabilidad).

⁴¹⁴Existen además el tipo A y F; pero de peores prestaciones mecánicas.

⁴¹⁵Está producido por Bayer AG en asociación con Strabag AG de Alemania, y está disponible ya desde 1978.

⁴¹⁶Kevlar es un producto de Du Pont. Hay otros dos tipos más de poliamidas comercializadas; la Twaron y la Arapree de Enka y la Tecnora de Teijin.

Fig.- 182 ⁴¹⁷

Como se ve en la figura, para *el intervalo de servicio el material es completamente lineal*, y la rigidez es bastante próxima a la del acero.

Algo muy curioso es que el coeficiente de dilatación térmica es negativo; es decir, el material se contrae al calentarse. El coeficiente depende de la relación entre la tensión real y la última.

Los valores de relajación son bastante aceptables, estabilizándose con rapidez.

Uno de los puntos más débiles de estas fibras es su baja resistencia en la dirección transversal a la fibra. El problema entonces se nos plantea en los anclajes, resueltos generalmente de modo idéntico a los de postesado. Los anclajes son, hoy día, quizás el mayor problema de las fibras.

Se uso en luces fuertes traerá consecuencias en el diseño de la estructura de modo que se mejore la rigidez longitudinal y transversal. Ello es debido a la mayor influencia de las cargas dinámicas (viento y de carga) por la reducción de peso propio. Los estudios⁴¹⁸ hechos para luces de 450 y 1000m en puentes colgantes, usando Parafil, muestran afortunadamente frecuencias de flexión y torsión similares a las de acero.

Como elemento comercializado, es importante hablar del ya mencionado **Arapree**; también en base a aramidas. Es un cable de pretensar que consiste en filamentos de aramida embebidos en una resina epoxi y realizados mediante la técnica de pultrusión.

Las fibras de carbono, a pesar de sus buenas prestaciones (excepto su fragilidad), no se están usando en obra civil; su uso se restringe a prototipos de sectores como el naval y el aeronáutico. Tiene un buen comportamiento a compresión, fatiga y vibración; pero su precio le impide salir de esas aplicaciones. En puentes, la empresa BASF esta comercializando sus **CFCC** ⁴¹⁹ (Carbon fiber Composite Cable).

Las fibras de carbono tienen una resistencia al calor de 130-241 °C; son más resistentes a los ácidos que el acero con una resistencia alcalina del mismo tipo y no se degradan por los ultravioleta. Tienen una buena resistencia a la fatiga (1e7 ciclos) y al impacto (88%).

Todas la fibras tienen un comportamiento lineal hasta rotura, sin escalón de cedencia. No obstante, la ductilidad de la estructura viene asegurada debido a las grandes deformaciones que las acompañan antes del colapso.

⁴¹⁷Burgoynes, C.J. "Polyaramid Ropes for Tension Structures". pp. 74.

⁴¹⁸op. cit.; pp. 10.

⁴¹⁹BASF Composites; "High Strength Tension Member Made of Carbon Fiber Composites"; Basf, Ludwigshafen; 1990.

Las futuras aplicaciones de los nuevos materiales se orientan más hacia elementos secundarios que a los primarios; usando materiales de prestaciones no muy elevadas pero de bajo coste y alta durabilidad.

En el caso de puentes, las propuestas hoy por hoy más razonables son las de reducir el peso propio total minorando la influencia del peso del tablero⁴²⁰; usando por lo general acero en combinación (al exterior) de paneles de poliéster reforzado con fibra de vidrio (GRP). La siguiente figura⁴²¹ habla por sí misma.

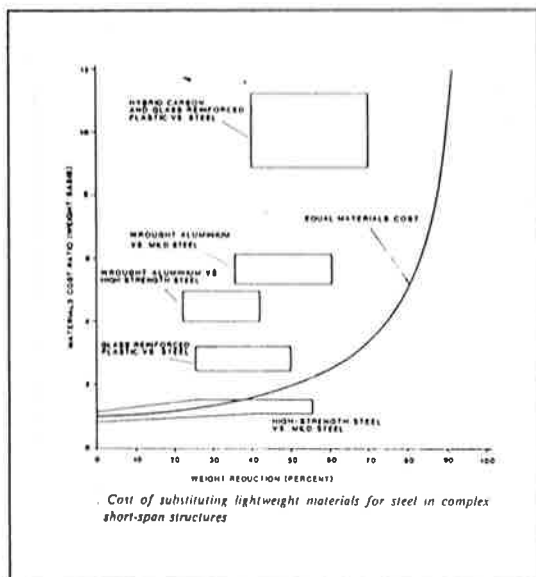


Fig.- 183

No obstante, y como ya dijimos la gama es bastante más amplia. En textiles los productos empleados son muchos, si bien pertenecen a otro orden de prestaciones estructurales. En la siguiente figura lo podemos ver claramente.

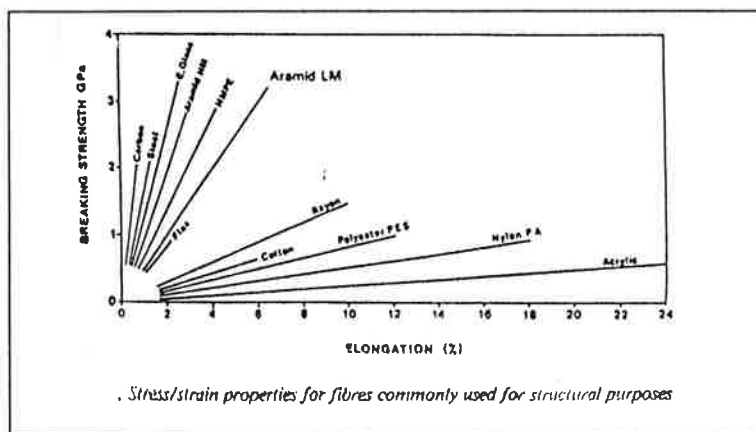


Fig.- 184 422

En la siguiente tabla podemos ver una gama completa de fibras de carácter estructural. En ella pueden verse materiales de prestaciones intermedias; totalmente válidos en luces convencionales⁴²³.

⁴²⁰Los motivos son sólo económicos.

⁴²¹op. cit.; pp. 10

⁴²²Liddell, W.I. "Structural Fabrics and Foils". *Proceedings of the 1st. Oleg Kerensky Memorial Conference; Session 5; London; Jun. 22; 1988. 1988*; pp. 13,fig. 1.

⁴²³Otro libro interesante a nivel de información general, básica, y completa, es:

| <i>Properties of fibres commonly used for structural purposes</i> | | | | |
|---|-------------------|-----------|------------------------------|-----------|
| | density | tenacity | strength | elongati- |
| | g/cm ³ | N/tex | GPa (kN/mm ²) | on % |
| Natural fibres: | | | | |
| cotton | 1.4 | 0.21 | 0.3 | 6 |
| flax | 1.6 | 0.39 | 0.6 | 2 |
| Synthetic fibres: | | | | |
| polythene (PE) | 0.95 | 0.39-0.53 | 0.38-0.50 | |
| polypropylene (PP) | 0.91 | 0.75 | 0.68 | |
| polyester (PET) | 1.38 | 0.66 | 0.91 | 12 |
| polyamide (PA) | 1.14 | 0.75 | 0.85 | 18 |
| aramid (AR) | 1.44 | 1.93 | 2.8 | 4 |
| aramid (HM AR) | 1.44 | 1.93 | 2.8 | 2.5 |
| high-modulus polythene (HM PE) | 0.97 | 2.64 | 2.6 | 3.5+ |
| Metal: | | | | |
| drawn steel | 7.86 | 0.26 | 2.0 | 2.0 |
| copper alloys | | | | |
| Mineral fibres: | | | | |
| Glass E 20μ | 2.49 | 1.15 | 2.8 | |
| Glass S 9μ | 2.49 | 1.84 | 4.6 | 5.4 |
| Glass B 3μ | | | | |
| Carbon | 1.31 | 1.23 | 2.2 | 0.6 |

Fig.- 185 424

En el tema de los **textiles y neumáticas**⁴²⁵ no entraremos por ser un campo muy especializado y cuyos materiales entran dentro de los elementos de segundo orden estructural⁴²⁶.

Se están usando también **fibras recubiertas de resina como barra y mallazos de armar** en sustitución de las barras de acero; y con excelentes resultados. Su empleo hoy por hoy es muy local y además está relacionado con luces intermedias (el peso específico es muy similar a un hormigón convencional). Los diámetros disponibles están entre 4 y 30 mm. La fibra empleada puede ser tanto fibra de vidrio como de carbono.

Las fibras de carbono también se están usando, a este nivel, en **planchas**; para refuerzos de estructuras construidas de hormigón. Tienen la ventaja sobre las planchas metálicas que al tener espesores más pequeños se adaptan mejor a las superficies; mejorando la seguridad de la unión encolada.

Otra línea de experimentación está formada con **perfilería compuesta de materiales plásticos**; con formas similares a las del acero o el aluminio. Son los denominados **perfiles de pultrusión** (ya comercializados en España). Su resistencia es cuatro veces superior a la del acero y su densidad cuatro veces menor. Se pueden formar con fibra de vidrio tipo E y resinas poliméricas. Su alta deformación (ϵ) hace que tengan una proporción menos esbelta que las estructuras convencionales de acero.⁴²⁷

Quarmby, Arthur. *Materiales Plásticos y Arquitectura Experimental*. Barcelona. Gustavo Gili. 1976 (1974). . BAM (20.550).

En el se dan bastantes datos técnicos sobre una amplia gama de materiales de -segundo orden estructural-; además de recogerse un amplio número de interesantes ejemplos ejecutados con materiales plásticos.

⁴²⁴Liddell, W.I. "Structural Fabrics and Foils". *Proceedings of the 1st. Oleg Kerensky Memorial Conference; Session 5; London; Jun. 22; 1988*. 1988; pp. 13. table 1.

⁴²⁵Hablaremos de ellas sólo a nivel de variables; pues presentan grades peculiaridades.

⁴²⁶En este sentido puede verse también:

Sturgeon, D.L.G.; Wardle, M.W. "Advanced High Specific Materials for Space Enclosures". *Proceedings of the IASS World Congress on Space Enclosures; Vol. 2; Montreal; July 4-9, 1976*. 1976. pp. 955-965.

Quarmby, Arthur. *Materiales Plásticos y Arquitectura Experimental*. Barcelona. Gustavo Gili. 1976 (1974). 209 pp.

⁴²⁷Sería interesante ver como toda nuestra memoria visual se trastoca y entra en crisis al construir formas similares con materiales de éste tipo.

En ocasiones se usan **paneles** de este material formando muros de carga. Pero es de nuevo un tipo muy limitado estructuralmente. El panel empieza a cobrar gran relevancia como elemento resistente secundaria de gran capacidad de carga y poco peso; y así se usa en muchas ocasiones.

El GRP ha sido también usado mucho pequeñas luces de cubiertas⁴²⁸. Pero últimamente se ha usado para puentes. Uno de los mayores y más innovadores es el puente Miyun en Beijing (China), finalizado en 1982 (desarrollado por el Instituto de GRP de Shanghai). Tiene una longitud de 20.2m, una anchura de 7m, y un canto de 1,67m. Pesa un 80% menos que su equivalente de hormigón.

Los paneles han sido también usados como recubrimientos de partes metálicas de puentes.

En los paneles, dentro de las matrices, lo normal es tener resinas. Estas son de dos tipos: termoestables (epoxis, vinilos, poliésteres,...) y termoplásticas. Las más empleadas son las primeras. Dentro de los poliésteres hay dos tipos importantes (isofálticas y ortofálticas), con resistencias al fuego distintas (clase 2 y 1, respectivamente, de la BS 476). Los de clase 2 son los más aptos para uso estructural⁴²⁹. Vinilos y epoxis tienen un uso más extendido y son más aptos para funciones de protección ambiental y química. Los poliésteres se han usado con gran éxito en ambientes marinos; sin problemas de mantenimiento en al menos 30 años.

Su gran ventaja frente a los aceros, como ya venimos mencionando, se debe a temas de durabilidad (fundamentalmente) y/o magnéticos (edificios de comunicaciones).

Dentro de la línea de trabajo de nuevos materiales, y para ver las diversas posibilidades de reducción de pesos en puentes colgantes de gran luz, podemos mostrar las siguientes tablas y gráficas⁴³⁰. Se parte de una tipología de puente colgante mixto (carretera y ferrocarril), de una luz L en su vano central, luces 0.3L simétricas en laterales y una flecha de 0.1L. La anchura de tablero se supone de L/70. Las pilas son de hormigón. Se supone un peso de pavimento de 100 kp/cm² y un peso propio de tablero de 100 kp/cm² en el caso de acero y de 500 kp/cm² en el caso de composites (relación 1/5). En el caso de ferrocarril se supone una carga de 7 t/m en una distancia de 500 m. Se ha supuesto una tensión admisible de 6000⁴³¹ kp/cm² (que implica un $\gamma=3$); tanto para el acero como para las fibras. Además de los valores generales dados en la tabla, se representan gráficamente cuatro de estas posibles de soluciones:

⁴²⁸Para el caso del GRP, las relaciones tensionales está muy estudiadas; ver por ejemplo: Chambers, R.E.; Dietz, A.G.H.; Herger, F.J. "On the Use of Plastic and other Composite Materials for Shell Roof Structures". *Proceedings of the IASS; San Francisco; Oct. 1-4; 1962*. 1962. pp. 127-144.

⁴²⁹Las ortofálticas tienen además el problema de la degradación por hidrólisis al entrar en contacto con el agua.

⁴³⁰González Valle, Enrique (INTEMAC); Jai, Jamaledine (SEDEG). "Influencia de los Nuevos Materiales en la Viabilidad Técnica y Económica de los Puentes de Gran luz". (Manuscrito). 1991. 24 pp. (El estudio fue realizado para SECEG-SNED) Este trabajo, y el de José Calavera ya citado, se apoyan de forma considerable en las diversas ponencias de la Conferencia en memoria de Kerensky.

⁴³¹Aquí puede verse con claridad la validez de la adopción de modelos simples para la etapa de diseño; y como las tensiones de servicio están siempre muy por debajo de las de rotura.

| CABLE | TABLERO | PENDOLAS | LUZ (m) | PP CABLE t/ml | PP PENDOL t/ml | PP TABLERO t/ml | SOB. t/ml |
|-----------|-----------|-----------|------------|------------------|-------------------|--------------------|--------------|
| ACERO | ACERO | ACERO | 2000 | 11,61 | 0,6 | 16,8 | 9,6 |
| | | | 3000 | 28,00 | 1,2 | 23,9 | 8,7 |
| | | | 4000 | 62,65 | 1,8 | 31,1 | 8,2 |
| | | | 5000 | 150,23 | 2,7 | 38,2 | 7,9 |
| | | COMPOSITE | 2000 | 11,46 | 0,12 | 16,8 | 9,6 |
| | | | 3000 | 27,15 | 0,24 | 23,9 | 8,7 |
| | | | 4000 | 60,51 | 0,38 | 31,1 | 8,2 |
| | | | 5000 | 143,76 | 0,56 | 38,2 | 7,9 |
| | COMPOSITE | ACERO | 2000 | 6,66 | 0,4 | 5,4 | 9,6 |
| | | | 3000 | 13,33 | 0,6 | 6,8 | 8,7 |
| | | | 4000 | 26,21 | 0,8 | 8,2 | 8,2 |
| | | | 5000 | 57,57 | 1,1 | 9,7 | 7,9 |
| | | COMPOSITE | 2000 | 6,53 | 0,07 | 5,4 | 9,6 |
| | | | 3000 | 12,91 | 0,11 | 6,8 | 8,7 |
| | | | 4000 | 25,30 | 0,16 | 8,2 | 8,2 |
| | | | 5000 | 54,80 | 0,22 | 9,7 | 7,9 |
| COMPOSITE | ACERO | ACERO | 2000 | 1,77 | 0,6 | 16,8 | 9,6 |
| | | | 3000 | 3,44 | 1,2 | 23,9 | 8,7 |
| | | | 4000 | 5,77 | 1,8 | 31,1 | 8,2 |
| | | | 5000 | 8,87 | 2,7 | 38,2 | 7,9 |
| | | COMPOSITE | 2000 | 1,74 | 0,12 | 16,8 | 9,6 |
| | | | 3000 | 3,34 | 0,24 | 23,9 | 8,7 |
| | | | 4000 | 5,57 | 0,38 | 31,1 | 8,2 |
| | | | 5000 | 8,49 | 0,56 | 38,2 | 7,9 |
| | COMPOSITE | ACERO | 2000 | 1,01 | 0,4 | 5,4 | 9,6 |
| | | | 3000 | 1,64 | 0,6 | 6,8 | 8,7 |
| | | | 4000 | 2,41 | 0,8 | 8,2 | 8,2 |
| | | | 5000 | 3,40 | 1,1 | 9,7 | 7,9 |
| | | COMPOSITE | 2000 | 0,99 | 0,07 | 5,4 | 9,6 |
| | | | 3000 | 1,59 | 0,11 | 6,8 | 8,7 |
| | | | 4000 | 2,33 | 0,16 | 8,2 | 8,2 |
| | | | 5000 | 3,24 | 0,22 | 9,7 | 7,9 |

Tab.- 67

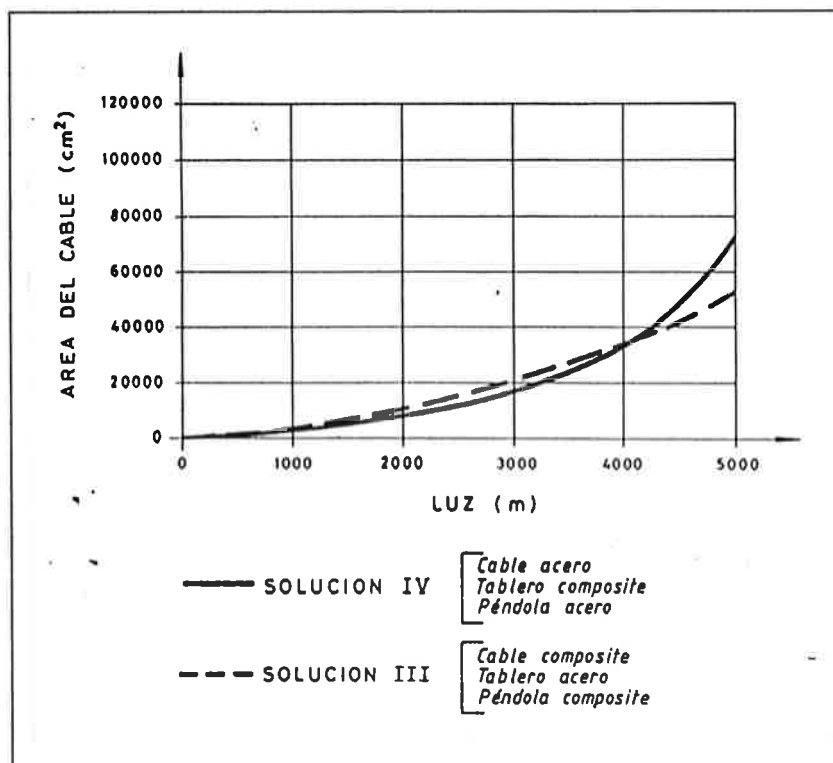


Fig.- 186

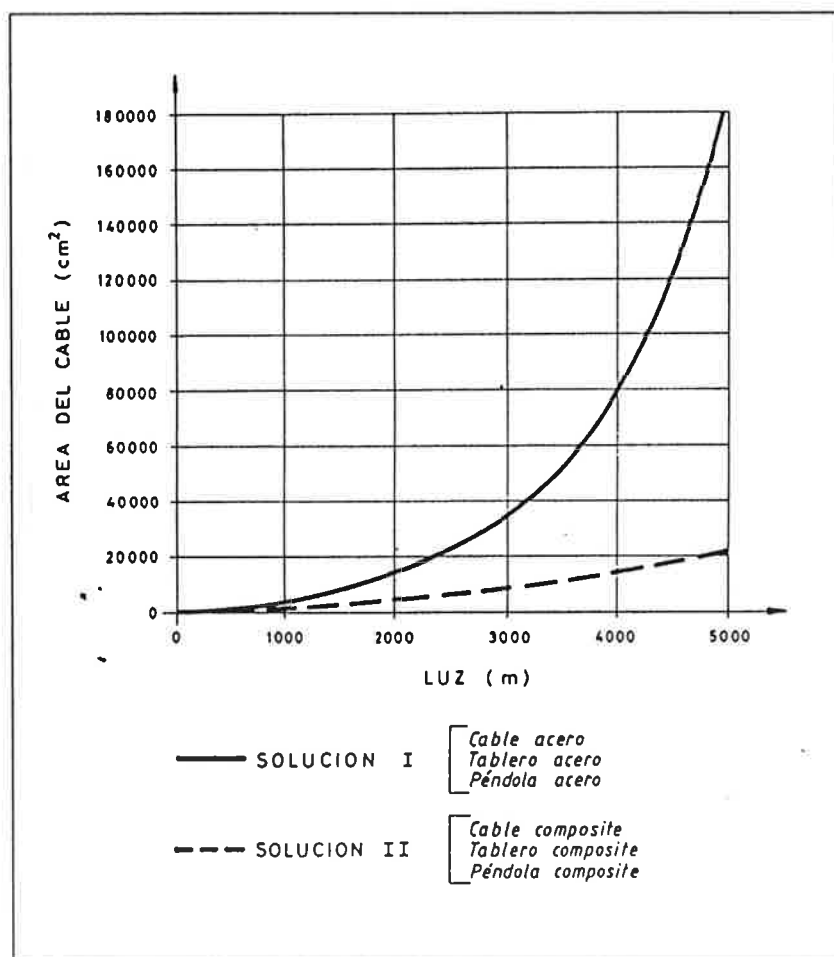


Fig.- 187

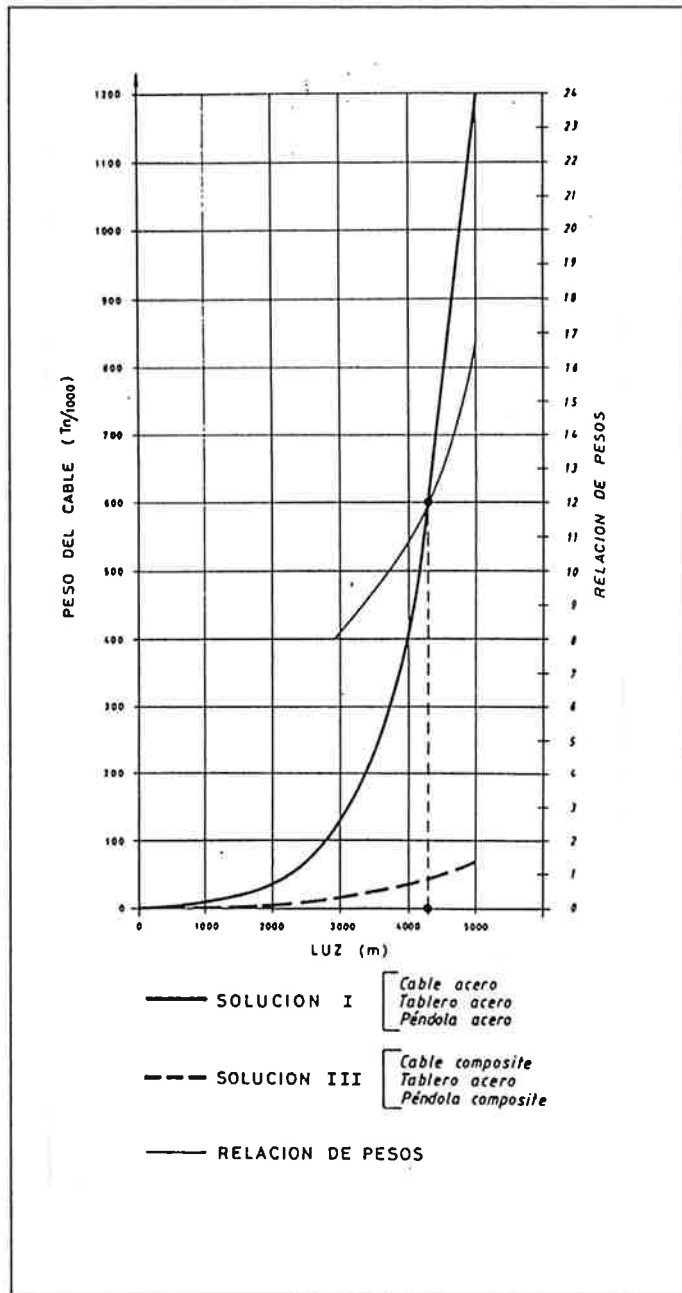


Fig.- 188

La línea de trabajo en puentes con materiales plásticos fue iniciada ya hace diez años por empresas con la Maunsell Structural Plastics Ltd.. El resultado es el -Advanced Composites Construction System- o ACCS, un sistema modular para construir obras de ingeniería civil de luces moderadas. Una de las mayores obras se ha construido en Escocia; el puente sobre el río Tay en Aberfeldy (Perthshire). Es un puente atirantado de 120m. de luz total y dos pilonos, con una luz central de 63m. Los cables son de Parafil. El cajón se formó con perfiles por pultrusión a través de fibra de vidrio E de Vetrotex al 70-80% y matriz de resina de poliéster isoftálica; ensamblándose las piezas son adhesivos⁴³² epoxidricos. El material es resistente a los UV y tiene un buen comportamiento al fuego (protegiendo las uniones encoladas). Es de subrayar que el proceso de montaje no requirió de grúa.

⁴³²Un campo clave de los materiales sintéticos es el de adhesivos estructurales. Aunque obviamente se quedan fuera de nuestro campo de estudio, son desde luego un complemento indispensable de muchos nuevos productos. Una visión general puede verse en: Miravete, Antonio. Los Nuevos Materiales en la Construcción. Zaragoza. Antonio Miravete. 1994; pp. 288-294.

A.3.7. OTROS MATERIALES.

La industria naval y la aeronáutica utiliza a veces otro tipo de materiales mucho más específicos; cuyos costes los hacen totalmente incuestionables en edificación y obra civil.

Este es el caso de las aleaciones de titanio y de cobre y los materiales cerámicos especiales.

La elección puede producirse por motivos de su poco peso, su alta resistencia a las temperaturas, etc.,... Problemas no planteados por lo general en nuestro campo (o que no constituyen el elemento clave de la elección).

Su uso sólo sería razonable en elementos de unión o situaciones similares donde podamos requerir prestaciones muy altas y volúmenes de material pequeños; no constituyendo nunca el material base de la estructura. Por éste motivo no daremos información sobre ellos.⁴³³

Un tema interesante, pero que no procede abordar, es la descripción de materiales no comunes presentes en la naturaleza. Simplemente nos limitamos a sugerir la revisión de la bibliografía aportada.⁴³⁴

A.4. TABLAS RESUMEN.

Ha partir de la información dispersa que hemos recopilado, vamos a componer un cuadro de características relevantes a nivel estructural. En algunos de los casos, no es fácil completar todas las características que introducimos; y por eso están en blanco. Estas suelen ser, no obstante, características de orden menos relevante.

Algo que si nos ha parecido interesante es ver las prestaciones de un material desde un punto no exclusivamente mecánico; además de introducir nuevas variable mecánicas que combinan otras ya muy conocidas, pero que en sí mismas tienen relevancia a nivel de diseño.

No entraremos en relaciones de costo/parámetro estructural ya que, aunque pueden ser totalmente determinantes a la hora de elegir el material; son coeficientes que pueden sufrir gran variación a lo largo del tiempo de una manera totalmente aleatoria y por tanto no son totalmente objetivos.

Otro tema bastante complejo es el de los coeficientes de seguridad. El enfoque ni siquiera es el mismo en todos los materiales. Entendemos que la manera más sencilla, y de más antigüedad, es plantearlo a través de los valores admisibles. Se parten de los valores característicos, y se minoran por un coeficiente global que tiene en cuenta todos los factores que afectan en un caso concreto. Es evidente que en cada caso ese factor varía. Pero creemos que si que pueden establecerse dos grandes grupos; uno en el que los problemas dinámicos no tiene influencia, y otro donde sí la vamos a tener. Hay que subrayar que no se tienen en cuenta la influencia de la esbeltez; hablamos exclusivamente coeficientes de minoración de seguridad (cargas, material, fatiga, fluencia, rotura frágil, histéresis,...). Al tratar cada material ya hemos definido cuáles son sus puntos débiles al respecto.

Nuestro planteamiento de los coeficientes de seguridad a través de tensiones admisible; diferenciando entre cargas estáticas y dinámicas, es avalado por nombres de la importancia de Rankine⁴³⁵. Aunque no son, evidentemente, tendencias actuales; su enfoque se aproxima más al nuestro dado la fase que pretendemos abordar.

⁴³³Una referencia interesante es:

Sturgeon, D.L.G.; Wardle, M.W. "Advanced High Specific Materials for Space Enclosures". *Proceedings of the IASS World Congress on Space Enclosures*; Vol. 2; Montreal; July 4-9, 1976. 1976. . BCDX.

⁴³⁴Es de destacar por su amplitud y profundidad:

Biggs, W.D.; Currey, J.D.; Gosline, J.M.; Wainwright. *Diseño Mecánico en Organismos*. Madrid, H. Blume (Edward Arnold Ltd.). 1980(1976).

⁴³⁵Rankine, William John MacQuorn. *A Manual of Applied Mechanics*. 3 rd ed.; London. Charles Griffin and Co. 1864.; pag. 274. Es de destacar los coeficientes de seguridad de la madera y de la piedra y ladrillo; igual a 10 en el primer caso y en torno a 8 en el segundo. Algo interesante es que en la pruebas de carga se superaba el coeficiente de seguridad entre 1,5 y 4 veces; dependiendo del coeficiente de seguridad usado; lo cual reduce de forma considerable los valores reales de los coeficientes de seguridad planteados (si se hacen pruebas de carga).

Con ello vamos a obtener unos coeficientes globales que sabemos son discutibles; pero que nos permiten comparar dentro de unos ordenes de magnitud razonables (dentro de la filosofía macroscópica de la tesis).

Hay que hacer una observación importante para el caso de los materiales de finales del XIX y principios del XX. En aquel momento, al no existir una normalización (ni siquiera a nivel nacional); los valores dados son orientativos y pueden tener una no despreciable variación de unas factorías a otras.⁴³⁶ Por otra parte, diferentes partes de elemento pueden estar hechos de diferentes tipos de hierro fundido. Este problema es especialmente delicado en el caso del hierro forjado (wrought iron); en la tabla daremos valores medios para el caso de barras.⁴³⁷ Los datos de estos materiales son de interés por cuanto pueden ser usados para aplicar nuestros resultados finales a alguna construcción de la época.

Como dato curioso diremos que hemos encontrado referencias de aceros, en la segunda mitad del XIX, con resistencias a tracción últimas de entre 7.000 y 9.000 kp/cm², y valores de E de entre 2,1 y 2,9E6 kp/cm² (si bien no eran demasiado usados por su precio).

Una gran diferencia entre el hierro forjado y el fundido estriba en como les afectan los problemas de inestabilidad en las barras comprimidas. El hierro forjado (wrought iron) se ve bastante menos afectado por la esbeltez.⁴³⁸

Para calcular la ϵ de servicio se utiliza el coeficiente de seguridad para cargas estáticas.

Por último, es importante subrayar el hecho de que no es posible partir de la misma tabla de características para todos los materiales. Lo que sí hemos hecho es intentar agrupar primero las más estándares, y después indicar algunas específicas que son fundamentales para ese material en concreto.

Al hablar de resistencia última nos referimos a la característica en los casos en la está definida.

⁴³⁶En:

Moseley, Henry. The Mechanical Principles of Engineering and Architecture. London. Longman, Brown, Green, and Longmans. 1843; **Table IV**;

puede ver con claridad lo dicho respecto a la variabilidad de los datos.

Para una tabla mejor a la anterior, ver también:

Rankine, William John MacQuorn. A Manual of Applied Mechanics. 3 rd ed.; London. Charles Griffin and Co. 1864. **Appendix I**.

⁴³⁷Para los valores de tensiones de otros elementos o piezas, puede verse op.cit. Appendix Y. Los valores mínimos son para los roblones, con unos 2.100 kp/cm²; y los máximos para el alambre, con 7.000 kp/cm².

⁴³⁸Según la fórmula de Mr. Hodgkinson (usada en la época), la minoración de la resistencia por pandeo se hace según el factor $(1+a\lambda^2)$; donde -a- es una constante que depende del tipo de material, la forma de la sección y las condiciones de contorno, y - λ - es la esbeltez geométrica de la pieza. En el caso de un pilar cilíndrico biempotrado, -a- vale 1/3000 en el caso de -wrought iron- y 1/400 en el caso de -cast iron-. La fórmula es empírica. La diferencia a pandeo entre los dos hierros tiene más que ver con su constitución interna que con sus valores mecánicos.

| CARACTERÍSTICA versus MATERIAL. | nomenclatura y unidades. | Hierro forjado (Wrought Iron, en Barras) | Wrought Iron (en Alambre 1-10 pulgadas) | Hierro fundido (Cast Iron) |
|--|---|---|--|-------------------------------|
| Resistencia última a tracción | $\sigma_t(\text{kp/cm}^2)$ | 4.200-4.900 | 5600-6600 | 900-1300 |
| Resistencia última a compresión | $\sigma_c(\text{kp/cm}^2)$ | 2.500-2.800 | | 5.700-10.000 |
| Resistencia última a cortante | $\tau(\text{kp/cm}^2)$ | 3.500 | | 1.950 |
| Modulo de deformacion longitudinal a tracción | $E_s(\text{kp/cm}^2)$ | 2,05e6 | 1,78e6 | 1,1e6-1,2e6 |
| Deformacion unitaria long. a tracción en servicio. | ϵ_s | 0,00073 | 0,00114 | 0,00027 |
| Modulo de deformación longitudinal a compresión. | E_c | 2,05e6 | 1,78e6 | 0,84e6-1,2e6 |
| Deformación unitaria long. a compresión | ϵ_c | 0,45e-3 | | 1,7e-3 2,7e-3 |
| Mod. Def. Tansversal | $G(\text{kp/cm}^2)$ | 6e5-7,7e5 | | 2e5 |
| Mod. de Poisson | ν | 0,33 | | |
| Coefficiente dilatación térmica | $\alpha(\text{m}^\circ\text{Cm})$ | 1.14e-5 1.25e-5 | 1.14e-5 1.25e-5 | 1.11e-5 |
| Peso específico. | $\rho(\text{kp/m}^3)$ | 6.950-7.800 | 6.950-7.800 | 7.600-7.800 |
| Energía unitaria de def. longit. en tracción en rotura. | $U_s(0.5\epsilon\sigma)$ (kp/cm^2) | 1,64 | 3,4 | 0,15 |
| Energía unitaria de def. longit. en compres. en rotura. | $U_c(0.5\epsilon\sigma)$ (kp/cm^2) | 0,57 | | 7,75 |
| Trabajo de Fractura | (J/m^2) | | | |
| Alcance (σ/ρ) en tracción | $A_s(\text{m})$ | 2.027 | 2.747 | 408 |
| Alcance (σ/ρ) en compresión | $A_c(\text{m})$ | 1.193 | | 2931 |
| Mod. de deformación específico a tracción .(E_s/ρ) | $E_{sp}(\text{m})$ | 2.770.270 | 2.405.405 | 1.493.506 |
| Mod. de deformación específico a compresión .(E_c/ρ) | $E_{cp}(\text{m})$ | 2.770.270 | | 1.493.506 |
| Eficacia de columna a pandeo | $\sqrt{E/\rho}(\text{m}^2\text{T}^{-1/2})$ | 620 | 585 | 430 |
| Eficacia de panel a pandeo | $(\sqrt[3]{E}/\rho)(\text{m}^{7/3}\text{T}^{-1/3})$ | 38 | 36 | 29 |
| Coefficiente de minoración global en problemas estáticos. | $\gamma_{\text{estático}}$ | 3 | 3 | 6-8 |
| Coefficiente de minoración global en problemas dinámicos | $\gamma_{\text{dinámico}}$ | 4-6 | 4-6 | 8-10 |

En este caso, por la antigüedad de los materiales, los valores últimos no son valores característicos con unos márgenes de fallo similares a los actuales. Esto hace que los coeficientes de seguridad que se apuntan (tomados directamente de Rankine), no son comparables a los que se usan partiendo ya con tensiones características de una probabilidad de fallo de en torno al 5%. Esto multiplicaría los coeficientes indicados en al menos de 2 a 3; con la consiguiente modificación en la tabla del resto de las variables dependientes afectadas.

| CARACTERÍSTICA versus MATERIAL. 439 | Nomenclatura y unidades. | MADERA (coníferas) | MADERA (frondosas) |
|---|--|-----------------------|-----------------------|
| Resistencia última a tracción ⁴⁴⁰ | $\sigma_t(\text{kp/cm}^2)$ | 250 | 300 |
| Resistencia última a compresión | $\sigma_c(\text{kp/cm}^2)$ | 250 | 300 |
| Resistencia última a cortante ⁴⁴¹ | $\tau(\text{kp/cm}^2)$ | 70 | 90 |
| Modulo de deformacion longitudinal ⁴⁴² a tracción | $E_s(\text{kp/cm}^2)$ | 1e5 | 1,25e5 |
| Deformacion unitaria long. a tracción en servicio. | ε_s | 0,793e-3 | 0,714e-3 |
| Modulo de deformación longitudinal a compresión. | E_c | 1e5 | 1,25e5 |
| Deformación unitaria long. a compresión | ε_c | 0,793e-3 | 0,714e-3 |
| Mod. Def. Tansversal | $G(\text{kp/cm}^2)$ | 3.000 | 6.000 |
| Mod. de Poisson | ν | 0,45(0,034) | 0.54(0.041) |
| Coefficiente dilatación térmica ⁴⁴³ | $\alpha(\text{mm } ^\circ\text{C/m})$ | 3,6e-6 | 3,6e-6 |
| Peso específico ⁴⁴⁴ | $\rho(\text{kp/m}^3)$ | 400-600 | 500-700 |
| Energía unitaria de def. longit. en tracción en rotura. | $U_s(0.5\varepsilon\sigma)$ (kp/cm ²) | 0,099 | 0,107 |
| Energía unitaria de def. longit. en compres. en rotura. | $U_c(0.5\varepsilon\sigma)$ (kp/cm ²) | 0,099 | 0,107 |
| Trabajo de Fractura | (J/m ²) | 15.000 | 15.000 |
| Alcance (σ/ρ) en tracción | $A_s(\text{m})$ | 1.428 | 1.428 |
| Alcance (σ/ρ) en compresión | $A_c(\text{m})$ | 1.428 | 1.428 |
| Mod. de deformación específico a tracción (E_s/ρ) | $E_{sp}(\text{m})$ | 1,8e6 | 2e6 |
| Mod. de deformación específico | $E_{cp}(\text{m})$ | 1,8e6 | 2e6 |

⁴³⁹Aquí se detecta la anisotropía pero no los cambios higrotérmicos. Estos valores hay que verlos en cada madera; y además el valor depende del cambio de humedad y temperatura. Además, la posibilidad de que se produzca una fenda depende también del tiempo en que se produce el cambio. Como orientación para ver su gran influencia, y considerando totales desde el punto de saturación de la fibra ($\approx 30\%$ de H.R. en todas las especies) hasta que están totalmente secas (la variación es más o menos lineal); podemos tener cambios longitudinales de un 0,3 al 0,5%; radiales de un 2,5 al 8% y tangenciales de entre el 6 al 15%. Su variación higroscópica es por tanto brutal en los sentidos radial y sobre todo tangencial.

⁴⁴⁰Los valores de σ en tracción son mayores que en compresión; y por ello también E y ε . No obstante, dentro del intervalo de servicio (y partiendo ya las tensiones básicas, que disminuyen muchísimo los valores últimos) los valores son parecidos; y por ello aquí no los diferenciamos.

La temperatura modifica la relación σ - ε ; pero dentro de valores que suelen ser comunes en España; al igual que en otros materiales, el frío aumenta su resistencia y el calor la merma (pero de modo muy poco gravoso).

Con la humedad sucede lo mismo, pero las variaciones importante se producen cuando tenemos una patología; y no en condiciones de servicio.

⁴⁴¹La resistencia a cortante en la madera (perp. a la fibra) siempre tiene un valor bajo. Medirla puede ser importante, y se hace a través de un ensayo de «dureza», generalmente con la prueba Janka, midiendo la fuerza para meter una bolita de acero en dirección perpendicular a la fibra.

⁴⁴²Los valores indicados son conservadores. En teoría se deben usar dos valores; el medio para problemas de deformación; y el mínimo (con una seguridad probabilística del 95%) para temas de inestabilidad.

⁴⁴³Damos el dato, pero no tiene relevancia; ya que (salvo el caso poco probable de una madera demasiado seca), la disminución de volumen por pérdida de humedad es mayor que el incremento por su dilatación térmica.

⁴⁴⁴En la madera este dato es importantísimo, y de hecho existen métodos para determinar todas las propiedades mecánicas a partir de la densidad.

| | | | |
|--|---------------------------------------|-------|-------|
| a compresión (E_s/ρ) | | | |
| Eficacia de columna a pandeo | $\sqrt{E/\rho}(m^2T^{-1/2})$ | 2.000 | 1.864 |
| Eficacia de panel a pandeo | $(\sqrt[3]{E}/\rho)(m^{7/3}T^{-1/3})$ | 200 | 180 |
| Coeficiente de minoración global en problemas estáticos ⁴⁴⁵ | $\gamma_{estático}$ | 3-4 | 3-4 |
| Coeficiente de minoración global en problemas dinámicos | $\gamma_{dinámico}$ | 7-10 | 7-10 |

⁴⁴⁵ Los problemas de fatiga no son graves, e incluso menores que en otros materiales. Los problemas de fluencia y relajación sí. Por ello, el tiempo de duración de las sobrecargas puede ser un parámetro de diseño básico.

| CARACTERÍSTICA versus MATERIAL. | nomenclatura y unidades. | CALIZA ORDINARIA | CALIZA COMPACTA | GRANITO |
|---|---|---------------------|--------------------|-------------|
| Resistencia última a tracción (característica) | $\sigma_t(\text{kp/cm}^2)$ | 5-50 | 40-150 | 60-150 |
| Resistencia última a compresión (característica) | $\sigma_c(\text{kp/cm}^2)$ | 70-400 | 400-1.000 | 600-1.800 |
| Resistencia última a cortante (característica) | $\tau(\text{kp/cm}^2)^{446}$ | 40-200 | 200-500 | 300-900 |
| Modulo de deformacion longitudinal a tracción | $E_s(\text{kp/cm}^2)$ | 50e3-300e3 | 300e3-600e3 | 150e3-700e3 |
| Deformacion unitaria long. a tracción en servicio. | ε_s | 1,6e-5 | 2,22e-5 | 2,4e-5 |
| Modulo de deformación longitudinal a compresión. | E_c | 50e3-300e3 | 300e3-600e3 | 150e3-700e3 |
| Deformación unitaria long. a compresión | ε_c | 1,37e-4 | 1,56e-4 | 2,67e-4 |
| Mod. Def. Tansversal | G | | | |
| Mod. de Poisson | ν | | | |
| Coefficiente dilatación térmica | $\alpha(\text{mm } ^\circ\text{C/m})$ | 4,98e-6 | | 8,31e-6 |
| Peso específico. | $\rho(\text{kp/m}^3)$ | 2.100 | 2.360 | 2.850 |
| Energía unitaria de def. longit. en tracción en rotura. | $U_s(0.5\varepsilon\sigma)$ | 0,000224 | 0,00111 | 0,00134 |
| Energía unitaria de def. longit. en compres. en rotura. | $U_c(0.5\varepsilon\sigma)$ | 0,0165 | 0,054 | 0,16 |
| Trabajo de Fractura | (J/m^2) | | | |
| Alcance (σ/ρ) en tracción | $A_s(\text{m})$ | 13 | 42 | 38 |
| Alcance (σ/ρ) en compresión | $A_c(\text{m})$ | 114 | 196 | 421 |
| Mod. de deformación específico a tracción (E_s/ρ) | $E_{sp}(\text{m})$ | 833.333 | 1.906.779 | 1.578.947 |
| Mod. de deformación específico a compresión (E_c/ρ) | $E_{cp}(\text{m})$ | 833.333 | 1.906.779 | 1.578.947 |
| Eficacia de columna a pandeo | $\sqrt{E/\rho}(\text{m}^2\text{T}^{-1/2})$ | 630 | 899 | 723 |
| Eficacia de panel a pandeo | $(\sqrt[3]{E}/\rho)(\text{m}^{7/3}\text{T}^{-1/3})$ | 57 | 70 | 57 |
| Coefficiente de minoración global en problemas estáticos. ⁴⁴⁷ | $\gamma_{\text{estático}}$ | 8-12 | 8-12 | 8-12 |
| Coefficiente de minoración global en problemas dinámicos | $\gamma_{\text{dinámico}}$ | | | |

⁴⁴⁶La punta máxima de cortante se considera teniendo en cuenta el incremento de resistencia por una tensión de compresión (según la teoría de Coulomb)

⁴⁴⁷ Nótese que en el caso de la piedra y el ladrillo, en realidad hablamos de fábricas, y eso queda contemplado en los altos valores del coeficiente de seguridad.

| CARACTERÍSTICA versus MATERIAL. | nomenclatura y unidades. | LADRILLO mediano | LADRILLO bueno |
|--|--|---------------------|-------------------|
| Resistencia última a tracción (característica) | $\sigma_t(\text{kp/cm}^2)$ | 10 | 30 |
| Resistencia última a compresión (característica) | $\sigma_c(\text{kp/cm}^2)$ | 100 | 300 |
| Resistencia última a cortante (característica) | $\tau(\text{kp/cm}^2)^{448}$ | 10-50 | 20-150 |
| Modulo de deformacion longitudinal a tracción | $E_s(\text{kp/cm}^2)$ | 50e3 | 150e3 |
| Deformacion unitaria long. a tracción en servicio. | ϵ_s | 2,2e-5 | 2,2e-5 |
| Modulo de deformación longitudinal a compresión. | E_c | 50e3 | 150e3 |
| Deformación unitaria long. a compresión | ϵ_c | 2,2e-4 | 2,2e-4 |
| Mod. Def. Tansversal | G | | |
| Mod. de Poisson | ν | | |
| Coefficiente dilatación térmica (de la fábrica) | $\alpha(\text{mm } ^\circ\text{C/m})$ | 6,28e-6 | 6,28e-6 |
| Peso específico. | $\rho(\text{kp/m}^3)$ | 1.500-1.800 | 1.500-1.800 |
| Energía unitaria de def. longit. en tracción en rotura. | $U_s(0.5\epsilon\sigma)$ (kp/cm^2) | 0,000111 | 0,000333 |
| Energía unitaria de def. longit. en compres. en rotura. | $U_c(0.5\epsilon\sigma)$ (kp/cm^2) | 0,0111 | 0,0333 |
| Trabajo de Fractura | (J/m^2) | 1-10 | 1-10 |
| Alcance (σ/ρ) en tracción | $A_s(\text{m})$ | 6,7 | 20 |
| Alcance (σ/ρ) en compresión | $A_c(\text{m})$ | 67 | 200 |
| Mod. de deformación específico a tracción .(E_s/ρ) | $E_{sp}(\text{m})$ | 303.030 | 909.090 |
| Mod. de deformación específico a compresión .(E_c/ρ) | $E_{cp}(\text{m})$ | 303.030 | 909.090 |
| Eficacia de columna a pandeo | $\sqrt{E/\rho}(\text{m}^2\text{T}^{-1/2})$ | 416 | 720 |
| Eficacia de panel a pandeo | $(^3\sqrt{E})/\rho(\text{m}^{7/3}\text{T}^{-1/3})$ | 47 | 67 |
| Coefficiente de minoración global en problemas estáticos. | $\gamma_{estático}$ | 8-10 | 8-10 |
| Coefficiente de minoración global en problemas dinámicos | $\gamma_{dinámico}$ | | |

⁴⁴⁸La punta máxima de cortante se considera teniendo en cuenta el incremento de resistencia por una tensión de compresión (según la teoría de Coulomb)

| CARACTERÍSTICA versus MATERIAL. | nomenclatura y unidades. | HORMIGÓN H-200 | HORMIGÓN Ligero | HORMIGÓN Alta resistencia |
|---|---|-------------------|--------------------|---------------------------------|
| Resistencia última a tracción (característica) | $\sigma_t(\text{kp/cm}^2)$ | 20 | 30 | 50-70 |
| Resistencia última a compresión (característica) | $\sigma_c(\text{kp/cm}^2)$ | 200 | 350 | 700 |
| Resistencia última a cortante (característica) | $\tau(\text{kp/cm}^2)$ | 7 | 8 | 10 |
| Modulo de deformacion longitudinal a tracción | $E_s(\text{kp/cm}^2)$ | 270.000 | 150.000 | 450.000 |
| Deformacion unitaria long. a tracción en servicio. | ϵ_s | 2,5E-5 | 5E-5 | 3,3E-5 |
| Modulo de deformación longitudinal a compresión. | E_c | 270.000 | 150.000 | 450.000 |
| Deformación unitaria long. a compresión | ϵ_c | 0,25E-3 | 0,58E-3 | 0,39E-5 |
| Mod. Def. Tansversal | G | | | |
| Mod. de Poisson | ν | 0,13-0,26 | | 0,15 |
| Coefficiente dilatación térmica | $\alpha(\text{mm } ^\circ\text{C/m})$ | 0,0000111 | 0,000008 | |
| Peso específico. | $\rho(\text{kp/m}^3)$ | 2.400 | 1.600 | 2.600 |
| Energía unitaria de def. longit. en tracción en rotura. | $U_s(0.5\epsilon\sigma)$ (kp/cm^2) | 0,00025 | 0,00075 | 0,001 |
| Energía unitaria de def. longit. en compres. en rotura. | $U_c(0.5\epsilon\sigma)$ (kp/cm^2) | 0,025 | 0,10 | 0,136 |
| Trabajo de Fractura | (J/m^2) | | | |
| Alcance (σ/ρ) en tracción | $A_s(\text{m})$ | 26 | 47 | 58 |
| Alcance (σ/ρ) en compresión | $A_c(\text{m})$ | 256 | 547 | 673 |
| Mod. de deformación específico a tracción (E_s/ρ) | $E_{sp}(\text{m})$ | 1.034.461 | 937.500 | 1.730.796 |
| Mod. de deformación específico a compresión (E_c/ρ) | $E_{cp}(\text{m})$ | 1.034.461 | 937.500 | 1.730.796 |
| Eficacia de columna a pandeo | $\sqrt{E/\rho}(\text{m}^2\text{T}^{-1/2})$ | 684 | 765 | 815 |
| Eficacia de panel a pandeo | $(\sqrt[3]{E}/\rho)(\text{m}^{7/3}\text{T}^{-1/3})$ | 59 | 72 | 63 |
| Coefficiente de minoración global en problemas estáticos. | $\gamma_{\text{estático}}$ | 2,5-3.5 | 3-5 | 3-5 |
| Coefficiente de minoración global en problemas dinámicos | $\gamma_{\text{dinámico}}$ | 5-8 | 6-10 | 6-10 |

| CARACTERÍSTICA versus MATERIAL. | nomenclatura y unidades. | Aluminio 5083-O | Aluminio 6063-T4 | Aluminio 7075-TG |
|---|---|--------------------|---------------------|---------------------|
| Resistencia última a tracción (característica) | $\sigma_t(\text{kp/cm}^2)$ | 3.120 | 1.550 | 5.650 |
| Resistencia última a compresión (característica) | $\sigma_c(\text{kp/cm}^2)$ | 3.120 | 1.550 | 5.650 |
| Resistencia última a cortante (característica) | $\tau(\text{kp/cm}^2)$ | 1.550 | 1.310 | 3.300 |
| Modulo de deformacion longitudinal a tracción | $E_s(\text{kp/cm}^2)$ | 690.000 | 690.000 | 720.000 |
| Deformacion unitaria long. a tracción en servicio. | ϵ_s | 0,0015 | 0,00075 | 0,00261 |
| Modulo de deformación longitudinal a compresión. | E_c | 690.000 | 690.000 | 720.000 |
| Deformación unitaria long. a compresión | ϵ_c | | | |
| Mod. Def. Tansversal | $G(\text{kp/cm}^2)$ | | | |
| Mod. de Poisson | ν | | | |
| Coefficiente dilatación térmica | $\alpha(\text{mm } ^\circ\text{C/m})$ | 24,5e-6 | 24e-6 | 23,5e-6 |
| Peso específico. | $\rho(\text{kp/m}^3)$ | 2.670 | 2.700 | 2.800 |
| Energía unitaria de def. longit. en tracción en rotura. | $U_s(0.5\epsilon\sigma)$ (kp/cm^2) | 2,35 | 0,58 | 7,38 |
| Energía unitaria de def. longit. en compres. en rotura. | $U_c(0.5\epsilon\sigma)$ (kp/cm^2) | 2,35 | 0,58 | 7,38 |
| Trabajo de Fractura | (J/m^2) | 100.000 | 100.000 | 100.000 |
| Alcance (σ/ρ) en tracción | $A_s(\text{m})$ | 3.895 | 1.913 | 6.726 |
| Alcance (σ/ρ) en compresión | $A_c(\text{m})$ | 3.895 | 1.913 | 6.726 |
| Mod. de deformación específico a tracción (E_s/ρ) | $E_{sp}(\text{m})$ | 2.584.269 | 2.555.556 | 2.571.429 |
| Mod. de deformación específico a compresión (E_c/ρ) | $E_{cp}(\text{m})$ | 2.584.269 | 2.555.556 | 2.571.429 |
| Eficacia de columna a pandeo | $\sqrt{E/\rho}(\text{m}^2\text{T}^{-1/2})$ | 984 | 972 | 958 |
| Eficacia de panel a pandeo | $(\sqrt[3]{E}/\rho)(\text{m}^{7/3}\text{T}^{-1/3})$ | 71 | 71 | 69 |
| Coefficiente de minoración global en problemas estáticos. | $\gamma_{\text{estático}}$ | 2-3,5 | 2-3,5 | 2-3,5 |
| Coefficiente de minoración global en problemas dinámicos | $\gamma_{\text{dinámico}}$ | 5-7 | 5-7 | 5-7 |

| CARACTERÍSTICA versus MATERIAL. | nomenclatura y unidades. | Kevlar 49 (Parafil) (67% fibra) ⁴⁴⁹ | Fibra Carbono (72% fibra) | Fibra Vidrio (80% fibra) |
|--|---|---|---------------------------------|--------------------------------|
| Resistencia última a tracción (característica) | $\sigma_t(\text{kp/cm}^2)$ | 16.200 | 16.500 | 10.000 |
| Modulo de deformacion longitudinal a tracción | $E_s(\text{kp/cm}^2)$ | 700.000 | 1.400.000 | 500.000 |
| Deformacion unitaria long. a tracción en servicio. | ε_s | 0,0077 | 0,0039 | 0,00667 |
| Mod. Def. Tansversal | G | | | |
| Mod. de Poisson | ν | | | 0,1-0,15 |
| Coefficiente dilatación térmica | $\alpha(\text{mm}^\circ\text{C/m})$ | | | |
| Peso específico. | $\rho(\text{kp/m}^3)$ | 1.360 | 1.570 | 2.310 |
| Energía unitaria de def. longit. en tracción en rotura. | $U_s(0.5\varepsilon\sigma)$ (kp/cm^2) | 62,5 | 32,4 | 33,3 |
| Trabajo de Fractura | (J/m^2) | | | |
| Alcance (σ/ρ) en tracción | $A_s(\text{m})$ | 39.705 | 35.032 | 14.430 |
| Alcance (σ/ρ) en compresión | $A_c(\text{m})$ | | | |
| Mod. de deformación específico a tracción (E_s/ρ) | $E_{sp}(\text{m})$ | 5.147.059 | 8.917.197 | 2.164.502 |
| Coefficiente de minoración global en problemas estáticos. | $\gamma_{\text{estático}}$ | 3 | 3 | 3 |
| Coste específico respecto a peso | | 10-15 | 16-20 | 6 |
| Coste específico respecto a resistencia | | 2-3 | 4-5 | 3 |
| Coste específico respecto a rigidez | | 5-8 | 5-6 | 7 |

Añadiremos el coste relativo⁴⁵⁰ (según precios de 1987), respecto a peso, resistencia y rigidez, en relación a los aceros de alta resistencia. Esta es hoy por hoy la clave del mantenimiento en el uso de dichos aceros. Sólo en obras cerca del límite dejan de ser competitivos.

Unas tablas completísimas de todo tipo de materiales sintéticos usados en construcción, en todo tipo de elementos, puede verse en: **Miravete, Antonio. Los Nuevos Materiales en la Construcción.** Zaragoza. 1994; Cap. 13. Propiedades de Nuevos Materiales; pp. 315-370.

⁴⁴⁹En este tipo de materiales es imprescindible establecer el % de fibra empleado; pues sus características mecánicas varía considerablemente. Así, en el caso de las fibras de vidrio que se emplean en elementos de pequeñas luces, el % puede bajar hasta un 23%.

⁴⁵⁰El valor unidad, en ambos casos, es para el acero de alta resistencia; frente al cual se compara.

| CARACTERÍSTICA versus MATERIAL. | nomenclatura y unidades. | Acero A-42b | Acero AEH-400 | Acero de Alta Resistencia. |
|--|---|----------------|------------------|----------------------------------|
| Resistencia última a tracción (característica) | $\sigma_t(\text{kp/cm}^2)$ | 2.600 | 4.100 | 18.600 |
| Resistencia última a compresión (característica) | $\sigma_c(\text{kp/cm}^2)$ | 2.600 | 4.100 | 18.600 |
| Resistencia última a cortante (característica) | $\tau(\text{kp/cm}^2)$ | 1.500 | | |
| Modulo de deformacion longitudinal a tracción | $E_s(\text{kp/cm}^2)$ | 2,1e6 | 2,1e6 | 2e6 |
| Deformacion unitaria long. a tracción en servicio. | ϵ_s | 0,83e-3 | 0,723e-3 | 0,00286 |
| Modulo de deformación longitudinal a compresión. | $E_c(\text{kp/cm}^2)$ | 2,1e6 | 2,1e6 | |
| Deformación unitaria long. a compresión | ϵ_c | 0,83e-3 | 0,723e-3 | |
| Mod. Def. Tansversal | $G(\text{kp/cm}^2)$ | | | |
| Mod. de Poisson | ν | | | |
| Coefficiente dilatación térmica | $\alpha(\text{mm } ^\circ\text{C/m})$ | 0,000012 | 0,000012 | 0,000012 |
| Peso específico. | $\rho(\text{kp/m}^3)$ | 7.800 | 7.800 | 7.800 |
| Energía unitaria de def. longit. en tracción en rotura. | $U_s(0.5\epsilon\sigma)$ | 1,07 | 1,48 | 26,6 |
| Energía unitaria de def. longit. en compres. en rotura. | $U_c(0.5\epsilon\sigma)$ | 1,07 | 1,48 | |
| Trabajo de Fractura | (J/m^2) | 500.000 | | 10.000 |
| Alcance (σ/ρ) en tracción | $A_s(\text{m})$ | 2.222 | 1.947 | 7.337 |
| Alcance (σ/ρ) en compresión | $A_c(\text{m})$ | 2.222 | 1.947 | 7.337 |
| Mod. de deformación específico a tracción (E_s/ρ) | $E_{sp}(\text{m})$ | 2.692.307 | 2.692.307 | 2.564.103 |
| Mod. de deformación específico a compresión (E_c/ρ) | $E_{cp}(\text{m})$ | 2.692.307 | 2.692.307 | 2.564.103 |
| Eficacia de columna a pandeo | $\sqrt{E/\rho}(\text{m}^2\text{T}^{-1/2})$ | 586 | 586 | 586 |
| Eficacia de panel a pandeo | $(\sqrt[3]{E}/\rho)(\text{m}^{7/3}\text{T}^{-1/3})$ | 35 | 35 | 35 |
| Coefficiente de minoración global en problemas estáticos. | $\gamma_{\text{estático}}$ | 1,5 | 2,7 | 2-3,25 |
| Coefficiente de minoración global en problemas dinámicos | $\gamma_{\text{dinámico}}$ | 2,5-3,5 | 4-7 | 5-8 |
| Resiliencia media ⁴⁵¹ | $V_e(\text{kpm/cm}^2)$ | 27 | | |

⁴⁵¹En aceros habituales se suele utilizar el ensayo Charpy, con entalla en -V- y realizado a la temperatura más baja a que se ha de encontrar en servicio. Para espesores de placa no mayores de 25 mm., aceros efervescentes o semicalmados; la experiencia demuestra que con energías absorbidas de más de 2,1 kp*m (21 julios) en dicho ensayo, y tensiones de servicio de valor menor o igual al límite elástico (cosa que suele ocurrir), no se produce rotura frágil.

| CARACTERÍSTICA versus MATERIAL. | nomenclatura y unidades. | Acero Inoxidable (ANSI 301) (Barra) | Fundición con hierro SG (grado 370/17 BS 2729) | Fundición de acero (grado A4; BS 3100) |
|--|---|--|---|--|
| Resistencia última a tracción (característica) | $\sigma_t(\text{kp/cm}^2)$ | 7.350 | 2.300 | 3.200 |
| Resistencia última a compresión (característica) | $\sigma_c(\text{kp/cm}^2)$ | | ≥ 2.300 | ≥ 3.200 |
| Resistencia última a cortante (característica) | $\tau(\text{kp/cm}^2)$ | | 1.327 | 1.847 |
| Modulo de deformacion longitudinal a tracción | $E_s(\text{kp/cm}^2)$ | 1.960.000 | 1.850.000 | 3.000.000 |
| Deformacion unitaria long. a tracción en servicio. | ε_s | 0,0025 | 0,00062 | 0,00053 |
| Modulo de deformación longitudinal a compresión. | E_c | | 1.850.000 | 3.000.000 |
| Deformación unitaria long. a compresión | ε_c | | $\geq 0,00062$ | $\geq 0,00053$ |
| Mod. Def. Tansversal | G | | | |
| Mod. de Poisson | ν | | | |
| Coefficiente dilatación térmica | $\alpha(\text{mm } ^\circ\text{C/m})$ | 0,0000174 ⁴⁵² | 0,00001089 | |
| Peso específico. | $\rho(\text{kp/m}^3)$ | 7.975 | 7.800 | 7.800 |
| Energía unitaria de def. longit. en tracción en rotura. | $U_s(0.5\varepsilon\sigma)$ | 9,19 | 0,714 | 0,853 |
| Energía unitaria de def. longit. en compres. en rotura. | $U_c(0.5\varepsilon\sigma)$ | | 0,714 | 0,853 |
| Trabajo de Fractura | (J/m^2) | | | |
| Alcance (σ/ρ) en tracción | A_s | 6.144 | 1.474 | 2.051 |
| Alcance (σ/ρ) en compresión | A_c | | 1.474 | 2.051 |
| Mod. de deformación específico a tracción (E_s/ρ) | E_{sp} | 2.457.680 | 2.371.794,9 | 3.846.153,9 |
| Mod. de deformación específico a compresión (E_c/ρ) | E_{cp} | | 2.371.794,9 | 3.846.153,9 |
| Eficacia de columna a pandeo | $\sqrt{E/\rho}(\text{m}^2\text{T}^{-1/2})$ | | 551 | 702 |
| Eficacia de panel a pandeo | $(\sqrt[3]{E}/\rho)(\text{m}^{7/3}\text{T}^{-1/3})$ | | 34 | 40 |
| Coefficiente de minoración global en problemas estáticos. | $\gamma_{\text{estático}}$ | 1,5 | 2 ⁴⁵³ | 2 |
| Coefficiente de minoración global en problemas dinámicos | $\gamma_{\text{dinámico}}$ | | | |
| dureza Brinell | | | 179 | 152-207 |
| valor ensayo charpy (a -20°C) | Julios | | 12 | 30 ⁴⁵⁴ |

Se añaden valores de la dureza Brinell y del ensayo Charpy relacionados con la resistencia a tracción y la tenacidad.

⁴⁵² nótese que es algo mayor que en el resto de los aceros.

⁴⁵³ Se ha supuesto en este caso un coeficiente de minoración de 2, algo superior al normal; aunque no se tienen referencias válidas del valor real a emplear.

⁴⁵⁴ Al compararlos con los valores de las antiguas funciones, se ve la mejora de ductilidad.

Apéndice B TIPOS DE TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS.

De la ley del cubo-cuadrado descrita por Galileo se desprende, como ya mencionamos, la separación de conceptos entre similitud mecánica y geométrica.

En el desarrollo de las variables del capítulo siguiente se avanzará fundamentalmente en las transformaciones afines. No obstante, parece necesario presentar en toda su riqueza la definición de transformación geométrica⁴⁵⁵.

Este tipo de transformaciones van a afectar a nuestras variables geométricas: proporción, grueso y tamaño. El grueso es una variable condicionada, por lo que en realidad nos interesa sólo la variación de proporción y tamaño.

La forma más general de entender las distorsiones geométricas fue hecha por Félix Klein, en 1872, en una charla inaugural en la Universidad de Erlangen⁴⁵⁶. Entiende la geometría de un modo amplio, y no restringiéndola sólo a la clásica geometría euclidiana; definiendo lo que él llamará -grupo de movimientos-, adscritos a diferentes tipos de geometría.

En la siguiente figura⁴⁵⁷ podemos visualizar con claridad lo que vamos a intentar explicar.

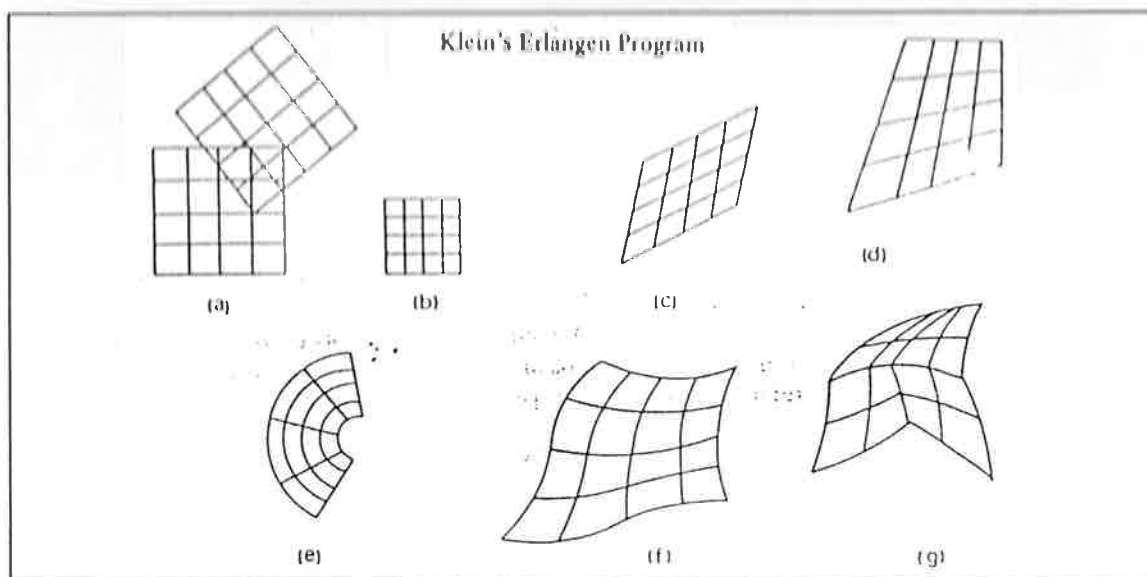


Fig.- 189

Todas los dibujos poseen características *topológicas* similares. Ese es el único parámetro común en todas ellas. Nosotros hemos definido la variable -esquema- como un concepto topológico, de ahí el interés de este planteamiento general.

Cada figura puede entenderse como un tipo de transformación conformal de la primera. Según esto, clasifiquemos estos grupos.

Los grupos -a-, -b- y -c- están dentro de las llamadas transformaciones afines, y se enmarcan dentro de la geometría euclidiana. El grupo -d- es una transformación proyectiva. El -e- es una transformación inversa. El -f- es una transformación diferencial. Y el -g- es sólo topológica. Cada paso tiene una definición más compleja.

Las afines tiene un particular interés, y de ellas podemos deducir propiedades importantes. El resto no van a sernos de tanta utilidad, quizás por la dificultad matemática que conlleva su definición; pero tienen lecturas francamente interesante. Dado el carácter de este trabajo, merece la pena comentarlas con

⁴⁵⁵Este planteamiento puede verse en la Sec. 2.10 del libro:

Lord, E.A.; Wilson, C.B.; The Mathematical Description of Shape and Form; Ellis Horwood Ltd., 1986, England (1ª ed. 1984).

⁴⁵⁶Klein, Félix. Vergleichende Betrachtungen über neuere Geometrische Forschungen, Math. Annalen, N-43, 1903.(c.f. op.cit., pp. 252)

⁴⁵⁷Lord, E.A. (op.cit., pp.35)

algún detalle. Además, entiendo que todo ello puede ayudar al desarrollo de futuros trabajos más generales. Comenzaremos por las más complejas y generales, las topológicas, para ir así viendo como las demás son sucesivas restricciones de aquellas. Hay que anotar que estas distorsiones pueden verse desde dos puntos de vista:

1.- Manteniendo un sistema fijo de coordenadas, a cada punto le corresponde una imagen en función del tipo de transformación.

2.- La transformación equivale a un cambio del sistema de coordenadas, y lo que estamos entonces haciendo es ver el mismo sistema de maneras distintas.

Pasemos ya a desarrollar más todos estos conceptos.

B.1 Transformaciones TOPOLÓGICAS.

Estas transformaciones, que son las más generales, son de la forma:

$$x_1=f_1(x_0,y_0,z_0) ; y_1=f_2(x_0,y_0,z_0) ; z_1=f_3(x_0,y_0,z_0)$$

ecs.- 232

La función $-f-$ satisface la condición de ser continua, aunque no tiene por que ser derivable⁴⁵⁸. Deberán también cumplir la condición de ser invertible, de modo que siempre pueda realizarse el paso inverso y poner de forma explícita las coordenadas (x_0,y_0,z_0) en función de las (x_1,y_1,z_1) .

Su representación visual es mucho más sencilla e intuitiva, y fue ya planteado ya por A. Durero⁴⁵⁹ en el Renacimiento.

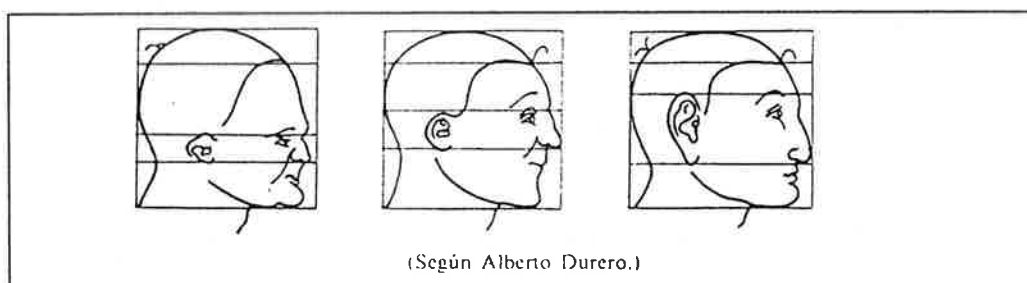


Fig.- 190

El otro ejemplo clásico y más reciente es el de D'Arcy Thompson.⁴⁶⁰

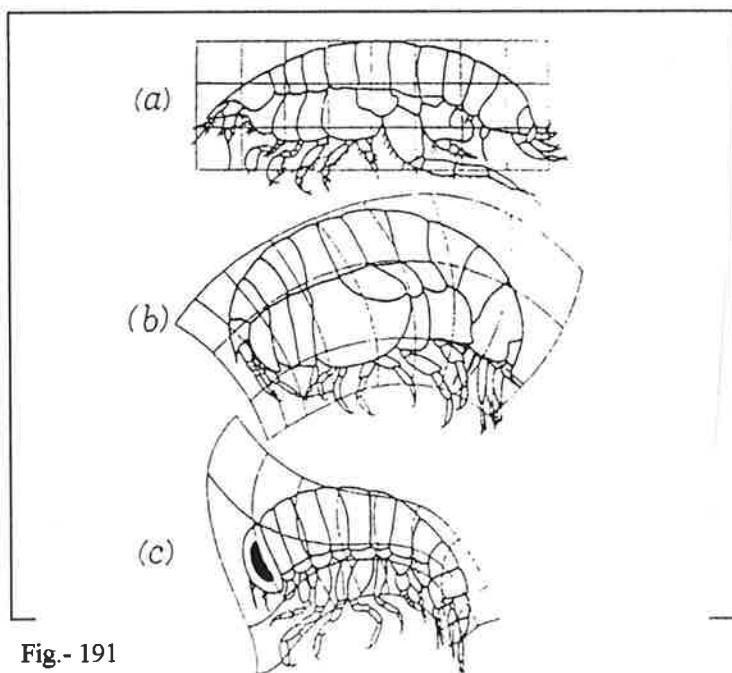


Fig.- 191

(a) *Harpinia pinnosa* Kr., (b) *Stegoccephalus inflatus* Kr.;
(c) *Hyperia galba*.

⁴⁵⁸Esta condición está perfectamente establecida por el cálculo. Si la función es derivable siempre es continua; pero el recíproco no es cierto. Geométricamente, esto quiere decir que la función no presenta "saltos" pero sí "quiebros"; y en esos quiebros la derivada por la izquierda y la derecha no coinciden (por lo que se dice que no es derivable).

⁴⁵⁹(c.f.) Durero, Alberto; Les quatre Livres d'Albert Durero de la Proportion des Parties et Pourtraicts des Corps Humains; Arnheim; 1613.

⁴⁶⁰D'Arcy Thompson. Sobre el crecimiento y la Forma. pp. 279 y 284.

B.2 Transformaciones DIFERENCIALES.

Las definimos del mismo modo que las topológicas. La única diferencia es que las funciones f_i han de ser derivables (y por tanto continuas). La función también debe ser invertible. El ser invertible requiere que el Jacobiano de las funciones f_i respecto a las variables (x,y,z) sea igual a cero (condición para que n ecuaciones homogéneas⁴⁶¹ en derivadas parciales sean compatibles). Es decir:

$$\text{Det } \left| \partial(f_i)/\partial(x,y,z) \right| = 0 ; \text{ ec.- 233}$$

// Det = Determinante de dicha matriz.

Este tipo tiene una lectura geométrica relacionada con la deformación de un cuerpo bajo un determinado estado tensional. La figura siguiente⁴⁶² es bastante explícita.

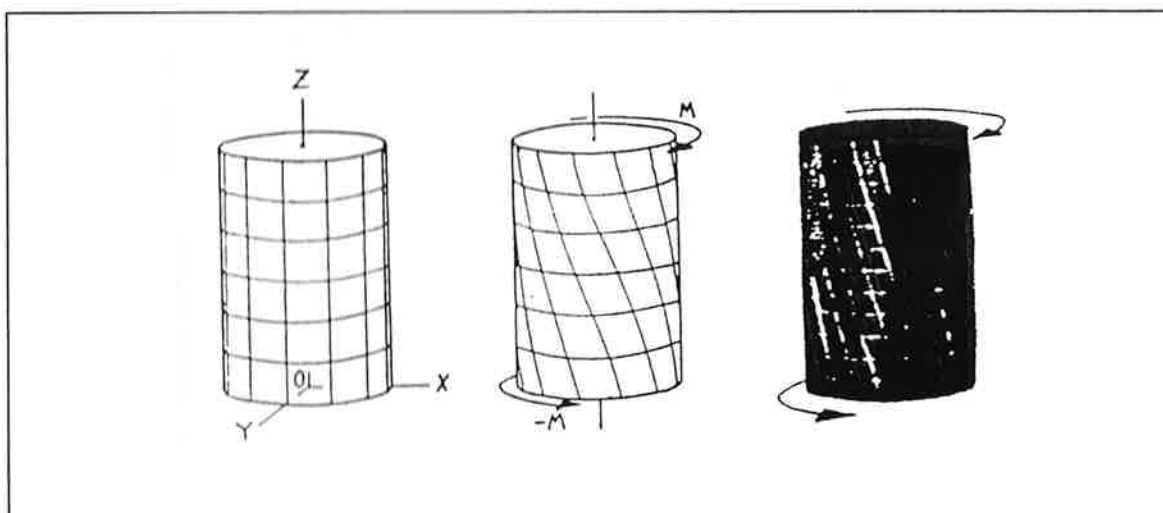


Fig.- 192

Podemos observar como la superficie del cilindro ha sufrido una transformación de este tipo. En este caso, el estado de tensiones es consecuencia de un momento torsor constante.

En general, cualquier cuerpo elástico sometido a unas determinadas solicitaciones tiene una transformación diferencial en su volumen. Recordemos que en un cuerpo elástico las tensiones, que son las que nos marcan esos movimientos, pueden ser expresadas a través de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales del resto de las variables.

Podemos ver entonces el problema a la inversa y pensar que una transformación diferencial responde a un determinado estado tensional.

No obstante, a pesar de tener una fácil interpretación, no van a ser de gran utilidad para nuestro trabajo.

⁴⁶¹Para la relación entre monomios y funciones homogéneas, puede verse el Cap. I del libro de Julio Palacios: Análisis Dimensional.

⁴⁶²Tomado de:

García de Arango, Antonio. Elasticidad Teórica; Lam. I, fig 183.

B.3 Transformaciones CONFORMALES.⁴⁶³

Sean (x,y) son números reales; es decir, $(x,y) \in \mathbb{R}$. Podemos definir una función de variable compleja del siguiente modo:

$$w = f(z) = u(x,y) + i \cdot v(x,y) ; \text{ ec. - 234}$$

$$// z = (x + i \cdot y).$$

La función $-w-$ se puede representar gráficamente en el plano, al igual que la $-z-$ en el suyo. Tenemos entonces una función $-w-$ cuyo dominio de definición está en el plano $-z-$. Si pensamos en figuras geométricas, estamos haciendo una transformación formal. **La llamaremos conformal o preservadora de ángulos si, al hacer la transformación, el ángulo formado por dos curvas en el punto de intersección es mantenido en valor y sentido.** Veámoslo en la figura siguiente⁴⁶⁴.

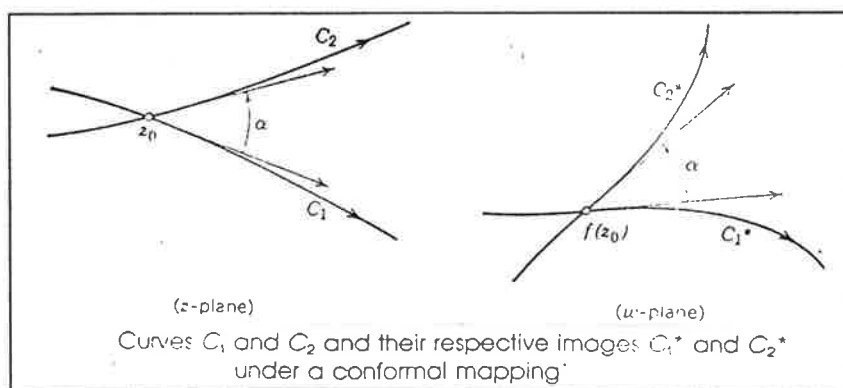


Fig.- 193

TEOREMA. La representación de una función analítica $w=f(z)$ es conformal, excepto en ciertos puntos críticos en los que la derivada de dicha función, $f'(z)$, es igual a cero.

Esta propiedad es bastante atractiva si pensamos que, partiendo de retículas en el plano real (x,y) , podemos llegar a configuraciones geométricas de mínimo consumo de material (tipo Michell).

Veamos un sencillo ejemplo de lo dicho, a través de una sencilla función.

Sea $w=z^2$; $z=x+i \cdot y$. Fijemos el dominio (x,y) de $-z-$, que a su vez lo es de $-w-$, con la retícula de puntos reales $(1,1)$, $(1,2)$, $(1,3)$, $(2,1)$, $(2,2)$, $(2,3)$, $(3,1)$, $(3,2)$, $(3,3)$. Tenemos entonces dos planos de actuación, uno real donde se sitúa la retícula, y otro de variable compleja, donde se sitúa la imagen de la función $-z-$. En la figura están representados los dos superponiendo sus ejes. Según esa función, p.ej., al punto $(3,2)$ real se le asigna $w=(3+i)^2$; es decir, se le asigna el punto complejo $(5,12)$. Recordemos que los números complejos se representan poniendo la componente real en abscisas (eje real) y la imaginaria en ordenadas (eje imaginario). (Por lo que en la práctica supone una aplicación de $\mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$; o puede tratarse como tal).

Este es el resultado⁴⁶⁵:

⁴⁶³Para una lectura asequible de las teorías de transformaciones conformales puede consultarse: Kreysig, Erwin; Advanced Engineering Mathematics.; Sec. 7.3, Sec. 12.9 y Cap. 16.

⁴⁶⁴Kreysig, Erwin, op.cit.; pp.883.

⁴⁶⁵Tomado de: Gasson C., Peter; Geometry of Spatial Forms;pp. 220.

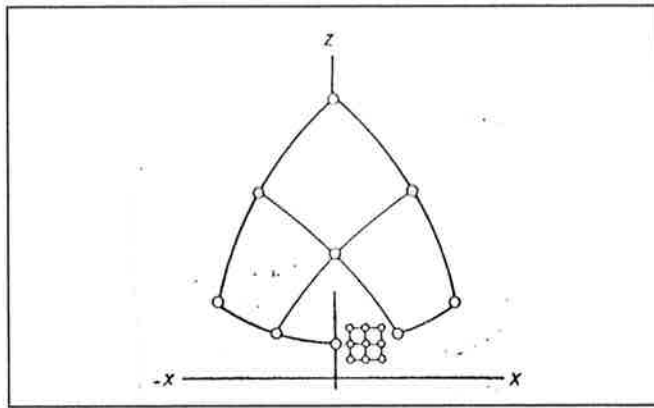


Fig. - 194

B.3.1.1 Transformaciones CONFORMALES LINEALES

Son del tipo:

$$w = a \cdot z + b; \text{ ec. - 235}$$

//a, b, z complejos.

En este tipo de transformaciones se incluyen las afines congruentes y semejantes, ya que las paralelas no tienen por que ser conformales.

La función ($w = z + b$) provoca una traslación -b-. Si -b- es complejo, equivale a una traslación en los dos ejes, y si -b- es real, sólo en el eje de abscisas.

Pongamos otro ejemplo, esta vez más interesante. Representemos la función exponencial ($w = e^z$) (Podemos definirla a través de otras funciones reales: $e^z = e^x(\cos y + i \cdot \sin y)$). Veamos el resultado⁴⁶⁶:

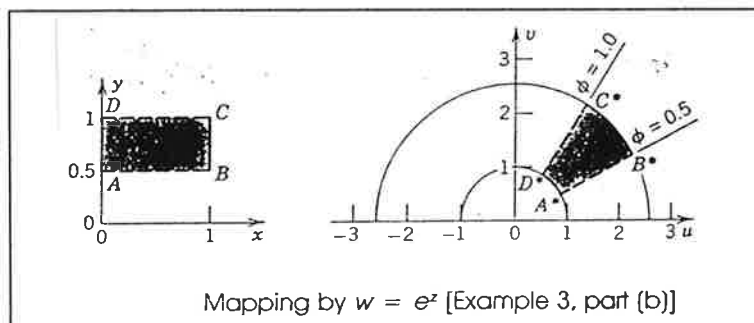


Fig. - 195

Esta función nos permite un cambio del esquema estructural de la viga al arco.

B.3.1.1.1 Transformaciones LINEAL FRACCIONAL.

También llamadas Transformaciones de Möbius. Son del tipo:

$$w = (a \cdot x + b) / (c \cdot x + d); \text{ ec. - 236}$$

$$//(a \cdot d - b \cdot c) \neq 0;$$

Poseen dos importantes propiedades:

⁴⁶⁶Tomado de: Kreysig, Erwin, op.cit.; pp.758.

TEOREMA 1. *Cada transformación lineal fraccional representa, según una aplicación inyectiva, todos las líneas y círculos del plano -z- en círculos y líneas del plano -w-.*

Veamos un ejemplo con la función $w=1/z$.

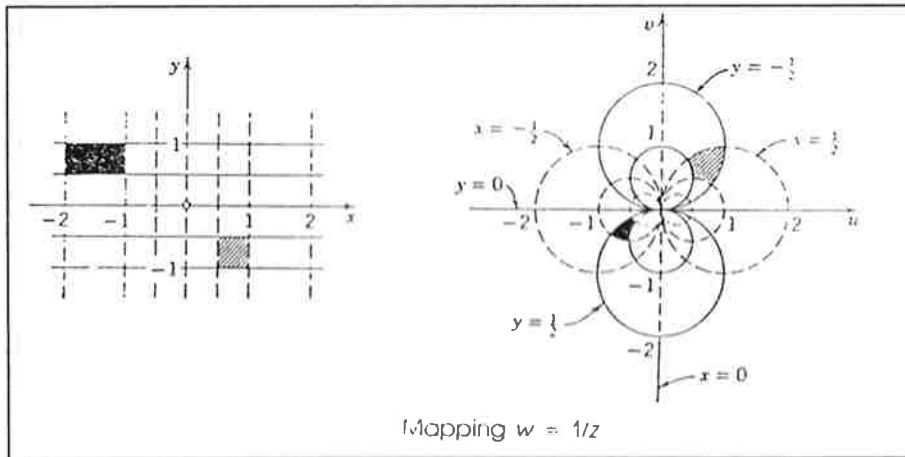


Fig.- 196

TEOREMA 2. *Cada transformación lineal fraccional -w- que no sea la identidad, tiene a lo sumo dos puntos fijos (son puntos fijos aquellos que coinciden con su imagen, $f(z)=z$). Si tuviese más de dos puntos fijos, la función -w- es la función identidad ($w=z$).*

B.3.1.2 Transformaciones CONFORMALES INVERSAS.

Podemos entenderlas, de modo similar al anterior, pero con la condición de que la deformada tenga una curvatura constante. En este tipo de geometría se mantienen los conceptos euclidianos de ángulo y círculo, pero desaparecen los de longitud y las distinciones entre recta y círculo.

Mediante ellas podemos, por ejemplo, hacer la transformación de una viga recta en una viga arco con trazado de circunferencia.

B.4 Transformaciones PROYECTIVAS.

Se describen mejor usando coordenadas homogéneas⁴⁶⁷. En ellas, un punto de dos dimensiones (2D) se define por tres coordenadas y otro de 3D se define con cuatro coordenadas. Es decir, un punto (x,y) se define a través de las coordenadas homogéneas (X,Y,H), de modo que: $x=X/H$; $y=Y/H$.

De modo similar, el punto (x,y,z) se expresa con (X,Y,Z,H), tal que $x=X/H$; $y=Y/H$; $z=Z/H$. Resulta obvio que si la última coordenada homogénea es igual a 1, coincidirán con las cartesianas.

Veamos un ejemplo que aclare el significado en 2D. Se visualiza bien si tomamos H como el alejamiento del plano (x,y) respecto de un origen constante.

⁴⁶⁷Para una visión elemental de geometría analítica: Gasson C., Peter; Geometry of Spatial Forms.

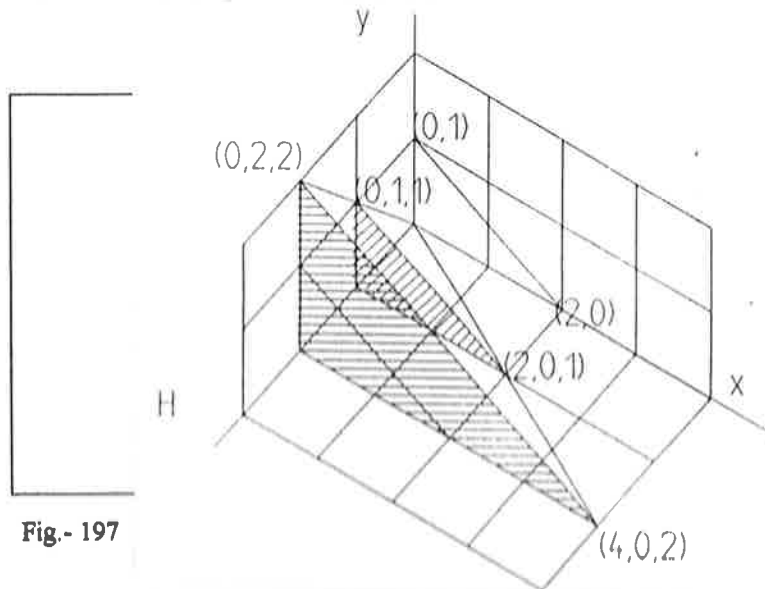


Fig.- 197

Podemos multiplicar cualquier coordenada por un factor numérico cualquiera con la única condición de que éste sea $\neq 1$.

Según esto, podemos plantear una transformación lineal de cualquier punto en coordenadas cartesianas a través de una transformación homogénea. Es decir:

$$(X,Y,Z,H)_i = (x,y,z,1)_j \beta_{ij} ; \text{ ec.- 237}$$

donde β_{ij} es la matriz (4*4) de transformación.

Esta matriz nos permite conseguir todos los movimientos de las afines, y además el proyectivo. Si vemos con detalle esa matriz dividiéndola en menores, podemos indicar que parte induce cada tipo de transformación. $\beta_{ij} =$

| | |
|--------------|--------------|
| β_{kk} | β_{k4} |
| β_{4k} | β_{44} |

El menor β_{kk} induce transformaciones paralelas no de semejantes, reflexiones y/o rotaciones. El menor β_{4k} induce las traslaciones. El menor β_{44} induce cambios semejantes. El menor β_{k4} induce cambios proyectivos.

Es decir, una matriz de transformación del tipo, $\beta_{ij} = P_{ij} =$

| | |
|---|---|
| 1 | p |
| 1 | q |
| 1 | r |
| | 1 |

donde lógicamente p, q y r son constantes, **nos induce transformaciones proyectivas**. A esa matriz la denominaremos P_{ij} .

Por tanto, una transformación proyectiva no es mas que un tipo de transformación lineal homogénea. y puede escribirse como:

$$(X,Y,Z,H)_i = (x,y,z,1)_j P_{ij} ; \text{ ec.- 238}$$

B.5 Transformaciones AFINES.

Es el caso más útil y más sencillo. Las funciones f_i son funciones lineales. De un modo general, y usando un sistema de coordenadas cartesianas, podemos definir las del siguiente modo:

$$x_1 = \alpha_{11}x_0 + \alpha_{12}y_0 + \alpha_{13}z_0; \quad y_1 = \alpha_{21}x_0 + \alpha_{22}y_0 + \alpha_{23}z_0; \quad z_1 = \alpha_{31}x_0 + \alpha_{32}y_0 + \alpha_{33}z_0; \quad \text{ec.- 239}$$

donde los coeficientes α_{ij} representan la matriz de transformación del sistema.

Si tomamos la matriz columna $R_i = (x_i, y_i, z_i)$, y análogamente para la R_j ; podemos poner las ecuaciones anteriores de forma matricial:

$$R_i = \alpha_{ij}R_j; \quad \text{ec.- 240}$$

La matriz α_{ij} es constante y no-singular (cuyo determinante es distinto de cero). Cada tipo de transformación afín tiene un tipo distinto de matriz α_{ij} asociado.

B.5.1.1 Transformaciones CONGRUENTES.

Se dice que son congruentes si en ellas se mantienen intactas la relación L_i/L , entre sus respectivas distancias.

La figura sufre un movimiento como si se tratase de un sólido rígido. O, visto de otro modo, se produce un cambio de ejes. ⁴⁶⁸

Las congruentes pueden ser de tres tipos:

B.5.1.1.1 TRASLACIONES

B.5.1.1.2 ROTACIONES

B.5.1.1.3 REFLEXIONES

En cada caso, la matriz α_{ij} tiene una serie de coeficientes que son igual a -0-, otros que son igual a 1 ó -1 y cuando existen rotaciones tenemos valores de los senos y cosenos de los ángulos que forman las rectas que unen los puntos. No concretaremos más el tema pues no es de ningún interés práctico. ⁴⁶⁹

B.5.1.2 Transformaciones SEMEJANTES.

La forma de la matriz α_{ij} es del tipo: $\alpha_{11} = \alpha_{22} = \alpha_{33} = \alpha$ y $\alpha_{ij} = 0$ en el resto. Es decir;

$$\text{si } i=j \Rightarrow \alpha_{ij} = \alpha; \quad \text{si } i \neq j \Rightarrow \alpha_{ij} = 0; \quad \text{ecs.- 241}$$

Es decir:

$$x_1 = \alpha x_0; \quad y_1 = \alpha y_0; \quad z_1 = \alpha z_0; \quad \text{ec.- 242}$$

⁴⁶⁸En realidad, cada tipo de transformación puede siempre verse como un cambio en el sistema de coordenadas, en el que a veces está implicado un cambio de sistema geométrico.

⁴⁶⁹El libro de Gasson C., Peter; Geometry of Spatial Forms: es un magnífico trabajo para los casos más sencillos; aunque le falta algo de sistematización.

B.5.1.3 Transformaciones PARALELAS.

La forma de la matriz α_{ij} es del tipo: $\alpha_{11}=\alpha_x \neq \alpha_{22}=\alpha_y \neq \alpha_{33}=\alpha_z$; $\alpha_{ij}=0$ en el resto.

si $i=j \Rightarrow \alpha_{ij}=k_i$; si $i \neq j \Rightarrow \alpha_{ij}=0$; ec.- 243

Es decir:

$x_1=\alpha_x x_0$; $y_1=\alpha_y y_0$; $z_1=\alpha_z z_0$; ec.- 244

Estas dos últimas son con mucho las más sencillas y las de más aplicación como ya hemos visto.

BIBLIOGRAFÍA

Anotaciones.

En la bibliografía hay, que yo sepa, cuatro lagunas sobre las cuales no me ha sido posible extraer una información muy precisa. Los motivos de ello son sin duda "problemas de fatiga".

En primer lugar, están los trabajos **alemanes** de la Universidad de Stuttgart durante toda la mitad de este siglo (especialmente del Instituto de Estructuras Ligeras). Presentamos datos dispersos de nombres de esa Universidad de la importancia de Fritz Leonhart, Jörg Schlaich o Frei Otto. Pero son: bien apuntes teóricos muy generales, bien referencias a realizaciones o bien estudios de detalle de optimación.

Por otro lado, y en el mismo tiempo, sospecho las grandes obras realizadas en **Japón**, con nombres tan importantes como Maeda o Kawaguchi, deberían tener asociados algún tipo de ensayo teórico. Tampoco los he encontrado, aunque si se puede mostrar de nuevo abundante documentación sobre obras ejecutadas. Los estudios de optimación también son profusos.

La tercera laguna es la relacionada con estudios teóricos de las últimas décadas sobre la viabilidad de puentes de gran luz hechos con nuevos materiales. **Proyectos como los puentes para el estrecho de Messina, Gibraltar y el Bósforo**, han sido planteados necesariamente con nuevos materiales de mayor valor de Alcance que el acero. Son estudios que tratan el tema de manera muy parcial, y algunos son citados en el apéndice sobre materiales.

Por último, como cuarta laguna (o más bien océano); está la **información técnica de empresas que distribuyen patentes y de empresas constructoras** de la actualidad.

No obstante, es necesario hacer una precisión importante. Lo realmente difícil es obtener datos de cierta generalidad o de tipo estadístico. Lo fácil es obtener datos concretos de una obra e irlos procesando uno a uno para sacar nosotros información más general ⁴⁶⁸(recordemos que así se plantearon muchos de los trabajos que más datos han aportado al problema, aunque no sea de modo general); aunque el trabajo de hacer esto no es nada fácil y excede los planteamientos de esta tesis. Además ya hay datos más que suficientes para los objetivos propuestos.

Clasificación

La bibliográfica se ha clasificado en cinco grados indicando el mayor o menor interés en relación con la tesis. Un ningún modo supone ello una referencia al valor de la obra en sí misma que en todos los casos se entiende como buena. El grado quinto es el de más proximidad con la tesis y el grado uno el de menos.

⁴⁶⁸Un ejemplo reciente de ello España es:

AAVV. Sevilla. Puentes del 92. Madrid. Colegio Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. 1992.

En el encontramos datos de geometría y pesos precisos para los puentes construidos en Sevilla. La publicación ha sido hecha en colaboración con las constructoras de los mismos. Lo que no entramos son datos más generales, aunque tampoco la publicación lo demandaba.

Grado 5

Aroca Hernández-Ros, Ricardo. *Estructura. Geometría y Proporción*. (Apuntes del Curso de Doctorado). ETSAM, Madrid. (Manuscrito). 1992/1993. 48 pp. P.

Aroca Hernández-Ros, Ricardo. *Estructura. Geometría y Proporción*. (Apuntes del Curso de Doctorado). ETSAM, Madrid. (Manuscrito). 1989/1990. P.

Aroca Hernández-Ros, Ricardo; Huerta Fernández, Santiago. "Cúpulas de Fábrica. Un estudio de sus Dimensiones y Semejanzas". *Ingeniería Civil* (CEDEX). nº 75. 1990. pp. 109-123. BCDX. G P23.

Aroca Hernández-Ros, Ricardo; Huerta Fernández, Santiago. "Masonry Domes: A Study on Proportion and Similarity". *Proceedings of the IASS Symposium; 10 Years of Progress in Shell and Spatial Structures; Vol. 3, Membranes; Madrid, Sep. 1989; F. del Pozo y A. de las Casas (Edr.); Madrid*. CEDEX (Manejado el Manuscrito). 1989. 20 ppp. BCDX. P2.

Cervera Bravo, Jaime. "Las Estructuras y el Peso Propio". *Informes de la Construcción*. Vol. 42; nº407. May/Jun. 1990. pp.73-85. BET. P23.

Cervera Bravo, Jaime. "Cap. 5: Tamaño y Proporción de las Estructuras". *Diseño de Estructuras de Edificación; Madrid*. Departamento de Estructuras. ETSAM (Publicación Interna). 1993. pp. 41-62. G P23.

Dufour, Frank O.; Schantz, Paul C.. *Bridge Engineering*. Chicago. American Technical Society. 1931. BPG (624D861). P22.

Geiger, H. "A Comparison of Roof Systems for Sports Halls". *Bulletin of the IASS*. Vol. 29-1; nº 96. Abr. 1988. pp. 9-23. P.

González Valle, Enrique; Jai, Jamaledine. "Influencia de los Nuevos Materiales en la Viabilidad Técnica y Económica de los Puentes de Gran luz". *INTEMAC*. (Manuscrito). 1991. 24 pp. BITM. M TP21.

Gordon, J.E. Chap. 14. "The Philosophy of Design". *Structures; or Why Things don't Fall Down*; New York. Da Capo Press. 1978. 395 pp. P22 P23.

Gordon, J.E. "On the Future of Structural form- a Natural Reaction?". *Proceedings of the IABSE Symposium; London 1981*. 1981. pp. 157-163. BCDX. G2 P.

Head, P.R.; Richmond, B. "Alternative Materials in Long-Span Bridge Structures". *Proceedings of the 1st. Oleg Kerensky Memorial Conference; Session 5; London; Jun. 22; 1988*. 1988. pp. 6-12. BITM. P22 M TP21.

Huerta Fernández, Santiago. *Diseño Estructural de Arcos, Bovedas y Cúpulas en España ca. 1500- ca. 1800. Ph. D.* ETSAM; Madrid. 1990. 461 pp. G1 G2 P.

Khan, Fazlur R. "The Future of Highrise Structures". *Progressive Architecture*. Oct. 1972. pp. 78-85. BPGV. TP3.

Komendant, August E.. *Prestressed Concrete Structures*. New York. McGraw-Hill Book Co. 1952. BPG. P22.

Kowalczyk, Ryszard et. al. "The Tall Buildings in Eastern Europe". *Developments in Tall Buildings*. 1983; Beedle, Lynn S.(Edr.); Stoudsburg (Pennsylvania). Hutchinson Ross Publishing Company. 1983. pp. 41-52. BAVL (AA-6230 D 4a). P22 TP3.

Lambert, Phyllis B. *A Study of Long-Span Concrete Roof Structures*. M.S. in Architecture. IIT, Chicago. 1963. 152. BPGV. P22 TP2.

Grado 4

"Appendix. High-Rise Building Data Base". *Second Century of the Skyscraper*; Beedle, Lynn S. (Edr.) (Council on Tall Buildings and Urban Habitat); New York. Van Nostrand Reinhold Co. 1988. pp. 1003-1006. BPGV. P22 TP3.

AA.VV. "ENR Symposium. The Sky's the Limit.". *Engineering News-Record*. Vol. 211; nº 3. Nov. 1983. pp. 44-67. BPG. P22 TP3.

AA.VV. *Structural Design of Tall Steel Buildings*. New York. (Vol. SB) American Society of Civil Engineers (Monograph on Planning and Design of Tall Building). 1979. BPG. TP3.

Alvar Aalto. *Proyectos y Obras de los Últimos Años*. Barcelona. Gustavo Gili. 1982. BAM. G2.

ACI. ACI Manual of Concrete Practice. Part. 4. Detroit. ACI. 1992. BPG. P22.

Aroca Hernández-Ros, Ricardo. "Forma, Tamaño y Proporción en el Diseño de Estructuras". *Conferencia de Estructuras Ligeras*; Sevilla; 1992. (Manuscrito). 1992. 13 pp. G2 P2.

Aroca Hernández-Ros, Ricardo; Cervera Vera, Jaime. "Diseño de Estructuras de Pisos en Hormigón Armado: Parámetros y Costes". *Informes de la Construcción*. Vol. 38; nº 388. Mar.-Abr. 1987. pp. 25-33. BAM. H2.

Aroca Hernández-Ros, Ricardo; Vázquez Espí, Mariano. "Capt. 4. La Forma de la Estructura". *Apuntes de la asignatura -Estructuras I- de la ETSAM*. (Manuscrito a máquina). 1990/91. pp. 3-6. P23.

Arribas, Vicente; Ayarza, Angel; Escolá Gil, Rafael; Martín, Bernardo. *Vigas de Grandes Luces*. Barcelona. Editores Técnicos Asociados (Temas de Hormigón). 1980. P22 P23 TP211.

Bauer, Jacek; Gutkowski, Witold; Iwanow, Zdzislaw; Kupsc, Jadwiga. "Computer Aided Optimum Design of Space Trusses". *Proceedings of the International Colloquium on Space Structures for Sports Buildings; Beijing, China; Oct. 27-30; 1987; Lan, Tien T.; Zhilian, Yuan (Edr.); London*. Elsevier Applied Science. 1987. pp. 237-. BCDX. H2.

Burt, Michael. "Low Density I.P.L. Space Frames for Wide-Span and High Rise Structures". *Proceedings of the IASS Symposium; 10 Years of Progress in Shell and Spatial Structures; Vol. 3, Membranes; Madrid, Sep. 1989; F. del Pozo y A. de las Casas (Edr.); Madrid*. CEDEX. 1989. BCDX. P22 TP2 TP3.

Burt, Michael. "Low Density Space Frames, Based on Regular Infinite Polyhedra". *Proceedings of the IASS; Vol. 3; Osaka, 1986; Heki, K. (Edr.); Amsterdam*. Elsevier Science Publishers B.V. 1986. pp. 245-252. BCDX. P22 TO2.

Calavera, José; González Valle, Enrique; et. al. "Estudio Tecnológico Prospectivo para Paso sobre el Estrecho de Gibraltar (Parte de -Materiales-". *INTEMAC*. (Manuscrito). 1991. pp.56-104. BITM. MP22.

Clark Shedd, Thomas. *Structural Design in Steel*. 14ª ed.; New York. John Wiley & Sons, Inc. 1953 (1934). BPG (TA 684.S52). P22 P23.

Colaco, Joseph P. "Structural Concepts for Ultra-Tall Concrete Buildings". *Proceedings of the IABSE; Paris-Versailles; 1987*. pp. 533-537. BCDX. P22 TP3.

Collins, Michael P.; Mitchell, Denis. *Prestressed Concrete Structures*. Englewood Cliffs, New Jersey. Prentice Hall. 1991. BPG. P22.

Cox, H. L. *The Design of Structures of Least Weight*. Oxford. Pergamon Press. 1965. 135 pp. G2 P23.

Da Vinci, Leonardo. *Códice Matritense*. Madrid. Biblioteca Nacional. BNE. G1.

Das, Bandir; Krishna, Prem. "Cost Optimisation of Plane Cable Truss Structure". *Bulletin of the IASS*. Vol. 19-3; nº 68. pp. 43-47. H2 P22.

De Miguel Rodríguez, José Luis. *Trabajo Estructural. Un Nuevo Escalar de las Estructuras*. Ph. D. ETSAM, Madrid. 1974. BAM (25.398). L3 P23.

Fischer, Robert E.. *Engineering for Architecture*. New York. McGraw-Hill Book Co. (An Architectural Record Book). 1980. BPG. P22 TP3.

Fridman, Yu. G.; Travush, V.I.; Zapol, M. Yu. "Long Span Spatial Structures of Public Buildings". *Proceedings of the International Conference on Lightweight Shell and Space Structures for Normal and Seismic Zones. IASS; Section 2; Alma-Ata (URSS); Sep. 13-16, 1977*; Mir Publishers. 1977. pp. 384-390. BCDX. P2 TP2.

Fu, Kuan-Chen. *A Study of Optimum Structural Configurations*. Ph. D. Civil Eng. Department. University of Notre Dame. 1967. 151 pp. UMI. H2.

Furuya, Hiroshi; Koryo, Miura; Natori, Michihiro. "Deployable Truss Concepts in Space Technology". *Proceedings of the IASS; Vol. 3; Osaka, 1986; Heki, K. (Edr.); Amsterdam*. Elsevier Science Publishers B.V. 1986. pp. 261-268. BCDX. TO2 /DS.

Galilei, Galileo. *Consideraciones y Demostraciones Matemáticas sobre Dos Nuevas Ciencias (Jornada 2ª)*; Madrid. Editora Nacional. 1976. pp. 221-262. BNE (R 730.654). G2 P.

Gimsing, Niels J. "Cable Supported Bridges with Spatial Cable Systems". *Bulletin of the IASS*. Vol. 33; nº 1. Abr. 1992. pp. 33-42. P23 TP213 TP223.

Glukhovskiy, K.A.; Khaidukov, G.K.; Trofimov, V.I. "Lightweight Space Roof Structures in the URSS". *Proceedings of the International Conference on Lightweight Shell and Space Structures for Normal and Seismic Zones. IASS; Section 2; Alma-Ata (URSS); Sep. 13-16, 1977*; Mir Publishers. 1977. pp. 155-185. BCDX. P22 TP2.

Goldsmith, Myron. *The Tall Building: The Effects of Scale*. M.S. in Architecture. IIT, Chicago. 1953. 33 pp. BPGV. G P22 TP3.

González Cárcelos, Juan. *Apuntes de la Asignatura : -Proyectos de Estructura-*; de la ETSAM. Madrid. (Manuscrito). 1991/92. P23.

Gorzynski, James W.; Thornton, William A. "Variable Energy Ratio Method for Structural Design". *Journal of the Structural Division*. nº 101 (ST4). Apr. 1975. pp. 975-990. H2.

Goshima, Rihee. "Estimation of Structural Design Technique of the Pantheon in Ancient Rome". *Proceedings of the IASS; Domes from Antiquity to the Present; Istanbul, Turkey, May/June 1988*. 1988. pp. 131-137. BCDX. P21 TP2232.

Hemp, W.S. *Optimum Structures*. Oxford. Clarendon Press. 1973. 123 pp. BPGV. H2.

Hennicke, Jürgen W. "About The Prinzip Leichtbau". *Proceedings of the International Conference on the Design and Construction of Non-Conventional Structures; Vol. 1; B.H.V. Topping (Edr.)*. Civil-Comp Press. pp. 277-281. BCDX. P22.

Hill, R.D.; Rozvany, G.I.N. "Prager's Layout Theory: A Nonnumeric Computer Method for Generating Optimal Structural Configurations and Weight-Influence Surfaces". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. Vol. 49; nº 2. Jun. 1985. pp. 131-148. H2 H3.

Jenkin, H.C. Flemin. "Bridges". *British Encyclopaedia; 9th. ed.; Edinburgh*. Adam and Charles Black. 1875-1888. pp. 284-341. G1 P22.

Ketchum, Milo S. *Structural Engineer's Handbook*. 1ª ed. ; New York. McGraw-Hill Book Co., Inc. 1914. BPG (14.023) (BCM). P22.

Ketchum, Milo S. *Structural Engineers's Handbook. Data for the Design and Constructuion of steel bridges and Buildings*. 3th. ed.; New York. McGraw-Hill Book Co. 1924. BPG. P22.

Ketchum, Milo S. *The Design of Steel Mill Building*. 4th. ed.; New York. McGraw-Hill Book Co. 1921. BPG. P22.

Khan, A.R. "Optimization of Trusses". *Journal of Structural Engineering (India)*. Vol. 6; nº2. Jul. 1978. pp. 78-86. BPG. H2 H3.

Khan, Fazlur R. "Appendix I. Current Trends in Concrete High-Rise Buildings". *Proceedings of a Symposium on Tall Buildings with Particular Reference to Shear Wall Structures; Southampton; April 1966; Coull, A.; Stafford, Smith B.(Edr.); Oxford*. Pergamon Press (Symposium Publications Division). 1967. pp. 571-590. BPG. P22 TP3.

Khan, Fazlur R. "Structural Theories and their Architectural Expression- A Review of Possibilities". *The Chicago Architectural Journal*. Vol. 1. 1981. pp. 32-41. BPG. P22 TP3.

Khot, N. S. "Algorithms Based on Optimality Criteria to Design Minimun Weight Structures". *Engineering Optimizaton*. Vol. 5. 1981. pp. 73-90. H2.

Khun, Thomas S. *The Structure of the Scientific Revolutions*. 2 nd ed.; Chicago. The University of Chicago Press. 1970 (1962). 210 pp. G1.

Kidder, Frank E.; Parker, Harry. *Kidder-Parker Architect's and Builders Handbook*. New York. John Wiley & Sons. 1936 (1904). 2315 pp. BPGV (TH 151.K5 1936). P22.

Lin, T.Y.; Stotesbury, Sidney D.. *Structural Concepts and Systems for Architects and Engineers*. New York. Van Nostrand Reinhold Co. 1981. BAVL. P22 TP3.

Lothers, John E. *Design in Structural Steel*. 2ª ed.; Englewood Cliffs (New Jersey). Prentice-Hall, Inc. 1965 (1965). BPG (TA 684.L6). P22.

Maxwell, James Clerk. "On Reciprocal Figures, Frames and Diagrams of Forces.". *Scientific Papers (From the Transactiones of the R. S. of Edinburg; Vol. XXVI; pp. 21-23);?ed.; Paris*. Librarie Scientifique J. Hermann. 1927 (1890). pp. 161-177. L2.

Mehta, Bankimkumar. *The Cable-Stayed Bridge*. M.S.in Architecture. IIT, Chicago. 1982. 40 pp. BPGV. P22 TO2 TP3.

Michell, A.G.M. "The Limits of Economy of Material in Frame-Structures". *Philosophical Magazine*.S.6. Vol. 8; nº 47. Nov. 1904. pp. 589-597. G1 L3.

Morozov, A.P. "Space Structures in Civil Engineering". *Proceedings of the Internationa Conference on Lighwilght Shell and Space Structures for Normal and Seirmic Zones. IASS; Section 2; Alma-Ata (URSS); Sep. 13-16, 1977;.* Mir Publishers. 1977. pp. 256-261. BCDX. P22.

Mungan, Ihsan. "Innovative Applications in the History of Domes". *Proceedings of the IASS Symposium; Innovarive Applications of Shells and Spatial Forms; Vol. 3; Bangalore, India, Nov 1988; New Delhi*. Oxford & Publishing Co. Pvt. Ltd. 1988. pp. 118-146. BCDX. TP2 L1.

Osborn Baker, Ira. *A Treatise on Masonry Construction*. 10 th. ed.;New York. John Wiley & Sons. 1920. 745 pp. BPGV. P22.

Parker, Harry. *Simplified Design of Roof Trusses for Architects and Builders*. 1st ed.; New York. John Wiley & Sons, Inc. 1941. BPG (TA 660.T8 P37*1941). P22 TP211.

Parkes, E.W. *Braced Framworks*. Oxford. Pergamon Press. 1965. BAM. H11 L3.

Pearce, Peter. *Structure in Nature is a Strategy for Design*. 5th. ed.; Cambridge (Mass.). MIT Press. 1990 (1978). TO H13.

Petrie, Wayne John. "A High Rise Office Building Using a Long Span Tube Structure". *M.S.in Architecture*. IIT, Chicago. 1981. 68 pp. BPGV. P22 TP3.

Prager, W. "Optimal Layout of Cantilever Trusses". *Journal of Optimization Theory and Applications*. Vol. 23; n° 1. Sep. 1977. pp. 111-117. H2.

Prager, William. *Introducción to Structural Optimization*. New York. Springer-Verlag (Courses and Lectures. N° 212). 1974. 80 pp. BPGV. H2.

Prager, William; Shield, R.T. "A General Theory of Optimal Plastic Design". *Transactions of the ASME*. Mar. 1967. pp. 184-186. H3.

Rankine Macquorn, W.J. "On the Application of Barycentric Perspective to the Transformation of Structures". *Miscellaneous Scientific Papers (From the -Philosophical Magazine-, Nov., 1863); Millar, W.J.(Edr.); London*. Charles Griffin and Co. 1881. pp. 562-563. BCM (8 a 125). G1 L1.

Rankine Macquorn, W.J. "Report on the Design and Construction of Masonry Dams". *Miscellaneous Scientific Papers (From -The Engineer- Jan. 5, 1872); Millar, W.J.(Edr.); London*. Charles Griffin and Co. 1881. pp. 550-561. BCM (8 a 125). G1 P22.

Robertson, Leslie E. "Appendix II. On Tall Buildings". *Proceedings of a Symposium on Tall Buildings with Particular Reference to Shear Wall Structures; Southampton; April 1966; Coull, A.; Stafford, Smith B.(Edr.); Oxford*. Pergamon Press (Symposium Publications Division). 1967. pp. 591-597. BPG. P22 TP3.

Rühlh, Herrmann. "Some Fundamental Observations on the Present and Future Development of Precast Concrete Shells". *Proceedings of the World Conference on Shell Structures; San Francisco, Oct. 1-4, 1962; Spangler R.W. (Tech. Edr.); Washington D. C.* National Academy of Sciences- National Reserach Council. (Publication n° 1187). 1962. pp. 383-394. BCDX. P22 TP22 /E /PRE.

Schueller, Wolfgang. *Horizontal-Span Building Structures*. 1ª ed.; New York. John Wiley & Sons. 1983. 583 pp. BPG. P22 M TP2.

Soosaar, Keto. *Optimization of Topology and Geometry of Structural Frames*. Ph. D. S.M., Massachusetts Institute of Technology. 1963. 294 pp. UMI. P23.

Sturgeon, D.L.G.; Wardle, M.W. "Advanced High Specific Materials for Space Enclosures". *Proceedings of the IASS World Congress on Space Enclosures; Vol. 2; Montreal; July 4-9, 1976*. 1976. pp. 955-965. BCDX. M2.

Talib, Shaheen. *An Ultra Tall Multi-Faceted Skyscraper*. M.A. IIT, Chicago. 1989. 100 p. BPGV. P22 TP3.

Taylor, Edward S. *Dimensional Analysis for Engineers*. Oxford. Clarendon Press. 1974. 165 p. BPGV. H11.

The American Association of State Highway Officials. *Standard Specifications for Highway Bridges*. 5 th. ed.; Washington, D.C. The Association General Officials. 1949. pp. 166-167. BPGV. P22 TP2.

Wester, Ture. "Design of Plate and Lattice Structures Based on Structural Dualism". *Proceedings of the IASS Symposium; 10 Years of Progress in Shell and Spatial Structures; Vol. 3, Membranes; Madrid, Sep. 1989; F. del Pozo y A. de las Casas (Edr.); Madrid*. CECEX. 1989. pp. BCDX. TO2.

Mainstone, Rowland. *Structure and Form*. Chap. 5 "Developments in Structural Form"; 1ª ed.; Cambridge (Mass.). The MIT Press. 1975. BAVL. G2 P22.

Peters, Tom F.; Billington, David P.; Dubas, Pierre; Epprecht, Willfried; Hauri, Hans H.; Menn, Christian, Menn; Muheim, Hans. *The Development of Long-Span Bridge Building*. 3th. ed.; Zürich. ETH. 1979. BPG (624.2E61ed.3). G1 P22 TP2.

Pran, Peter. *An Exhibition Hall with a Suspended Roof Structure*. M.S.in Architecture. IIT, Chicago. 1969. 77 pp. BPGV. P22 TP213 TP223.

Rankine, William John MacQuorn. *A Manual of Applied Mechanics*. 3 rd ed.; London. Charles Griffin and Co. 1864. BCM (52 a 186). P22 P23.

Rankine, William John MacQuorn. *A Manual of Civil Engineering*. 2 nd ed.; London. Griffin Bohn and Co. 1863. BCM (52 a 186). P22 P23.

Schueller, Wolfgang. *High-Rise Building Structures*. 2 nd. ed.; Malabar (Florida). Robert E Krieger Publishing Co. 1986 (1977). BAVL (AA 6230 Sch 791). P22 TP3.

Sharpe, David C. *An Aircraft Hangar and the Study of Long-Span Metal Structures*. M.S. in Architecture. IIT, Chicago. 1962. 93 pp. BPGV. P22 TP2.

Thorpe, W.H. *Steel Bridge Weights*. London. Engineering News-Record (?). (?) (Princ. S.XX). 35p. BES (624.043). P22 TP21.

Thorton, Charles H. "Structuring the Commercial Enviroment". *Proceedings of the IABSE Symposium; London; 1981*. 1981. pp. 245-257. BCDX. P22 TP3.

Tzelin, Lu. "The Developments and Tendency of Long Span Structures in Sports Buildings". *Proceedings of the IASS; Vol. 2; Moscow; 1985*. 1985. pp. 58-72. BCDX. P22 TP22.

Waling, Joseph L. "Least-Weight Proportions of Bridge Trusses"; *Bulletin of the University of Illinois Engineering Experiment Station. Bulletin Series n° 417*; Urbana. University of Illinois Press. 48 pp. BCM (101a899). P23.

Grado 3

"Le Projet Sky City". *L'Architecture D'Aujourd'hui*. Vol. 61; nº 267. Fev. 1990. pp. 62-64. BAM. TP3.

Precast, Prestressed and Concrete Structural Elements. P22.

Supersheds. The Architecture of Long-Span, Large-Volume Buildings. Oxford. Butterworth Architecture. 1991. 118 pp. TP2.

Arenas Gómez, Albino. *Análisis Dimensional*. Madrid. Selecciones Científicas. H11.

Barr, Archibald. "Address on the Application of the Science of Mechanics to Engineering Practice". *London. The Institution of Civil Engineers. 1899*. 23 pp. BCM (10.440). G1 P.

Barr, Archibald. "The Application of the Science of Mechanics to Engineering Practice". *The Institution of Civil Engineers. 1899*. pp. 1-23. BCM. G1.

Burgoyne, C.J. "Polyaramid Ropes for Tension Structures". pp. 71-79. BITM. M.

Cervera Bravo, Jaime. "Tres Teoremas Fundamentales de la Teoría del Diseño de Estructuras". *Informes de la Construcción*. Vol. 40; nº 399. Ene.-Feb. 1989. pp. 57-66. L3.

Colaco, Joseph P. *Concrete Buildings. A Mile High*. Second Century of the Skyscraper; Beedle, Lynn S. (Edr.) (Council on Tall Buildings and Urban Habitat); New York. Van Nostrand Reinhold Co. 1988. pp. 905-919. BPGV. P22 TP3.

Cremona, Luigi. *Les Figures Réciproques en Statique Graphique*. Paris. Librairie Gauthier-Villars. 1885 (1872). BCM (44c77 y 78). H L1.

Charlton, T.M. *A History of Theory of Structures in the Nineteenth Century*. Cambridge. Cambridge University Press. 1982. 191 pp. BPGV. G1.

Charlton, T.M. "Maxwell-Michell Theory of Minimum Weight of Structures". *Nature*. 1963. pp. 251-252. BNE. L3.

Chow, Philip. "Gibraltar Strait Crossing. A Challenge to Bridge and Structural Engineers". *Structural Engineering International*. Vol. 1; nº 2. May. 1991. pp.53-58. P22 TP212.

Da Vinci, Leonardo. *Il Libri di Mechanica de Arturo Ucelli*. BNE. G1.

Duncan, W.J. *Physical Similarity and Dimensional Analysis. An Elementary Treatise*. 2 nd ed.; London. Edward Arnold & Co. 1955 (1953). 155 pp. BPGV. H11.

Faltus, F. "Design, Structural Problems and Construction of Steel Tower-Shaped Structures". *Proceedings of the IASS Symposium on Tower-Shaped Steel and Reinforced Concrete Structures; Bratislava; 6-8 Jun., 1966*. pp. 201-212. BCDX. P22 TP31.

Fan, Li; Xi-Liang, Liu. "Study on the Configuration of Double Layer Grids in a Long-Narrow Plane". *Proceedings of the International Colloquium on Space Structures for Sports Buildings; Beijing, China; Oct. 27-30; 1987; Lan, Tien T.; Zhilian, Yuan (Edr.); London*. Elsevier Applied Science. 1987. pp. 229-236. BCDX. TO2.

Fintel, Mark. "Chap. 10- Multistory Structures". *Handbook of Concrete Engineering; Fintel, Mark (Edr); New York*. Van Nostrand Reinhold Co. 1985 (1974). pp- 339-398. BPGV. P22 TP3.

Fisher, Robert E. "Optimizing the Structure of the Skyscraper". *Architectural Record*. Vol. 152. Oct. 1972. pp.97-104. BPGV. TP3.

Gabriel, Knut; Schlaich, Jörg and Leonhardt and Andrä (Consulting Engineers). "On the Development of Cable-Structures in Western Germany". *Proceedings of the IASS; Vol.2; Bratislava; Ago. 1975; Bratislava*. 1975. pp. 106-121. BCDX. TP213 TP223.

- Gasson, Peter C. *Geometry of Spatial Forms*. Chichester. Ellis Horwood Ltd. 1983. 549 pp. BPGV. TO2.
- Ghista, D.N. *Optimization of Structures with Respect to Weight*. Ph. D. Civil Eng. Department. Stanford University. 1965. 216 p. UMI. H2 P23.
- Giproorgshakhtostroy, Karaganda; Kats, L.Ya.; Matselinsky, R.N.; Rukhlin, F.G.; Spannut, L.S. "Large-Dimensioned Reinforced Concrete Arched Panel Shell Roofs Used for the Construction of Buildings in Kazakhstan". *Proceedings of the International Conference on Lightweight Shell and Space Structures for Normal and Seismic Zones. IASS; Section 2; Alma-Ata (URSS); Sep. 13-16, 1977*; Mir Publishers. 1977. pp. 217-224. BCDX. P22 TP21.
- González Cárcelos, Juan. *Phd.* ETSAM. 1991. pp. BAM. P23.
- Gorenstein, B.V.; Lipnitsky, M.E. "Long-Span Structures for Industrial and Commercial Buildings". *Proceedings of the International Conference on Lightweight Shell and Space Structures for Normal and Seismic Zones. IASS; Section 2; Alma-Ata (URSS); Sep. 13-16, 1977*; Mir Publishers. 1977. pp. 212-216. BCDX. P22 TP22.
- Hemp, W. S. "A Michell Type Criterion for Shells".
- Hernández Ibañez, Santiago. *Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras*. Madrid. Paraninfo (Colecc. Senior. n° 8). 1990. 402 pp. H2 H3.
- Heyman, Jacques. *Equilibrium of Shell Structures*. Oxford. Clarendon Press. 1977. 134 pp. BPGV. H TP212 TP223.
- Hildebrandt, Steffan; Tromba, Anthony. *Matemática y Formas Óptimas*. Barcelona. Presa Científica. 1990 (1985 V.I.). 206 pp. TO P23.
- Hodgkinson, Robin Lee. *An Ultra High-Rise Concrete Office Building*. M.S.in Architecture. IIT, Chicago. 1968. 49 pp. BPGV. P22 TP3.
- Huybers, P. "The Reciprocal Figures of the Uniform Polyhedra". *Bulletin of the IASS*. Vol. 34; n° 3. Dec. 1993. pp. 201-209. TO2 L2.
- Jaenike Cendoya, Ignacio. *Estructura y Modulación*. Ph. D. ETSAM, Madrid. 1984. BAM. P23.
- Kolosowski, Jan. "A Method of the Subdivision of Braced Spherical Domes with the Maximum Number of Members of Equal Length". *Proceedings of the IASS; Vol. 3; Osaka, 1986; Heki, K. (Edr.); Amsterdam*. Elsevier Science Publishers B.V. 1986. pp. 253-260. BCDX. TO1 TP222.
- Langhaar, Henry L. *Dimensional Analysis and Theory of Models*. 2 nd ed.; New York. John Wiley and Sons. 1954 (1954). BPGV. H11 H12.
- Lefavre, Liane; Tzonis, Alexander. "La Mecanización de la Arquitectura y la Doctrina Funcionalista. Arquitectura, Técnica y Naturaleza". *Actas del curso de la UMP en Mayo de 1982 en Toledo; Fernández-Galiano, Luis (Edr.); Madrid. MOPU*. 1984. pp. 27-56. G1.
- Leonard, James Harry. *Influence of Geometrical and Topological Configuration on the Weight of Simply Supported Plane Trusses*. Ph. D. Civil Eng. Department. University of Illinois. 1969. 147 pp. UMI. H2 P23.
- Leonhardt, Fritz. "The Present Position of Reinforced Concrete Tower Design". *Proceedings of the IASS Symposium on Tower-Shaped Steel and Reinforced Concrete Structures; Bratislava; 6-8 Jun., 1966*. pp. 9-28. BCDX. P22 TP31.
- Leung, Bernard D.; Makowski, Z.S. "Stress Distribution in Prefabricated Double-Layer Grids and their Use for Large-Span Sports Buildings". *Proceedings of the International Colloquium on Space Structures*

for Sports Buildings; Beijing, China; Oct. 27-30; 1987; Lan, Tien T.; Zhilian, Yuan (Edr.); London. Elsevier Applied Science. 1987. pp. 220-228. BCDX. P22 TP221.

Levy, Matthys P. "Exploring Composite Structures". *Architecture*. Vol. 77. Mar. 1988. pp. 82-87. BPG. P22 TP3 /CMX.

Li-Hsin Chan, James. *A Study of High-Rise Office Building*. M.A. IIT, Chicago. 1976. 118 pp. BPGV. P22 TP3.

Lin, T.Y.; Stotesbury, Sidney D. *Structural Concepts and Systems for Architects and Engineers*. 2nd. ed.; New York. Van Nostrand Reinhold Co. 1988. BAVL. G2 P22 TP2 TP3.

Lord, E.A.; Wilson, C.B. *The Mathematical Description of Shape and Form*. 2 nd ed.; Chichester. Ellis Horwood Ltd. 1986 (1984). 259 pp. BPGV. TO1.

Makowski, Z. S. "History of the Development of Braced Domes". *Proceedings of the IASS; Domes from Antiquity to the Present; Istanbul, Turkey, May/Jun 1988*. 1988. pp. 40-60. BCDX. P22 TP222.

Makowski, Z. S. "Shaping the Future in Space Structures and their Impact on Architectural and Structural Engineering". *Proceedings of the IASS Symposium; Innovative Applications of Shells and Spatial Forms; Vol. 3; Bangalore, India, Nov 1988; New Delhi*. Oxford & Publishing Co. Pvt. Ltd. 1988. pp. 75-117. BCDX. TP2.

Makowski, Z.S. "A Worldwide Review of Space Structures in Sports Buildings". *Proceedings of the International Collquium on Space Structures for Sports Buildings; Beijing, China; Oct. 27-30; 1987; Lan, Tien T.; Zhilian, Yuan (Edr.); London*. Elsevier Applied Science. 1987. pp. 1-38. BCDX. TP22.

Melaragno, M. "Shells and Spatial Structures for the Human Space". *Proceedings of the IASS; Vol. 2; Dresden and Cottbus; Sep. 10-14; 1990*. 1990. pp. 14-23. BCDX. P22.

Melaragno, Michele G. *Simplified Truss Design*. 2ª ed.; Malabar, Florida. Robert E. Krieger Publishing Company, Inc. 1986 (1981). 420 pp. BPG (TA660-T8M439). P2.

Melnikov, N.P.; Saveliev, V.A. "New Constructional Forms of Metal Latticed Shells". *Proceedings of the Internationa Conference on Lighwilght Shell and Space Structures for Normal and Seirmic Zones. IASS; Section 2; Alma-Ata (URSS); Sep. 13-16, 1977; . Mir Publishers*. 1977. pp. 235-247. BCDX. P22 TP22 /EB.

Michael, A.; Stenker, H. "On Kinematics of Spatial Framework Structures". *Proceedings of the Internationa Conference on Lighwilght Shell and Space Structures for Normal and Seirmic Zones. IASS; Section 2; Alma-Ata (URSS); Sep. 13-16, 1977; . Mir Publishers*. 1977. pp. 328-341. BCDX. TO2.

Mimram, Marc. *Structures et Formes. Étude Appliquée à l'oeuvre de Robert Le Ricolais*. Paris. Dunod. Presses Ponts et Chaussées. 1983. L2 TO2.

Moneo, Rafael. (Prologo al Libro). Kaufmann, Emil. - *La Arquitectura de la Ilustración*; Barcelona. Gustavo Gili. 1974 (1955). pp. vii-xxv. G1.

Moseley, Henry. *The Mechanical Priniciples of Engineering and Architecture*. London. Longman, Brown, Green, and Longmans. 1843. BCM (22c138). H.

Nádai, A. *A Mechanics of the Plastic State of Matter*. 5 th ed.; New York. MacGraw-Hill Book Co. 1931. BCM (18 c. 411). H3.

Neal, B.G. *The Plastic Methods of Structural Analysis*. 3 rd ed.; London. Chapman and Hall Ltd. 1977 (1956). 205 pp. H3.

Nohmura, Motonobu. "A Contribution to the History of Development of Membrane Structures in Japan". *Proceedings of the IASS Symposium; 10 Years of Progress in Shell and Spatial Structures; Vol. 3*,

Membranes; Madrid, Sep. 1989; F. del Pozo y A. de las Casas (Edr.); Madrid. CEDEX. 1989. BCDX. TP2233 TP2234.

Oechsner, Thomas H. *"A Multiuse Arena With a Cable-Stayed Roof"*. M.A. IIT, Chicago. 1988. 112 pp. BPGV. P22 TP213 TP223.

Otto, Frei. "Shells and Membranes". *Proceedings of the World Conference on Shell Structures; San Francisco, Oct. 1-4, 1962; Spangler R.W. (Tech. Edr.); Washington D. C. National Academy of Sciences-National Reserach Council. (Publication n° 1187). 1962. pp. 3-20. BCDX. G2.*

Palacios, Julio. *Análisis Dimensional*. 2ª ed.; Madrid. Espasa-Calpe. 1964 (1955). H11.

Panofsky, Erwin. *Galileo as a Critic of Arts*. The Hague. Martinus Nihhoff. 1954. BNE (198.204). G1.

Panofsky, Erwin. *Idea*. 7ª ed.; Madrid. Ediciones Cátedra (Ensayos Arte). 1989 (1924). 136 pp. G1.

Pflüger, Alf. *Elementary Statics of Shells*. New York. F. W. Dodge Corporation. 1961 (1957). 122 pp. BPGV (TH 2416.P433). H TP212 TP223.

Prager, William; Rozvany, G.I.N. "A New Class of Structural Optimization Problems: Optimal Archgrids". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. n° 19. 1979. pp. 127-150. H2.

Quintas Ripoll, Valentín. "Diseño Optimo de Pórticos Formados por Perfiles Laminados Rectos de Sección Constante". *Informes de la Construcción*. Vol. 39; n°392. Nov.-Dic. 1987. pp. 53-64. BAM. H2.

Rayleigh, Lord. "The Priciple of Similitude". *Nature*. Vol. 95. 1915. pp. 66-68. BNE. G1 L1.

Ribera, José Eugenio. *Puentes de Fábrica y Hormigón Armado. Vol. 3 (Anteproyectos y Puentes de Fábrica)*. Madrid. 1929. P22 TP21.

Rozvany, G.I.N.; Wang, C.M. "On the Plane Prager-Structures". *International Journal of Mechanics Sciences*. Vol. 25; n° 7. 1983. pp. 519-527. H2.

Rudolf Rulh, Volker. *1300 Foot High Braced Steel Office Building*. M.A. IIT, Chicago. 1990. 125 pp. BPGV. P22 TP3.

Rühle, H. "T.V. Towers and Tower Foundations". *Proceedings of the IASS Symposium on Tower-Shaped Steel and Reinforced Concrete Structures; Bratislava; 6-8 Jun., 1966. pp. 291-312. BCDX. P22 TP31.*

Schlaich, Jörg. "Les Structures Légères". *Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics*. Série: Technique Générale de la Construction 120; n° 479. Dec. 1989. pp. 4-41. BCDX. TP2.

Schueller, Wolfgang. *The Vertical Building Structure*. New York. Van Nostrand Reinhold. 1990. BPGV. P22 TP3.

Shoai, Farmaarz. *A High Rise Concrete Masonry Bearing Structure an Apartment Building*. M.A. IIT, Chicago. 1973. 100 pp. BPGV. P22 TP3.

Subramanian, N. "Algorithms for Minimum Weight Design of Steel Frames". *Design Incorporating Indian Builder*. n° 20. Sep. 1976. pp. 36-39. H3.

Thompson, D'Arcy. *Sobre el Crecimiento y la forma (On Growth and Form)*. Madrid. Hermann Blume (Serie Biología y Diseño). 1980 (1961). G1 H13.

Timoshenko, Stephen P. *Hlstory of Strength of Materials*. New York. Dover Publications. 1983 (1953). 452 pp. G1.

Tsuboi, Y. "Large-Span Shells Structures in Japan". *Proceedings of the International Conference on Large-Span Shells. IASS; Vol.1; Leningrad (URSS); Sep. 6-9, 1966; Moscow*. Tsinis. 1968. pp. 47-120. BCDX. P22 TP222 TPP223.

Walter Podolny, JR. "Cable-Stayed Bridges: a Current Review". *Annals of the New York Academy of Sciences; Vol. 352; Long-Span Bridges. O.H. Ammann Centennial Conference; New York; Cohen, Edward and Birdsall, Blair (Edr.)*. The New York Academy of Sciences. 1980. pp.71-85. BES (TG5 A5). P22 TP21.

Wester, Ture. "Plate-Domes". *Proceedings of the International Conference on the Design and Construction of Non-Conventional Structures; Vol. 1; B.H.V. Topping (Edr.)*. Civil-Comp Press. pp. 241-249. BCDX. TO.

Wester, Ture. "The Plate-Lattice Dualism". *Proceedings of the International Colloquium on Space Structures for Sports Buildings; Beijing, China; Oct. 27-30; 1987; Lan, Tien T.; Zhilian, Yuan (Edr.)*; London. Elsevier Applied Science. 1987. pp. 321-328. BCDX. TO2.

Weter, Ture. "An Approach to a Form and Force Language Based on Structural Dualism". *Bulletin of the IASS*. Vol. 34; n° 3. Dec. 1993. pp.171-180. TO2 L2.

White, Lynn. *Medieval Engineering and the Sociology of Knowledge*. pp. 317-338. BNE. G1.

White, Lynn (Jr.). "Pumps and Pendula: Galileo and Technology". *Medieval Religion and Technology. Collected Essays Berkeley*. University of California Press. 1978. pp. 121-132. G1.

Wiebenson, Dora. *Los Tratados de Arquitectura. De Alberti a Ledoux*. Madrid. Hermann Blume. 1988 (1982). 325 pp. G1.

Wittfoht, Hans. *Building Bridges*. 1ª ed.; Düsseldorf. Beton-Verlag GmbH. 1984. 327 pp. BAM/ (32564). G TP21.

Wittkower, R. *La Arquitectura en la Edad del Humanismo*. Buenos Aires. Nueva Visión. 1958 (1949). BAM. G1.

Youssef, Nabih. "Mega-Structure. A New Concept for Supertall Buildings". *Modern Steel Construction*. Vol. 31; n° 8. Aug. 1991. pp. 12-18. BPG. TP3.

Grado 2

"Composite Design Creates Slender Structure". *Modern Steel Construction*. Vol. 31; nº 8. Aug. 1991. pp. 32-35. BPG. TP3.

Frank Lloyd Wright. Monograph. Vol. 8. pp. 266-270. BAM. TP3.

Arizmendi, Luis Jesús. *Albert Speer, Arquitecto de Hitler*. Barañain (Pamplona). Ediciones Universidad de Navarra. 1978. BAM (15762). TP222.

Aroca Hernández-Ros, Ricardo. "El Diseño Estructural de los Seres Vivos. Arquitectura, Técnica y Naturaleza". *Actas del curso de la UMP en Mayo de 1982 en Toledo; Fernández-Galiano, Luis (Edr.); Madrid. MOPU. 1984. pp. 147-154. H13.*

Attia, Eli. "Rocketing to New Heights". *Modern Steel Construction*. Vol. 31; nº 8. Aug. 1991. pp. 19-26. BPG. TP3.

Bazant, Zdenek P. "Scaling Laws in Mechanics of Failure". *Journal of Engineering Mechanics*. Vol. 119; nº 9. Sep. 1993. pp. 1828-1844. H11.

Bonet Correa, Antonio. *Figuras, Modelos e Imágenes en los Tratadistas Españoles*. Madrid. Alianza Editorial. 1993. 631 pp. G1.

Bruschi, A. "Plans for the Dome of St. Peter's from Bramante to Antonio Da Sangallo the Young". *Proceedings of the IASS; Domes from Antiquity to the Present; Istanbul, Turkey, May/Jun 1988. 1988. pp. 233-251. BCDX. TP2232.*

Candela, Felix. "Shell Constructuion in Mexico". *Proceedings of the World Conference on Shell Structures; San Francisco, Oct. 1-4, 1962; Spangler R.W. (Tech. Edr.); Washington D. C. National Academy of Sciences- National Reserach Council. (Publication nº 1187). 1962. pp. 27-34. BCDX. P22 TP223.*

Compagna, L. "World's Concrete". *Engineering News-Record*. Vol. 2. Sep. 1948. ppp. 72-73. BPGV. TP3.

Chowdhury, Ali A. "The Geometrical Properties of Penumatic Structures". *Proceedings of the IASS Symposium; Spatial Roof Structures; Vol. 3, Discussion Pappars and Lectures. Appendix; Vol. 1, Analysis; Dortmund, 1984; Dortmund; Dr. Walochnik (Edr.). University of Dortmund. 1984. pp. 1.1.023-1.1.035. BCDX. TO1 TP2234.*

De Miguel, José Luis. "Edificios en Altura". pp. 28-41. BAM. TP3.

de Saqui de Sannes, J. "Tête de Défense- Caractéristiques essentielles". *Proceedings of the IABSE Symposium; Paris-Versalles; 1987. 1987. pp. 527-531. BCDX. TP221.*

DeScenza, Robert P.; Hungspruke, Udom; Thorton, Charles H. "Looking Down at the Sears Tower". *Modern Steel Construction*. Vol. 31; nº 8. Aug. 1991. pp. 27-30. BPG. TP3.

Dieste, Eladio; Montañez, Eugenio R. "Double-Curvature Shell of Reinforced Ceramic". *Proceedings of the World Conference on Shell Structures; San Francisco, Oct. 1-4, 1962; Spangler R.W. (Tech. Edr.); Washington D. C. National Academy of Sciences- National Reserach Council. (Publication nº 1187). 1962. pp. 69-74. BCDX. P22 TP222 /CCR.*

Dietz, A.G.H.; Chambers, R.E.; Herger, F.J. "On the Use of Plastic and other Composite Materials for Shell Roof Structures". *Proceedings of the IASS; San Francisco; Oct. 1-4; 1962. 1962. pp. 127-144. BCDX. M.*

Dugas, René. *A Hlstory of Mechanics*. New York. Dover Publications. 1988 (1955). 662 pp. G1.

Eremeev, P.G.; Milkulin, V.B.; Moskalev, N.S. "Long-Span Hanging Cable and Stressed Skin Shells". *Proceedings of the International Conference on Lightweight Shell and Space Structures for Normal and Seismic Zones. IASS; Section 2; Alma-Ata (URSS); Sep. 13-16, 1977*; Mir Publishers. 1977. pp. 262-268. BCDX. P22 TP223.

Fauré, P. *Théorie des Proportions en Architecture*. Paris. André, Daly Fils et Cie. 1890. BCM (8 b 1). G1.

Friebe, Wolfgang. *Buildings of the World Exhibitions*. Leipzig. Druckerei Volksstimme Magdeburg. 1985. BAM (Traducción Inglesa). TP2.

Gab, Siegfried. "Design Methods Using Physical Experiments as Analog Computers". *Proceedings of the International Conference on the Design and Construction of Non-Conventional Structures; Vol. 1; B.H.V. Topping (Edr.)*. Civil-Comp Press. pp. 269-275. BCDX. H12.

Ghyka, Matila C. *Estética de las Proporciones en la Naturaleza y en las Artes*. 2ª ed.; Barcelona. Editorial Poseidón. 1977 (1953). G1 G2.

Gordon, Barclay, F. *Olympic Architecture Building for the Summer Games*. New York. John Wiley & Sons, Inc. 1983. BAM (20.867). TP22.

Gordon, J.E. *The New Science of Strong Materials*. 2 nd ed.; London. Penguin Books. 1976 (1968). 287 pp. M.

Gordon, J.E. *The New Science of Strong Materials*. 2 nd ed.; Princeton. Princeton University Press. 1984 (1968). 287 pp. M.

Gordon, J.E. *The Science of Structures and Materials*. New York. Scientific American Library. 1988. 217 pp. BAM (32.558). M.

Hennicke, Jürgen W. "Bemerkungen Über Verzweigte Konstruktionen". *Proceedings of the IABSE Symposium; Dortmund; Sep. 10-14; 1984*. 1984. pp. 309-329. BCDX. H-13.

Higgins, John Patrick. *A Long-Span High-Rise Structure*. M.A. IIT, Chicago. 1979. 54 pp. BPGV. TP2 TP3.

Hosdorf, Heinz. "Plastic Shell Structure for the Swiss National Exhibition in 1964". *Proceedings of the World Conference on Shell Structures; San Francisco, Oct. 1-4, 1962; Spangler R.W. (Tech. Edr.)*; Washington D. C. National Academy of Sciences- National Research Council. (Publication nº 1187). 1962. pp. 63-68. BCDX. TP2233 /PL.

Jesberg, Paulgerd. "Zur Ästhetik Zugbeanspruchter Weitgespannter Trageweke Aus Stahl Brücken". *Proceedings of the IASS Symposium; Spatial Roof Structures; Vol. 2, Design; Dortmund; 1984; Dortmund; Dr. Walochnik (Edr.)*. University of Dortmund. 1984. pp. 2.3.043-2.3.083. BCDX. G P21.

John, B.V. *Conocimiento de Materiales en Ingeniería*. Barcelona. Gustavo Gili. 1976 (1972). 292 pp. M.

Jubete, Francisco. *Introducción a la Estructura de Peso Mínimo*. Santander. Clopasa. 1978. 60 pp. H3.

Kazi, S.M. *Economical Design of Prestressed Steel Cover-Plated Girders*. M.S.in Civil Engineering. IIT, Chicago. 1971. 37 pp. BPGV. P22 TP221.

Khan, Fazlur R. "On Some Special Problems of Analysis and Design of Shear Wall Structures". *Proceedings of a Symposium on Tall Buildings with Particular Reference to Shear Wall Structures; Southampton; April 1966; Coull, A.; Stafford, Smith B.(Edr.)*; Oxford. Pergamon Press (Symposium Publications Division). 1967. pp. 321-344. BPG. TP3.

Khan, Fazlur R. "Sears Tower: Special Structural Design and Construction Considerations". (*Manuscript Report*). BPG. TP31.

Khan, Fazlur R. "Tubular Structures for Tall Buildings". *Handbook of Concrete Engineering*; Fintel, Mark (Edr.); New York. Van Nostrand Reinhold Co. 1974. pp. 399-410. BPG. TP31.

Klein, Arthur H. "Bruegel el Viejo, Guía para el Estudio de la Ciencia del S. XVI". *Investigación y Ciencia*. May. 1978. pp. 86-93. G1.

Krapfenbauer, Robert. "Space Structures for Sports Buildings". *Proceedings of the International Collquium on Space Structures for Sports Buildings; Beijing, China; Oct. 27-30; 1987; Lan, Tien T.; Zhilian, Yuan (Edr.); London. Elsevier Applied Science. 1987. pp. 39-43. BCDX. TP22.*

Kwong-Wah Lai, David. *Prefabricated Concrete in High Rise Construcction. A Sixty-Story Hotel-Office Building*. M.A. IIT, Chicago. 1975. 126 pp. BPGV. TP3.

Lagache, Jean-Marie. "On the Design of Long Fibre Composites and Hibrid Frames". *Proceedings of the IASS Symposium; 10 Years of Progress in Shell and Spatial Structures; Vol. 3, Membranes; Madrid, Sep. 1989; F. del Pozo y A. de las Casas (Edr.); Madrid. CEDEX. 1989. BCDX. TO H2.*

Larsson, Lars Olof. *Albert Speer, Le Plan de Berlin. 1937-1943*. Bruxelles. AAM Editions. 1983. BAM (20102). TP222.

Linddell, W.I. "Structural Fabrics and Foils". *Proceedings of the 1st. Oleg Kerensky Memorial Conference; Session 5; London; Jun. 22; 1988. 1988. pp. 13-17. BITM. M.*

Maeda, Yukio. "Les Grands Ponts Métalliques au Japon". *Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics*. Série: Construiaon Métallique 98; n° 465. Jun. 1988. pp. 2-51. BCDX. TP21.

Masopust, R.; Popovski, B.V. "Silo, Takes, Pipes, Off-Shore Structures General Report on Papers Presented in Subsection III-B". *Proceedings of the Inernational Congress of IASS; Vol. 5.Theory and Experimental Investigation of Spatial Structures. Application of Shells in Engineering Structures; Moscow; 1985;. 1985. pp. 320-341. BCDX. P22 TP3.*

Mayor, B. *Statique Graphique des Systèmes de l'Espace*. (2 Vol.)Paris. Librairie Gauthier-Villars. 1910. BCM (44c173 y 174). H.

Moneo, Rafael. (Prologo e Introducción al Libro). *J.N.L. Durand. -Compendio de Lecciones de Arquitectura y Parte Gráfica de los Cursos de Arquitectura-*; Madrid. Pronaos. 1981. pp. v-xiii; 7-17. G1.

Motro, R. "Tensegrity systems. Lastest Developpments and Perspectives". *Proceedings of the IASS Symposium; 10 Years of Progress in Shell and Spatial Structures; Vol. 3, Membranes; Madrid, Sep. 1989; F. del Pozo y A. de las Casas (Edr.); Madrid. CEDEX. 1989. BCDX. TO TP2 /TE.*

Nervi, A. "Palais du Travail a Turin". *L'Architecture D'Aujourd'hui*. 1960. BAM. TP2.

Otero, C.; Otero, F.; Oti, J.; Villar, R. "Classical Geometriy in Flat and Simple Curved Meshes". *Bulletin of the IASS*. Vol. 33; n° 1. Apr. 1992. pp. 3-31. BCDX. TO2.

Pankhurst, R.C. *Dimensional Analysis and Scale Factors*. London. Chapman and Hall Ltd. 1964. BPGV. H11.

Payson Usher, Abbott. *A History of Mechanical Inventions*. New York. Dover Publications. 1988 (1954). 450 pp. G1.

Pearlman, Wolf. "Polyhedric Analogues of Radiolaria". *Proceedings of the IASS; Vol. 3; Osaka, 1986; Heki, K. (Edr.); Amsterdam. Elsevier Science Publishers B.V. 1986. pp. 237-244. BCDX. H13.*

Pippard, A.J.S. *The Experimental Study of Structures*. London. Edward Arnold & Co. 1947. 115 pp. BPGV. H12.

Quarmby, Arthur. *Materiales Plásticos y Arquitectura Experimental*. Barcelona. Gustavo Gili. 1976 (1974). 209 pp. BAM (20.550). M.

Rastorfer, Darl. "William J. LeMessurier Super-Tall Structures: A Search for the Ideal". *Architectural Record*. Vol. 173. Jan. 1985. pp. 144-150. BPG. TP3.

Rodriguez, Alfonso M. *A Form-Stiffened High-Rise Apartment Building*. M.S.in Architecture. IIT, Chicago. 1970. 29 pp. BPGV. TP3.

Rondelet, Jean. *Traité Théorique et Pratique de L'Art de Batir. (/th. ed. Vol. I)* Paris. Chez Firmin Didot Frères. 1834. BCM (2 b 117-121). G1.

Rush, Richard. "Technics: Structure and Circunstance". *Progressive Architecture*. Vol. 61;. Dec. 1980. pp.50-57. BPG. TP3.

Schofield, P.H. *Teoría de la Proporción en Arquitectura*. Barcelona. Editorial Labor. 1971 (?). G1 G2.

Steadman, Philip. *Arquitectura y Naturaleza*. Madrid. H. Blume. 1982 (1979). 329 pp. H13.

Stix, Gary. "Tendencias en Materiales. Claves de Hormigón". *Investigación y Ciencia*. Jun. 1993. pp.73-83. M.

Sundaram, R. "Long-Span Spatial Structures in India at the Turn of the Millennium". *Bulletin of the IASS*. Vol. 33; nº 1. Apr. 1992. pp. 43-49. BCDX. P22 TP2.

Tajima, Jiro. "Developments of Steel in Tension". *Proceedings of the 1st. Oleg Kerensky Memorial Conference; Session 5; London; Jun. 22; 1988*. 1988. pp. 1-5. BITM. M.

Tassios, T.P. "Concrete Structures for the Year 2000". *Proceedings of the IABSE Sumposium; Paris-Versalles; 1987*. 1987. pp.639-646. BCDX. G M.

Tucker, Jonathan B. "Superskyscrapers". *High Technology*. Vol. 5. Jan. 1985. pp-50-59. BPGV. TP3.

Varona Ruiz, José María. *Estudio Mediante Análisis Dimensional de los Esfuerzos Axiles, Flectores, Cortantes y de Torsión Considerados en Resistencia de Materiales*. Ph. D. ETSICCP de Santander. Ago. 1980. H11.

Vepa, Kosla. "Optimally Stable Structural Forms". *Ph. D. Civil Eng. Deparment. University of Waterloo (Canada)*. 1972. UMI. H2.

Vernet, Juan. "Ingeniería Mecánica del Islam Occidental". *Investigación y Ciencia*. Jun. 1993. pp. 46-50. G1.

Vernier, Philippe. "The Fundamental Structure of the Future". *L'Arca*. nº 5. pp. 80-87. BAM. P22 TP3.

W. Johnson, F.R.S.; P.B. Mellor, B.Sc. *Engineering Plasticity*. 2º ed.; West Sussex. Ellis Horwood Limited. 1983 (1973). H3.

Wainweight, S.A.; er. al. *Diseño Mecánico en Organismos*. Madrid. H. Blume. 1980 (1979). 484 . H13.

Young, Bryan G. *A Multi-Use High-Rise Development*. M.A. IIT, Chicago. 1981. 86 pp. BPGV. TP3.

Grado 1

- Alberti, Leon Battista. *De Re Aedificatoria*. Madrid. Akal. 1991. 475 pp. G1.
- Castans, . "Lección 5. Bases Dimensionales". *Clase del Curso de Análisis Dimensional . Departamento de Física. ETSAM. Madrid; Feb. 1991*. (Manuscrito a máquina). 1991. 11 pp. H11.
- Coomaraswamy, Ananda K. *Teoría Medieval de la Belleza*. Ediciones de la Tradición Unánime. G1.
- Chang Huh, Soo. *Multi-Use High-Rise Building*. M.A. IIT, Chicago. 1978. 62 pp. BPGV. TP3.
- El Nimeiri, Mahjoub M. "Structural Systems for Multi-Use High-Rise Buildings". *Monograph on Planning and Design of Tall Buildings; Vol. SC. Tall Buildings Systems and Concepts*; New York. ASCE. 1979. pp. 221-235. BPGV. TP3.
- Gillen, Hector M. *1813 Foot High Mixed-Use Building*. M.A. IIT, Chicago. 1991. 38 pp. BPGV. TP3.
- Goldsmith, Myron. *Buildings and Concepts*. Boston-Stuttgart. Birkhäuser Verlag Basel. 1986. 191 pp. TP2 TP3.
- Gukhman, A.A. *Introduction to the Theory of Similarity*. New York. Academic Press. 1965 (1963). BPGV. H11.
- Gutierrez Guerra, Eduardo (Jr.). *High Rise Buildings in the Urban Context*. M.A. IIT, Chicago. 1990. 110 pp. BPGV. TP3.
- Hanno-Walter, Kruft. *Historia de la Teoría de la Arquitectura. Vol. 1* (Desde la Antigüedad hasta el S. XVIII). Madrid. Alianza Editorial. 1990 (1985). 909 pp. G1.
- Herwarth, Michael Georg. *Two Multi-Use High-Rise Buildings*. M.A. IIT, Chicago. 1989. 118 pp. BPGV. TP3.
- Hilary, Leonard L. *A Truss in Truss Tube Folded Plate High Rise Steel Office Building*. M.A. IIT, Chicago. 1991. BPGV. TP3.
- Hodgkinson, Robin Lee. *An Ultra High-Rise Concrete Office Building*. M.S.in Architecture. IIT, Chicago. 1968. 47 pp. BPGV. TP3.
- Hsu, James. *A Mixed Use Development with a Super Frame Structure*. M.A. IIT, Chicago. 1981. 62 pp. BPGV. TP3.
- Ishii, Kazuo. "Membrane Structure Analysis in Consideration of Weights of Membrane and Cables". *Proceedings of the International Colloquium on Space Structures for Sports Buildings; Beijing, China; Oct. 27-30; 1987; Lan, Tien T.; Zhilian, Yuan (Edr.); London. Elsevier Applied Science*. 1987. pp. 574-581. BCDX. TP223.
- Iyengar, Hal. "Structural and Steel Systems". *Proceedings of the Annual Fall Meeting (American Society of Civil Engineers); Technique and Aesthetics in the Design of Tall Buildings; Houston; Oct. 19; 1983; Billington, D.; Goldsmith, M. (Edr). Inst. for the Study of High-Rise Habitat*. 1986. pp. 57-69.
- Jashvantlad Modi, Himanshu. *1015 Foot High Multi-Use Building*. M.A. IIT, Chicago. 1989. 128 pp. BPGV. P22 TP3.
- Jhaveri, Sharad; Ronner, Heinz; Vasella, Alessandro. "Louis I. Khan. Complete Work. 1935-74 (Proyecto de Torre para Philadelphia, PA.; 1952-57)". *Zurich. The Swiss Federal Institute of Technology. BAM*. TP3.
- Kao, Chi-Hwa. *A Multi-Use High-Rise Building*. M.A. IIT, Chicago. 1991. 47 pp. BPGV. TP3.
- Krishna Menon, A.G. *A Ninety Story Apartment Building Using an Optimized Concrete Structure*. M.S.in Architecture. IIT, Chicago. 1966. 34 pp. BPGV. TP3.

Lempp Peterhans, Gertrude. *An Architectural and Strcutural Strudy of Multy-Storied Skeleton Building*. M.S.in Architecture. IIT, Chicago. 1954. 35 pp. BPGV. TP3.

Lucan, Jaques. "Buscando el Cielo. -Torre sin fin-, La Défense. Paris, 1989". *A&V*. nº 31. 1991. pp. 70-71. BAM. TP3.

Madreiter, Andreas. *A Multi-Use High-Rise Building for the Illinois Center*. M.A. IIT, Chicago. 1991. 95 pp. BPGV. TP3.

Manning, M.W. "Iron and Steel Castings in Tension Structures". *Proceedings of the 1st. Oleg Kerensky Memorial Conference; Session 5; London; Jun. 22; 1988*. 1988. pp. 23-25. BITM. M.

Maxwell, James Clerk. "On the Calculation of the Equilibrium and Stiffness of Frames". *Scientific Papers (From the Philosophical Magazine; Vol. XXVII);?ed.; Paris*. Librarie Scientifique J. Hermann. 1927 (1890). pp. 598-604. TO2.

Otto, Frei. "Natürliche Konstruktionen". *Proceedings of the IASS Symposium; Spatial Roof Structures; Vol. 3, Discussion Pappers and Lectures. Appendix; Dortmund, 1984; Dortmund; Dr. Walochnik (Edr.)*. University of Dortmund; Dortmund; Dr. Walochnik (Edr.). 1984. pp. 440-456. BCDX. G.

Pahl, Goetz W. *High Rise Office Building Exposed Steel Bearing Wall Structure*. M.S.in Architecture. IIT, Chicago. 1970. 46 pp. BPGV. TP3.

Rayleigh, Lord. "The Principle of Similitude". *Nature*. Vol. 95. 1915. pp. 202-203. BNE. G1 L1.

Rinkens, Gerhard. *A Multi-Use Highrise Building*. M.A. IIT, Chicago. 1988. 84 pp. BPGV. TP3.

Sedov, L.I. *Similarity and Dimensional Methods in Mechanics*. New York. Academic Press. 1959 (?). H11.

Stetson, John Charles. *A Multi-Purpose Covered Stadium for Chicago*. M.A. IIT, Chicago. 1987. 89 pp. BPGV. TP2.

Thompson, D'Arcy W. "The Principle of Similitude". *Nature*. Vol. 95. 1915. pp. 426-427. BNE. G1 L1.

Thompson, D'Arcy W. "The Principle of Similitude". *Nature*. Vol. 95. 1915. pp. 202. BNE. G1 L1.

Tomlow, Jos. "El Modelo Colgante de Gaudí y su Reconstrucción. Nuevos Conocimientos para el Diseño de la Iglesia de la Colonia Güell". *Informes de la Construcción*. Vol. 41; nº 404. Nov.-Dic. 1989. pp. 57-72. BAM. H12.

Vitruvio Polión, Marco. *Compendio de los Diez Libros de Arquitectura de Vitruvio*; Perrault, Claudio (Edr.). Murcia. (Ed. Fac.) C. O. de Aparejadores y A. T. 1981 (1674). G1.

Vitruvio Polión, Marco. *Vitruvio. Los Diez Libros de Arquitectura*. Madrid. 2ª ed.; (Ed. Fac.) Akal. 1992 (1787). G1.

Yu-Ching Ni, Michael. *A Multi-Use High-Rise Building*. M.A. IIT, Chicago. 1981. 54 pp. BPGV. TP3.

Zhang, Ming. *A Mixed Use High-Strength Concrete 85 Story Building*. M.A. IIT, Chicago. 1990. 134 pp. BPGV. TP3.

